

CFA '18 LE HAVRE ■ 23-27 avril 2018
14^{ème} Congrès Français d'Acoustique



**Un code de calcul de type éléments finis pour l'équation de diffusion
de l'énergie acoustique dans les bâtiments sur la plateforme open
source I-Simpa**

C. Prax^a, J. Picaut^b, N. Fortin^b, V. Valeau^c, A. Sakout^d, C. Foy^e et F. Chiappini^e

^aInstitut PPRIME - CNRS - UPR3346, 6, rue marcel Doré - Bâtiment B17, 86022 Poitiers Cedex 9, France

^bIFSTTAR, CEREMA, UMRAE, Route de Bouaye, F-44344 Bouguenais, France

^cInstitut PPRIME UPR 3346, CNRS-Université de Poitiers-ENSMA, B17, 6 rue Marcel Doré, 86022 Poitiers Cedex, France

^dLaSIE - Université de la Rochelle, Pôle Sciences et Technologie, Avenue Michel Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex 1, France

^eCEREMA, 11 rue Jean Mentelin, BP9, 67035 Strasbourg Cedex 2, France
christian.prax@univ-poitiers.fr

La plateforme logicielle I-Simpa qui regroupe des outils de calcul Open Source dédiés à l'étude du champ acoustique dans des espaces complexes. Elle dispose d'un nouveau code de calcul pour résoudre la théorie de la diffusion de l'énergie acoustique réverbérée dans les locaux. Le champ de densité d'énergie est obtenu sur les sommets d'éléments finis tétraédriques qui découpent le domaine. L'équation de diffusion est intégrée sur des volumes de contrôles construits autour de chaque sommet des tétraèdres, la méthode reposant sur des bilans locaux des flux échangés entre volumes voisins. Après avoir donné le principe de l'intégration on confronte les résultats du code implémenté à ceux de la littérature et à ceux obtenus par les autres codes de la plateforme.

1 Introduction

On présente un code développé sous Octave 4.2 pour résoudre l'équation de diffusion de l'énergie acoustique réverbérée. L'approche choisie est celle des volumes de contrôle éléments finis (CVFEM, pour *Control Volume based Finite Element Method*). Elle combine la flexibilité géométrique de la méthode des éléments finis (FEM) et le principe de bilans locaux propre à la méthode des volumes de contrôle (CVM). Ces deux caractéristiques font de la CVFEM un outil bien adapté pour résoudre les problèmes de diffusion dans les domaines de géométrie complexe [1]. Avec le choix d'une base linéaire sur des éléments finis sous forme de tétraèdres, nous présentons les principales étapes de la discrétisation qui conduisent à l'équation discrète globale.

2 Équation de diffusion

L'analogie présentée par Picaut *et al* [2] permet d'aboutir à une équation de diffusion pour traiter les problèmes d'acoustique des salles. Valeau [3] a proposé une forme adaptée à la résolution numérique :

$$\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - D\nabla^2 w(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (1)$$

∇^2 est l'opérateur de Laplace, D est le coefficient de diffusion.

Des conditions aux frontières (notées ∂V dans la suite) modélisent l'absorption et la transmission du son à travers une paroi. Si \mathbf{n} est le vecteur sortant local normal au mur, et \mathbf{J} est le flux local d'énergie, alors $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} = -D\nabla w(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n}$

Le bilan sortant confère aux flux entrants une valeur négative et aux flux absorbés une valeur positive.

$$D \frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial n} + hw(\mathbf{r}, t) - \tau cw_1/4 = 0 \quad (2)$$

où c est la vitesse du son, h est le coefficient d'échange à la surface, obtenu à partir du coefficient d'absorption acoustique local, τ , le coefficient de transmission de la cloison. Le champ sonore diffus de densité énergétique w_1 sur la face du mur situé dans la pièce voisine est donc en partie transmis dans le local avec un flux $\mathbf{J}_m = \tau cw_1/4$.

Plusieurs expressions ont été proposées pour le coefficient h [4–6]. Nous retiendrons ici celle de Jing *et al* [7], $h = \frac{\alpha}{2(2-\alpha)c}$.

