

CFA '18 LE HAVRE ■ 23-27 avril 2018
14^{ème} Congrès Français d'Acoustique



Mesure Optimale des Vitesses Ultrasonores et de l'Épaisseur d'un Matériau Isotrope à partir de deux Mesures en Incidence Oblique

A. Arciniegas^a, J. Bustillo^b et H. Achdjian^a

^aGREMAN UMR7347 CNRS, U.Tours, INSA-CVL, GREMAN, INSA-CVL 3 rue de la chocolaterie,
41000 Blois, France

^bGREMAN UMR7347 CNRS, U.Tours, INSA-CVL, GREMAN site ST, 10 rue Thales de Milet, 37100
Tours, France
julien.bustillo@insa-cvl.fr

Dans le cadre de la caractérisation ultrasonore des matériaux isotropes, les paramètres élastiques (modules d'Young et de cisaillement) peuvent être déduits à partir de la mesure des vitesses ultrasonores en transmission. Pour cela, des ondes ultrasonores de compression et de cisaillement doivent être générées dans le matériau à étudier. Un des protocoles classiquement utilisés consiste en l'étude d'un échantillon immergé dans un liquide et effectuer deux mesures : une mesure en incidence normale et une à l'angle critique. La mesure en incidence normale permet de déterminer la vitesse des ondes de compression, tandis que la mesure à l'angle critique permet de déterminer la vitesse des ondes de cisaillement. Cependant cette configuration demande souvent d'effectuer un réglage angulaire très rigoureux et de connaître l'épaisseur de l'échantillon. Afin de s'affranchir de ces contraintes expérimentales et d'optimiser la mesure des différents paramètres, nous proposons une méthode basée sur deux mesures en incidence oblique à des angles arbitraires inférieurs à l'angle critique. Dans cette configuration, les ondes de compression et de cisaillement sont générées de manière simultanée. La détermination des temps de vol des échos et une procédure d'optimisation permettent ainsi de retrouver de manière simultanée l'épaisseur de l'échantillon, les vitesses ultrasonores et les angles d'incidence. Pour illustrer la faisabilité de la méthode, des mesures en immersion sur un échantillon en aluminium sont simulées en considérant la longueur d'onde petite devant l'épaisseur de l'échantillon. La méthode a pour but de réduire le temps d'expérimentation et les incertitudes associées, et pourrait être utilisée plus largement pour la calibration de systèmes instrumentaux où l'angle d'incidence doit être estimé par rapport à un référentiel.

1 Introduction

Les mesures ultrasonores en immersion sont souvent réalisées afin de caractériser les modules d'Young et de cisaillement de matériaux isotropes [1–4]. Ces propriétés sont déduites à partir de la détermination des temps de vol et donc des vitesses des ondes de volume. La mesure de propriétés mécaniques du matériau est effectuée par la rotation d'un échantillon parallélépipédique de manière progressive afin d'y générer des ondes ultrasonores, de la compression pure (incidence normale) au cisaillement pur (apparition de l'angle critique). Cependant, cette configuration demande de réaliser une vérification de l'orthogonalité de l'échantillon par rapport au faisceau ultrasonore et de rechercher l'angle critique avec précision, ce qui est coûteux en temps d'expérimentation. Les grandeurs mesurées sont également influencées par la résolution des goniomètres utilisés.

A notre connaissance, seuls Lavrentyev et Rokhlin ont proposé une méthode permettant d'optimiser la mesure de ces paramètres en réduisant à 2 le nombre de mesures expérimentales [5]. Elle consiste en un algorithme d'optimisation permettant la détermination des paramètres élastiques à partir des spectres ultrasonores d'une mesure en incidence normale et une mesure en incidence oblique [5], ceci demandant toujours de vérifier l'orthogonalité du faisceau pour la mesure en incidence normale.

Dans ce papier, nous proposons une méthode alternative de la détermination des vitesses ultrasonores et de l'épaisseur d'un matériau isotrope à partir de signaux temporels associés à deux mesures en incidence oblique. Tout d'abord, nous présentons le problème direct, c'est-à-dire, les équations qui décrivent les relations entre les vitesses ultrasonores, l'épaisseur de l'échantillon et les angles d'incidence [6]. Ensuite, nous validons numériquement l'inversion du problème. Finalement, nous présentons et discutons les résultats liés à la résolution du problème inverse appliquée à la caractérisation ultrasonore de l'aluminium.