La présence d'une source sonore fait apparaître un second membre dans l'équation de diffusion (1). Une source ponctuelle, placée à la position \mathbf{r}_s , omnidirectionnelle et de puissance sonore $P(t)$, est correctement modélisée par un terme de production égal à $P(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$. L'équation de diffusion avec second membre est donnée par :

$$\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - D\nabla^2 w(\mathbf{r}, t) = P(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s). \quad (3)$$

Ce terme source est une densité de puissance. Une source occupant un sous-domaine V_s de volume v et rayonnant la puissance instantanée totale $P(t)$ peut être modélisée de la même manière en écrivant le second membre $G(\mathbf{r}, t) = \frac{P(t)}{v} f_s(\mathbf{r})$. La fonction $f_s(\mathbf{r})$ est égale à 1 à l'intérieur de V_s et à 0 en dehors. La puissance totale de la source $P(t)$ est donnée par intégration de $G(\mathbf{r}, t)$ sur le sous-domaine V_s .

3 Principe de la méthode

La discrétisation et la résolution du problème repose sur le découpage du domaine à l'aide du mailleur libre *Tetgen* qui génère des tétraèdres comme celui représenté sur la figure 1 et dont la géométrie est entièrement définie par la position de quatre nœuds non coplanaires aux sommets.

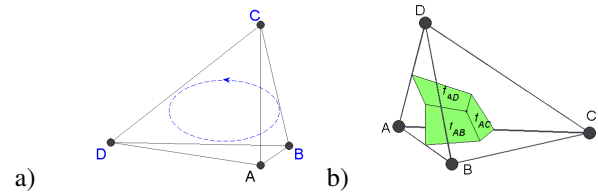


FIGURE 1 – Tétraèdre ABCD : a) Ordre des sommets b) Facettes autour du nœud A

Par convention, l'arrangement des trois premiers sommets forme un parcours anti-horaire vu du sommet restant, éliminant ainsi toute ambiguïté sur le signe des opérations vectorielles utilisées par la suite. Avec l'ordre $ABCD$ des points du tétraèdre générique de la figure 1, le volume de l'élément tétraédrique est donné par $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \vec{AD} \cdot \vec{AB} \times \vec{AC}$. Le mailleur génère une table de nœuds avec leur coordonnées et une table de connectivité listant les nœuds de chaque élément ainsi que l'appartenance de l'élément à un bloc, à un domaine ou à une salle, lorsque plusieurs salles couplées sont présentes. La frontière du domaine est constituée par des triangles plans qui sont les faces non partagées des tétraèdres. Dans la table de connectivité des triangles, les sommets sont disposés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre vu de l'intérieur du domaine. L'identifiant d'un matériau est également affecté à chaque triangle de frontière et les propriétés d'absorption, éventuellement de transmission, sont utilisées pour établir l'expression du flux échangé au travers du triangle en question. En notant A, B et C les nœuds de sommet, la surface de ce triangle est donnée par $\Gamma_{ABC} = 1/2 \cdot |\vec{AB} \times \vec{AC}|$.

3.1 La fonction de forme d'interpolation

Les valeurs de la densité d'énergie acoustique w sont stockées aux sommets des éléments tétraédriques. Sur un point arbitraire $O(x_O, y_O, z_O)$ positionné dans l'élément, la

valeur w se déduit d'une combinaison linéaire des valeurs aux nœuds A, B, C et D :

$$w(x_O, y_O, z_O) = N_A w_A + N_B w_B + N_C w_C + N_D w_D \quad (4)$$

Avec les tétraèdres linéaires, une dérivation géométrique simple pour les fonctions de forme (les N dans l'équation (4)) peut être utilisée. Autour d'un point arbitraire O situé dans un tétraèdre donné, l'élément peut être divisé en quatre sous-tétraèdres, les fonctions de forme en ce point sont simplement le rapport des volumes du sous-tétraèdre opposé (pour $A, BCDO$) au tétraèdre $ABCD$. Lorsque le point O coïncide avec un nœud i , la fonction de forme $N_i(x, y, z) = 1$ ($i = A, B, C, D$). Quand le point O est placé n'importe où sur la face de l'élément opposé au nœud i , la fonction de forme $N_i = 0$. Les sous-volumes définis à partir du point O forment une partition exacte de l'élément ($\sum_{i=A,B,C,D}^n N_i = 1$).