2 Problème direct

2.1 Mesure ultrasonore en incidence oblique

La figure 1 montre le principe de mesure en incidence oblique de la vitesse des ultrasons dans un matériau immergé

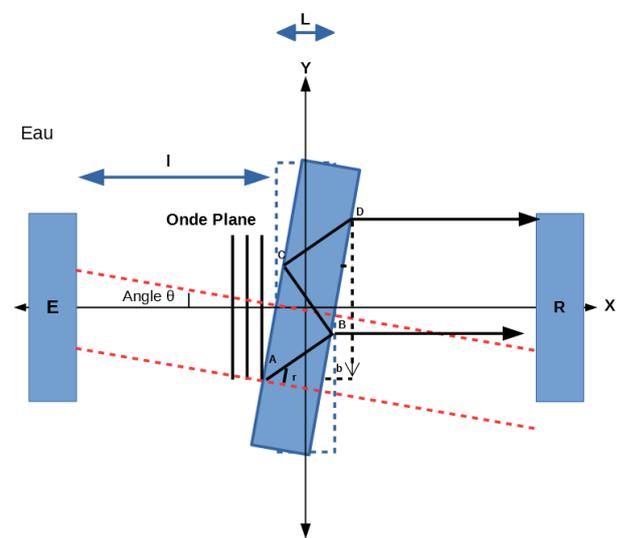


FIGURE 1 – Principe de mesure en incidence oblique de la vitesse des ultrasons dans un matériau isotrope.

dans un liquide. Cette configuration permet de travailler dans de conditions de couplage invariantes. Les essais sont réalisés en transmission avec deux transducteurs plans, coaxiaux et équidistants au centre de rotation de l'échantillon [1]. La longueur d'onde est supposée inférieure à l'épaisseur de l'échantillon. Dans le cadre expérimental, la taille des transducteurs doit être suffisamment grande afin de compenser la déviation du faisceau acoustique engendrée par la traversée de l'échantillon (Fig. 1).

En faisant les hypothèses d'isotropie et d'homogénéité de l'échantillon, le chemin de propagation des ondes peut être approché par des rayons rectilignes [7]. Lorsque le faisceau ultrasonore arrive en incidence oblique avec un angle θ (dès son entrée à l'objet dans le point A), le rayon transmis (onde longitudinale ou transversale) est réfracté avec un angle r , d'où la loi de Snell-Descartes [6] :

$$\sin(r) = \frac{V_k}{V_0} * \sin(\theta) \quad (1)$$

où V_0 est la vitesse des ultrasons dans l'eau et V_k est la vitesse de l'onde élastique considérée dans le matériau, avec k qui prend la valeur 1 pour l'onde longitudinale et 2 pour l'onde transversale.

La distance totale parcourue par le rayon dès l'émission jusqu'à la réception est composée de la distance entre les transducteurs, en enlevant le chemin Ab que le rayon aurait parcouru en absence de l'échantillon et en ajoutant la distance parcourue AB par le rayon à travers l'échantillon (Fig. 1). Les temps de vols associés aux échos en transmission peuvent donc être définis :

$$t_0 = \frac{2l}{V_0} + \frac{L_k}{V_0} \quad (2)$$

$$t_1 = \frac{2l + L_k - Ab}{V_0} + \frac{AB}{V_k} \quad (3)$$

où : t_0 est le temps de vol associé à la mesure de référence dans l'eau, t_1 est le temps de vol de l'écho transmis avec l'échantillon, l est la distance entre la face avant d'un des transducteurs et le plan de l'échantillon (sans rotation), et L est l'épaisseur de l'échantillon.

Les distances AB et Ab peuvent être exprimées en fonction de l'épaisseur du matériau et de l'angle de réfraction :

$$AB = \frac{L_k}{\cos(r)} \quad (4)$$

$$Ab = AB \cos(\theta - r) \quad (5)$$

En remplaçant les équations 4 et 5 dans l'équation 3, en utilisant la relation de Snell-Descartes pour éliminer l'angle réfracté r , et en définissant comme variable auxiliaire dt_1 (différence de temps de vol t_1 et t_0), il est possible d'écrire :

$$dt_1 = t_1 - t_0 = \frac{L_k \sqrt{V_0^2 - V_k^2 \sin^2(\theta)}}{V_k V_0} - \frac{L_k \cos(\theta)}{V_0} \quad (6)$$

Un traitement similaire au précédent est effectué en analysant le deuxième écho transmis, engendré à partir des réflexions du premier rayon aux interfaces échantillon-eau. On définit le temps de vol du deuxième écho par :

$$t_2 = \frac{2D + L_k - Ad}{V_0} + \frac{3AB}{V_k} \quad (7)$$

avec $BC = CD = AB$, $BD = AC$, et les relations :

$$AC = 2AB \cos(\pi/2 - r) \quad (8)$$

$$Ac = AC \sin(\theta) \quad (9)$$

$$Ad = Ab + Ac \quad (10)$$

où d'une part, Ac est la composante horizontale de la droite AC et d'autre part, Ad est la distance horizontale entre le point A et la projection du point D sur l'axe passant par A et parallèle à l'axe des transducteurs. En remplaçant les équations 8-10 dans l'équation 7, réutilisant la relation de Snell-Descartes et en définissant une deuxième variable auxiliaire dt_2 (différence de temps de vol t_2 et t_1), il est possible d'écrire :

$$dt_2 = t_2 - t_1 = \frac{2L_k \sqrt{V_0^2 - V_k^2 \sin^2(\theta)}}{V_k V_0} \quad (11)$$

La résolution des équations 6 et 11 permet d'exprimer la vitesse de l'onde élastique et l'épaisseur de l'échantillon en fonction des temps de vol expérimentaux et l'angle d'incidence. Il en résulte :

$$L_k = \frac{V_0}{\cos(\theta)} \left(\frac{dt_2}{2} - dt_1 \right) \quad (12)$$

$$V_k = \frac{V_0 L_k}{\sqrt{L_k^2 + 2dt_1 L_k V_0 \cos(\theta) + (dt_1 V_0)^2}} \quad (13)$$

2.2 Comparaison de deux mesures en incidence oblique

Il n'est pas possible de résoudre les équations 12 et 13 afin de remonter aux paramètres du matériau et il est nécessaire de faire au moins deux mesures en incidence oblique aux angles θ_j ($j = 1, 2$). Il est alors possible de réécrire ces équations en fonction de θ_j :

$$L_{jk} = \frac{V_0}{\cos(\theta_j)} \left(\frac{dt_{2jk}}{2} - dt_{1j} \right) \quad (14)$$

$$V_{jk} = \frac{V_0 L_{jk}}{\sqrt{L_{jk}^2 + 2dt_{1jk} L_{jk} V_0 \cos(\theta_j) + (dt_{1jk} V_0)^2}} \quad (15)$$

et définir la nouvelle variable réduite dt_{3jk} :

$$dt_{3jk} = dt_{2jk} - 2 dt_{1jk} \quad (16)$$

Le matériau étant inchangé, les différents paramètres sont considérés égaux quelque soit l'angle d'incidence du faisceau. On retrouve sous forme généralisée :

$$\frac{dt_{32k}}{dt_{31k}} = \frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_1)} = X \quad (17)$$

3 Analyse numérique

Dans cette étude, les angles d'incidence seront compris entre 0 et 0,3 radians, car cette gamme comprend les premiers angles critiques pour des dioptries eau et matériaux tels que l'aluminium, l'acier, le verre, etc. En considérant une fréquence d'échantillonnage F_e de l'ordre de Géc/s, dans la gamme des vitesses observée dans ces matériaux et des épaisseurs d'ordre du millimètre, les temps de vol sont de l'ordre de la microseconde et déterminés avec une précision de la nanoseconde. Pour la gamme de valeurs de θ_j , il est possible d'utiliser le développement limité de la fonction cosinus à l'ordre 6 (erreur inférieure à 10^{-8}).

$$\frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_1)} = \frac{1 - \frac{\theta_2^2}{2} + \frac{\theta_2^4}{24} - \frac{\theta_2^6}{720}}{1 - \frac{\theta_1^2}{2} + \frac{\theta_1^4}{24} - \frac{\theta_1^6}{720}} \quad (18)$$

En prenant $\theta_1 = \frac{1}{n}\theta_2$, n compris entre 1 et 300, la valeur limite du rapport de cosinus varie de 1 à 0,955336. Cela implique que le rapport des temps de vol dt_{3jk} pour les deux expériences peut varier au maximum de 4,5% environ.