Le gradient des fonctions de forme est constant sur chaque élément :

$$\nabla N_A = \frac{1}{6} \frac{\vec{BD} \times \vec{BC}}{V_{ABCD}}, \nabla N_B = \frac{1}{6} \frac{\vec{CD} \times \vec{CA}}{V_{ABCD}} \quad (5)$$

$$\nabla N_C = \frac{1}{6} \frac{\vec{AD} \times \vec{AB}}{V_{ABCD}}, \nabla N_D = \frac{1}{6} \frac{\vec{AB} \times \vec{AC}}{V_{ABCD}} \quad (6)$$

Le produit scalaire de ∇w avec le vecteur \mathbf{n} peut être approché dans l'élément par l'expression suivante :

$$\nabla w = (\nabla N_A \cdot \mathbf{n}) w_A + (\nabla N_B \cdot \mathbf{n}) w_B + (\nabla N_C \cdot \mathbf{n}) w_C + (\nabla N_D \cdot \mathbf{n}) w_D \quad (7)$$

3.2 Construction des volumes de contrôle

Des volumes de contrôle sont construits autour des nœuds du domaine afin de réaliser un bilan local. Un élément contribue sur une portion de volume autour de chaque sommets où sont situés les nœuds. A l'intérieur de l'élément générique, la face qui sépare le nœud A du nœud B est une surface plane à quatre côtés qui joignent le centre géométrique du tétraèdre aux centres des faces triangulaires ABC et ABD ainsi qu'au milieu de l'arrête AB (figure (1)). La normale sur cette face, pointant de A à B , est $\Gamma_{f_{AB}}$; la surface de la face. Cinq faces similaires, séparant chaque paire de nœuds (AC, AD, BC, BD et CD) sont construites. En ne s'intéressant qu'au nœud A , on définit aussi les normales pointant de A vers C , $\Gamma_{f_{AC}}$, de A vers D , $\Gamma_{f_{AD}}$. Les trois faces séparatrices associées au nœud A constituent une frontière qui l'isole des autres nœuds de l'élément. Une fois considérés tous les éléments tétraédriques du maillage qui ont un sommet en A , les faces séparatrices associées au nœud A constitueront une frontière de forme complexe autour du point. Ce volume de contrôle englobant est le cœur de la méthode CVFEM, l'équilibre des flux à travers ses faces conduisant à une équation de bilan discrète. Deux propriétés des faces de séparation et des volumes de contrôle résultants doivent être soulignées. La direction adoptée des vecteurs normaux doit être respectée. La face f_{AB} est partagée par les volumes de contrôles autour du nœud A et autour du nœud B . La normale pointant vers l'extérieur sur cette face pour le volume autour du nœud A est de signe opposée à celle du volume adjacent autour du nœud B . De par la construction, il est facile de vérifier que chaque élément contribue pour 1/4 de son propre volume à chaque volume de contrôle associé à l'un de ses sommets.

4 Intégration de l'équation de diffusion sur les volumes de contrôles

4.1 Passage aux équations algébriques

Pour chaque nœud du maillage, une équation algébrique est obtenue résultant du bilan complet sur le volume associé. L'interpolation au sein des éléments permet d'approximer les échanges entre volumes voisins et conduit par construction au calcul des coefficients A_{ij} impliqués dans chacune des équations nodales discrètes. La construction s'opère donc en considérant les éléments les uns après les autres. La première étape consiste à obtenir les flux sur les six faces de chaque élément. La deuxième étape attribue les contributions de chacune de ces faces aux coefficients impliqués dans les quatre équations algébriques des bilans autour de chacun des nœuds de l'élément. En absence de terme source, cette démarche aboutit à l'équation algébrique pour un nœud i donné.

$$\sum_{nodes} A_{ij} \cdot w_j = 0, \quad (8)$$

les coefficients A_{ij} sont non nuls pour les nœuds j attachés aux mêmes éléments que le nœud i . Ces coefficients sont introduits dans la matrice globale du système algébrique. La matrice creuse obtenue ne sera complète qu'après introduction des conditions aux limites.

4.2 Intégration sur les volumes de contrôle

L'équation (1) est intégrée sur le volume VC du volume de contrôle et sur l'intervalle de temps Δt :

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{VC} \frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - D \nabla^2 w(\mathbf{r}, t) dV dt = 0, \quad (9)$$

Le volume de contrôle VC autour d'un point nodal est constitué de sous volumes élémentaires $\sum_e V_e$. L'intégrale se décompose sur la somme des portions de tétraèdres e , $\sum_e \iiint_{V_e}$.