Définissons une fonction d'erreur entre le rapport de dt_3 expérimentaux, représenté par la variable X , et le rapport des cosinus des angles d'incidence. La fonction à minimiser est :

$$f_k = \left(X - \frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_1)} \right)^2 \quad (19)$$

Cependant, la valeur minimale obtenue lors de cette minimisation doit être comparée à l'erreur due à

l'échantillonnage. Si la fonction f_k à une valeur inférieure à cette erreur, elle pourra correspondre à une solution. Ainsi, tous les couples (θ_1, θ_2) satisfaisant cette équation peuvent être solution du problème :

$$\left(X - \frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_1)}\right)^2 < \frac{4}{F_e} \quad (20)$$

où $\frac{1}{F_e}$ correspond à l'erreur d'échantillonnage. Cette contrainte montre que la fréquence d'échantillonnage a un rôle crucial dans la résolution du problème inverse.

4 Problème inverse : Application à la caractérisation ultrasonore de l'aluminium

4.1 Validation numérique

Les valeurs synthétiques de temps de vols sont calculées en considérant un échantillon d'aluminium immergé dans l'eau à température ambiante (20°C). Les valeurs des paramètres utilisés sont présentés dans le Tableau 1. Les temps de vol sont générés en faisant varier la valeur de l'angle d'incidence θ_j . Ce paramètre varie de 0 à 0,23 radians, avec un pas de discretisation $\Delta\theta_d$ égal à 0,002182 radians (0, 125°), correspondant à 107 pas.

TABLEAU 1 – Paramètres utilisés.

Paramètres	Valeur
$\Delta\theta_d$ (radians)	0,002182
θ_j (radians)	0 - 0,23
V_0 (m/s)	1482 [8]
V_1 (m/s)	6420 [9]
V_2 (m/s)	3040 [9]
L (mm)	5
F_e (Méch/s)	500 - 5000

4.2 Résolution par recherche de minimum de la fonction objectif

La résolution des équations présentés dans la section 2.2 peut générer une ou plusieurs solutions, sans que la preuve d'unicité soit démontrée. Bien que l'inversion du problème soit encore possible en utilisant des algorithmes d'optimisation globale, il a été choisi dans ce papier d'étudier les sous-ensembles où le problème peut être inversé (une seule solution).

En effet, il est possible d'obtenir un ou plusieurs couples (θ_1, θ_2) en fonction de l'erreur d'échantillonnage. Ce phénomène est montré pour le couple $(\theta_1 = 2^\circ, \theta_2 = 1^\circ)$ quand $X = 1.000457$ et $F_e = 1$ Géch/s (Fig. 2). On peut observer que d'autres couples de solution peuvent apparaître quand l'erreur est du même ordre de grandeur que l'erreur d'échantillonnage (10^{-9}). Il n'est plus possible de distinguer les couples à partir de deux mesures ultrasonores.

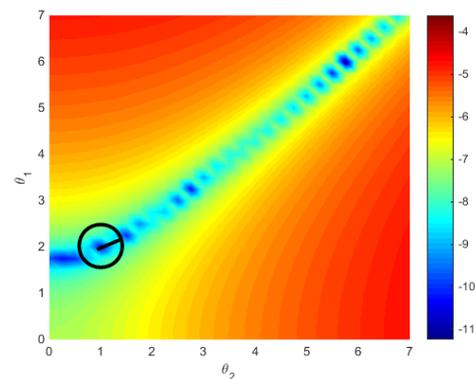


FIGURE 2 – Valeurs de la fonction objectif pour les différents couples (θ_1, θ_2) . Le cercle représente la distance entre deux solutions voisines.