4.2.1 Intégrale sur le contour

Pour le terme de diffusif, le théorème de Green-Ostrogradski conduit à une intégrale surfacique sur le contour du volume de contrôle, composé de la somme des contours élémentaires Γ_e au sein de chaque élément.

$$\sum_e \iiint_{V_e} D \nabla^2 w(\mathbf{r}) dV = \sum_e \iint_{\Gamma_e} D \nabla w(\mathbf{r}) \cdot d\Gamma \quad (10)$$

Au sein d'un élément tétraédrique e , le gradient calculé avec les fonctions de forme approchées est constant et le contour élémentaire Γ_e défini autour du volume A est décomposé sur trois faces, f_{AB}, f_{AC}, f_{AD} . Le coefficient de diffusion, supposé constant à l'intérieur de chaque tétraèdre, est noté D_e . Le flux échangé au travers de la face f_{AB} entre A et B peut être approché par :

$$\int_{f_{AB}} D \nabla w \cdot \mathbf{n} d\Gamma \approx D_e \nabla w(\Gamma)_{f_{AB}} \quad (11)$$

où $\nabla w(\Gamma)_{f_{AB}}$ est tiré de l'équation (7). Des expressions similaires pour les flux diffusifs discrets au travers des cinq autres faces internes au tétraèdre contribuent aux bilans de quatre volumes.

4.2.2 Intégrales de volume

Les intégrations qui portent sur le volume peuvent être réalisées par une simple multiplication avec le volume total VC . C'est par exemple le cas du terme de variation qui est intégré à la fois sur le volume et dans le temps. Une source sonore ponctuelle de puissance $P_i(t)$ dont la position donnée est située dans le volume de contrôle entourant le nœud i est prise en compte avec encore plus de facilité : l'équation (9) écrite pour i possède un membre de droite qui est la puissance intégrale dégagée dans le volume *i.e.* $P_i(t)$. La figure 2 présente la forme complexe typique d'un volume qui peut être occupé par une source sonore.

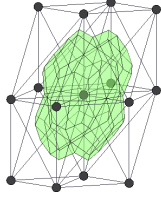


FIGURE 2 – Forme possible d'un volume de contrôle.

4.3 Conditions aux limites

Une fois l'assemblage des contributions de tous les éléments tétraédriques, il est nécessaire de mettre à jour les coefficients globaux en tenant compte des flux au travers des limites de la salle. Les parois sont discrétisées à l'aide d'un maillage de triangles plans. Pour un triangle de sommets A, B , et C , sa surface (Γ_{ABC}) contribue pour un tiers à la fermeture du volume A , comme le montre la figure (3). Les triangles voisins possédant le sommet A apportent également leur contribution à la fermeture de la frontière Γ_A pour un tiers de leur surface. Si on suppose constante la valeur de w sur Γ_A , le flux additionnel peut être approché par :

$$\int_{\Gamma_A} (-h \cdot w(\mathbf{r}, t) + \frac{\tau c w_1}{4}) d\Gamma \approx \frac{\Gamma_A}{3} (-h \cdot w_A + \frac{\tau c w_{1A}}{4}) \quad (12)$$

Ce flux complète donc le bilan du volume de contrôles autour du points A . On tire de (12), les expressions des flux pour B et C avec w_{1A}, w_{1B}, w_{1C} les densités d'énergie acoustique dans la salle voisine pour les nœuds en vis à vis de la paroi séparatrice. Un numéro de matériau unique est associé à chaque triangle i avec des propriétés d'absorption et de transmission.

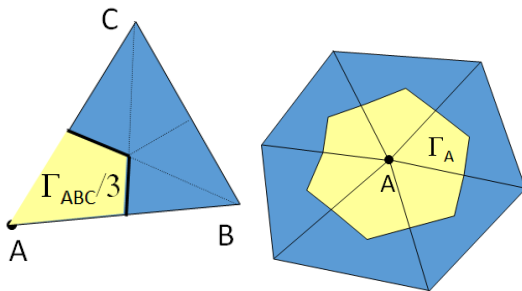


FIGURE 3 – Contribution en surface d'un élément de frontière au contour d'un volume défini autour du nœud A placé sur la frontière. Surface du volume accolé à la frontière Γ_A .

5 Solution en régime stationnaire et en régime instationnaire

L'équation de diffusion est résolue pour les prévisions acoustiques dans des salles. La solution est d'abord recherchée pour le régime stationnaire qui s'établit en présence d'une ou de plusieurs sources sonores permanentes. Localement la source sonore est prise en compte par l'ajout d'un terme source dans l'équation de diffusion. La définition des conditions aux limites permet de traduire les phénomènes d'absorption et de transmission des parois. La solution du régime stationnaire est obtenue après discrétisation et résolution du système algébrique global correspondant. Cette solution constitue le champ initial pour la résolution de l'équation en régime transitoire. Après extinction des sources sonores, le calcul permet d'obtenir la décroissance du champ réverbéré. En régime permanent, le débit net dans le volume de contrôle autour du nœud i est identique à zéro, ce qui n'est plus le cas du régime transitoire. Une méthode d'Euler implicite discrétise le terme instationnaire ce qui ne modifie que le terme diagonal de la matrice globale du régime stationnaire déjà construite. Le second membre change à chaque itération du temps. Pour les maillages contraints en volume à $0.1m^3$, un pas de temps de $1e^{-2}s$ est généralement suffisant pour obtenir une solution de qualité raisonnable. La solution est obtenue en utilisant la méthode bicgstab avec préconditionnement ILUT.

6 Validation du code

Le travail de validation du code de calcul développé spécifiquement dans le cadre du projet OPALAH2, a consisté à étudier le comportement du code dans plusieurs cas de référence, par comparaison avec, soit des données de la littérature, soit des résultats de simulation obtenus avec d'autres codes sous I-Simpa (SPPS -code de lancer de particules sonores-, TCR -théorie classique de la réverbération-), soit avec des simulations réalisées avec l'ancienne version du modèle de diffusion interfacé initialement avec le logiciel Comsol (MD.Comsol).

Au moment de la rédaction de cet article, le code MD_Octave permet de prendre en compte les phénomènes d'absorption atmosphérique, de réflexion 100% diffuses sur les parois, d'absorption par les parois suivant la condition au limite proposée par Xiang [8] et de la transmission acoustique par des cloisons. D'autres phénomènes seront progressivement implémentés dans le code MD_Octave, et donneront donc lieu ultérieurement à des validations spécifiques, comme la diffusion par un encombrement, les réflexions mixtes sur les parois. Tous les cas de validation présentés ici, ainsi que ceux qui seront proposés dans le futur, sont (seront) également détaillés en ligne, dans le site web de I-Simpa : <http://i-simpa.ifsttar.fr/support/resources/code-validation/>.

6.1 Salle quasi-cubique avec absorption atmosphérique

Ce test a pour vocation de vérifier le comportement du code MD lorsque la prise en compte de l'absorption

atmosphérique est activée. On considère une salle quasi-cubique 100% diffuse caractérisée par une absorption uniforme (10%) avec une source sonore en son centre ce qui génère un champ sonore diffus, au sens de la théorie classique de la réverbération. Le code TCR peut donc être utilisé à titre de comparaison, ainsi que le code SPPS. La décroissance des temps de réverbération, en fonction de la fréquence, du fait de l'augmentation du coefficient d'absorption atmosphérique en fréquence est effectivement observée à la figure 4 et est comparable entre les 3 codes de calcul. En termes de niveau sonore, on observe de légères différences (± 1 dB) qui peuvent être dues aux algorithmes utilisés pour chaque code.

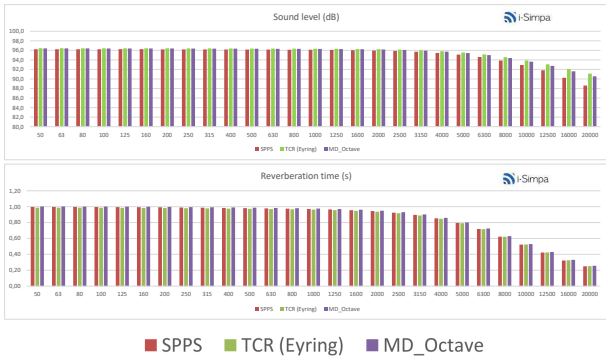


FIGURE 4 – Niveaux sonores et temps de réverbération, pour un point récepteur localisé en (1,1,1).

6.2 Salle cubique diffuse et une absorption uniforme (20%)

Nous reprenons ici une configuration idéale pour générer un champ sonore diffus proposée par J. Kang [9], une salle cubique (10 m d'arête), uniformément et faiblement absorbante (20%), avec une source placée en (3,3,3) et 3 lignes de récepteurs répartis sur 3 diagonales. Les résultats publiés par J. Kang [9] sont basés sur un modèle de radiosité. Il est aussi ici intéressant de comparer les résultats avec le code TCR sous I-Simpa. Enfin, le code SPPS est également utilisé. Les résultats de la figure 5 pour l'EDT montrent très clairement un bon accord entre MD_Octave et le code SPPS ainsi que les données de J. Kang. Ces 3 modèles permettent de mettre en évidence les petites variations de l'EDT générées par la présence du champ direct proche de la source, ce que la théorie classique ne permet pas d'obtenir.

6.3 Salle cubique diffuse avec absorption uniforme des parois(10% et 50%)

Ce test est particulièrement intéressant puisqu'il a été utilisé par Valeau *et al* [3] pour étudier le comportement du modèle de diffusion. Il est donc ainsi possible de comparer l'implémentation du même modèle sous Octave (*i.e.* la version actuelle) et sous Comsol (*i.e.* la version plus ancienne).

Les résultats présentés aux figures 7 et 6, respectivement pour une absorption uniforme de 10% et 50% apportent plusieurs conclusions :

- au regard des autres données, la version MD_Comsol avait tendance à surestimer les temps de réverbération de l'ordre de 10 à 20% ;

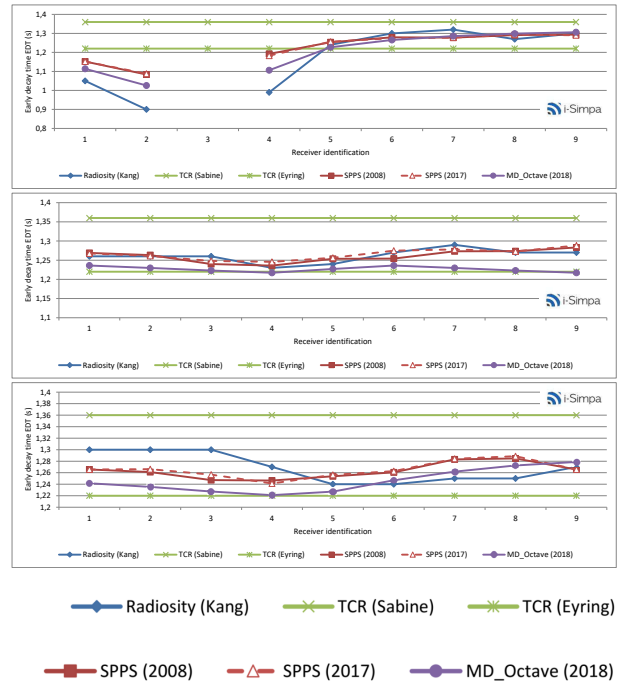


FIGURE 5 – Temps de réverbération (EDT) sur 3 lignes de récepteurs configuration proposée par [9]

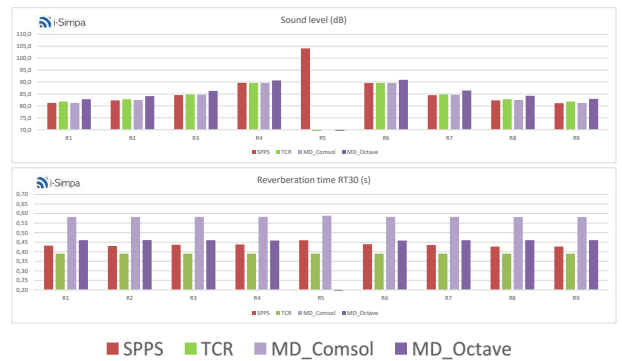


FIGURE 6 – Niveaux sonores et RT30 dans une salle cubique diffuse, pour une absorption uniforme de 50%.

- les résultats du MD_Octave sont parfaitement cohérents avec le code SPPS ;
- les limites du code TCR apparaissent quand l'absorption devient plus importante. Ce résultat est attendu puisque que l'hypothèse de faible absorption proposée dans la théorie classique des champs diffus n'est plus vérifiée ;
- le code MD_Octave présente une "singularité" à la position de la source (le champ direct ne peut pas être estimé puisque la distance source-récepteur est égale à 0). C'est également le cas pour MD_Comsol. Toutefois, cette singularité devrait disparaître pour le calcul du TR, ce qui est bien le cas pour MD_Comsol mais pas pour MD_Octave.

6.4 Couloir diffus avec une absorption uniforme (10%)

Un espace allongé de dimension (32 m x 4 m x 4 m), avec une absorption uniforme (10%), identique à celui étudié

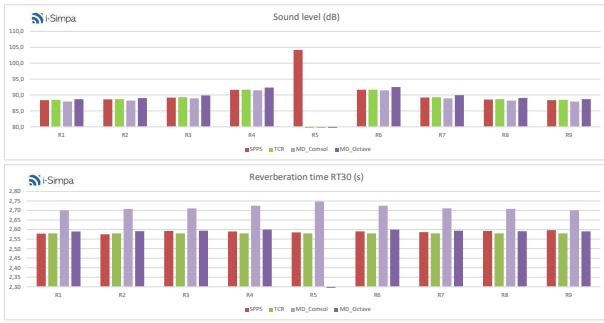


FIGURE 7 – Niveaux sonores et RT30 dans une salle cubique diffuse, pour une absorption uniforme de 10%.

■ SPPS ■ TCR ■ MD_Comsol ■ MD_Octave

par Valeau *et al* [3](figure 8) ne peut, en principe, plus être modélisé par la théorie classique de la réverbération.

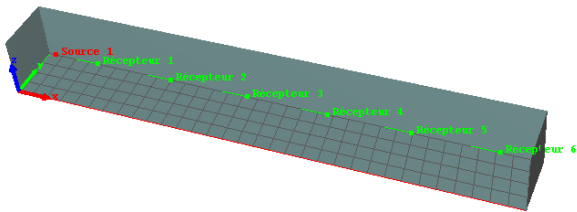


FIGURE 8 – Couloir diffus avec une source localisée en (2,2,2) et six récepteurs disposés en (2,5, y = 5 : 5 : 30, 2).

C'est particulièrement visible sur la figure 9 qui présente un niveau sonore quasi-constant pour le code TCR alors que les codes MD_Octave et SPPS présentent une décroissance dans l'axe du couloir. À l'inverse, les temps de réverbération EDT et RT30 augmentent dans le couloir, alors que les valeurs restent constantes pour le code TCR. En complément, les comparaisons avec le code SPPS et les données issues d'un autre logiciel (RAYSCAT) montrent une nouvelle fois un bon comportement du code MD_Octave; des différences sont observables entre les codes, loin de la source, mais il est difficile de les attribuer à une série de données plus qu'à une autre. Pour l'EDT, on peut toutefois penser que ces différences proviennent de l'absence de modélisation détaillée du champ précoce, les codes SPPS et RAYSCAT donnant dans ce cas des résultats plus proches. Par comparaison avec le code MD_Comsol, on observe à nouveau la surestimation du RT30 avec cette version ancienne du code. Globalement, cette nouvelle comparaison montre la pertinence du modèle de diffusion pour évaluer le champ sonore dans un espace allongé.

6.5 Local plat, avec des réflexions diffuses et une absorption non-uniforme

Toujours tiré de [3], cette configuration (figure(10)) est constituée d'un local plat diffus (20 m x 20 m x 5 m) avec une absorption non-uniforme (5% partout sauf en y = 20 m, 50%). la source est placée en (4,10,1) et deux lignes de 19 récepteurs sont positionnés en x = 4.5 m et y = 9.5 m, tous les 1 m (z = 1 m). Une nouvelle fois, les limites de l'approche classique (code TCR) sont clairement montrées, pour ce type de configuration, notamment en termes de temps de réverbération (figure(11)). Les codes SPPS et MD_Octave



FIGURE 9 – Niveaux sonores, RT30 et EDT dans un couloir diffus, pour une absorption uniforme de 10%.

FIGURE 10 – Local plat diffus, source et récepteurs.

présentent quant à eux des résultats très proches, aussi bien pour les niveaux sonores que les temps de réverbération.



FIGURE 11 – Niveaux sonores et RT30 dans un local plat diffus, pour une absorption non-uniforme.

6.6 Salles cubiques 100% diffuses couplées par une porte dans une cloison séparatrice

Ce cas permet de tester la prise en compte de la transmission acoustique dans le code MD_Octave. A cet effet, deux salles cubiques (5 m d'arête) sont couplées par l'intermédiaire d'une cloison de séparation et d'une porte (figure 12), chacune de ces deux surfaces étant définies par sa propre valeur d'affaiblissement acoustique R (en dB).

Plusieurs configurations d'affaiblissement acoustique ont été testées. Les résultats sont présentés sous forme

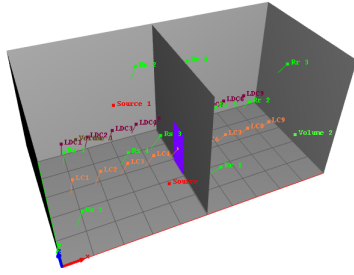


FIGURE 12 – Géométrie de 2 salles cubiques (5 m d'arête) couplées par une cloison (5 m x 5 m) et une porte de 1.8 m².

TABLEAU 1 – Affaiblissements acoustiques et calcul de la perte par insertion entre les deux salles.

R porte (dB)	R mur (dB)	Théorie	SPPS 2018	COMSOL 2010	MD_Octave 2018
10	10	7,78	7,25	7,78	7,93
20	20	17,78	17,22	17,81	17,95
30	30	27,78	27,22	27,85	27,95
∞	10	8,11	7,58	8,11	8,28
10	∞	19,21	18,69	19,07	19,08
0 (ouvert)	∞	9,65	9,25	2,85	5,65

d'un tableau (table1) présentant la perte par insertion entre les deux salles, pour le code SPPS (versions 2010 et 2018), le code MD (version Comsol et version Octave). En complément, la théorie classique des locaux couplés est également appliquée.

Le code MD_Octave donne des résultats très similaires à ceux du code SPPS et de la théorie classique des locaux couplés sauf pour la situation de porte ouverte. Il faudra donc déterminer l'origine de cette différence avec le code DM_Octave.

6.7 Conclusion

Les cas testés pour la validation du code de diffusion utilisant Octave montrent un excellent comportement de l'implémentation numérique. Les valeurs obtenues avec MD_Octave sont, d'une part, très semblables à celles obtenues avec les implémentations passées, Comsol et Femlab (lorsque les données de comparaison sont disponibles) et très proches des valeurs de référence disponibles, qu'elles soient issues de la littérature ou des codes existants sous I-Simpa SPPS/TCR. Seul le cas d'une transmission totale (R=0 dB) est un point à vérifier.

Soulignons que la plus-value de MD_Octave (et plus globalement du modèle de diffusion) par rapport au code SPPS réside dans la réduction significative des temps de calcul, à configuration équivalente. Un test sur une application concrète (plusieurs locaux couplés) a montré un gain de 45 à 10 des temps de calcul, en fonction des paramètres de calcul et de maillage retenus pour MD_Octave, par rapport à SPPS.

Concernant les paramètres importants pour l'exécution du code MD_Octave, la taille des mailles et le pas de temps sont clairement les plus importants. Il est recommandé de considérer un pas de temps Δt de l'ordre de 1 ms (ce paramètre intervient peu sur la durée des temps de calcul) et un volume de maille inférieur à 0.1 m³ (0.02 m³ semble pertinent, mais la réduction du volume augmente

significativement la durée des calculs). La qualité des résultats avec le modèle de diffusion pourrait également *a priori* être améliorée en contrôlant mieux la génération du maillage et en utilisant les paramètres avancés du mailleur TetGen intégré dans I-Simpa.

À ce stade du développement du code MD, il serait intéressant d'intégrer et de valider la possibilité d'avoir des conditions de réflexions mixtes sur les parois, ainsi que la diffusion par des encombrements. Le cas de la singularité du modèle de diffusion à proximité de la source devrait également être levé.

Enfin, l'optimisation des paramètres de calcul pourra également être envisagée sur la base d'une étude de convergence.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier l'Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie (ADEME) pour son soutien dans le cadre du projet OPALHA2 (convention N° 1217C0025)

Références

- [1] N. Masse, C. Prax, and E. Redon. A flux-based conservation approach for acoustic problems. *Journal of Computational Acoustics*, 16(01) :31–53, 2008.
- [2] J. Picaut, L. Simon, and J.-D. Polack. A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion equation. *Acta Acustica United with Acustica*, 83 :614–621, 1997.
- [3] V. Valeau, J. Picaut, and M. Hodgson. On the use of a diffusion equation for room-acoustic prediction. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119 :1504–1513, 2006.
- [4] J. Picaut. *Modélisation des champs diffus par une équation de diffusion*. PhD thesis, Université du Maine, 1999.
- [5] Y. Jing and N. Xiang. A modified diffusion equation for room-acoustic prediction (L). *Journal of the Acoustical Society of America*, 121(6) :3284–3287, 2007.
- [6] A. Billon, J. Picaut, and A. Sakout. Prediction of the reverberation time in high absorbent room using a modified-diffusion model. *Applied Acoustics*, 69 :68–74, 2008.
- [7] Y. Jing and N. Xiang. On boundary conditions for the diffusion equation in room-acoustic prediction : theory, simulations, and experiments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123 :145–153, 2008.
- [8] N. Xiang, Y. Jing, and A. C. Bockman. Investigation of acoustically coupled enclosures using a diffusion-equation model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 126(6) :1187–1198, 2009.
- [9] J. Kang. *Acoustics in long spaces : theory and design guide*. Thomas Telford Publishing, 2002.