Il est donc nécessaire de discriminer ces solutions numériques par un critère expérimental tel que l'erreur de positionnement ϵ_θ sur les angles θ_1 et θ_2 et leur différence angulaire $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

En définissant le rapport :

$$\eta = \frac{\epsilon_\theta}{R} = \frac{\epsilon_\theta}{\sqrt{(\theta_1 - \hat{\theta}_1)^2 + (\theta_2 - \hat{\theta}_2)^2}} \quad (21)$$

où R (rayon du cercle, Fig. 2) est la distance entre une solution candidate $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ et le couple (θ_1, θ_2) utilisé pour calculer les temps de vol. Cette distance R représente l'erreur maximale ϵ_θ qui peut être commise sur le positionnement angulaire tout en permettant l'émergence d'une solution unique.

L'étude est donc axée sur l'analyse de régions où il est possible de discriminer 2 solutions en considérant l'erreur de positionnement angulaire ϵ_θ et différentes fréquences d'échantillonnage F_e .

4.3 Résultats et discussion

La figure 3 présente les régions pour lesquelles la discrimination d'une solution est réalisable, avec une erreur de positionnement $\epsilon_\theta = 0,25^\circ$ et des fréquences d'échantillonnage de 0,5 Géch/s, 1 Géch/s et 5 Géch/s. Il peut être observé que lorsque un angle a une valeur inférieure ou égale à ϵ_θ , il n'est pas possible de discerner

les solutions numériques. D'autre part, quand les 2 angles sont proches, c'est $\Delta\theta$ qui devient comparable à ϵ_θ , ce qui amène à une non unicité des solutions du problème. La limite de la résolution numérique du problème est mise en évidence par la variation de la zone où les mesures peuvent être effectuées en assurant l'unicité de la solution. De plus, l'erreur commise sur les temps de vol est directement corrélée à l'unicité de la solution du problème inverse. Ainsi cette étude montre qu'il est nécessaire d'utiliser une fréquence d'échantillonnage supérieure à 1 Géch/s pour permettre une inversion du problème.

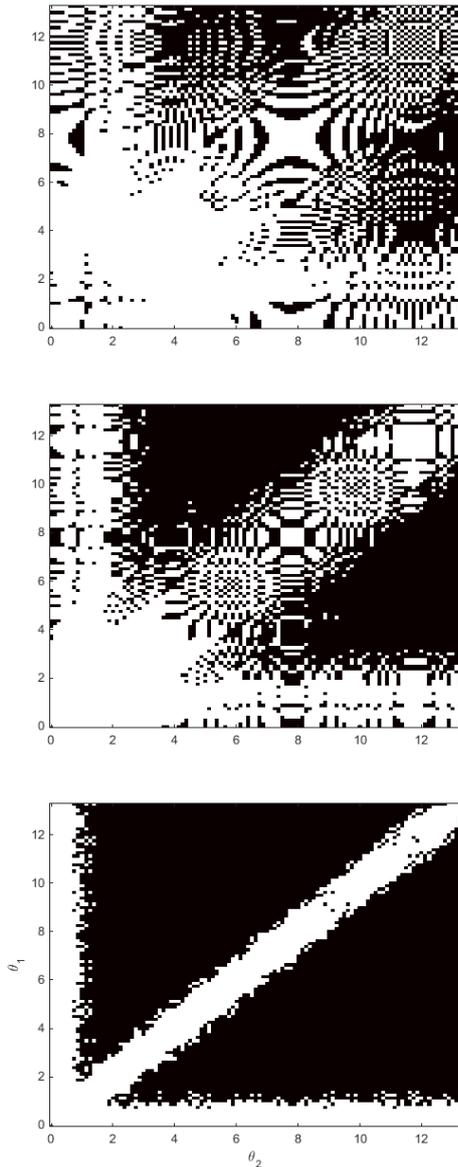


FIGURE 3 – Existence d'une solution unique en considérant une erreur de positionnement $\epsilon_\theta = 0, 25^\circ$ à une fréquence d'échantillonnage de 500 Mch/s (haut), 1 Géch/s (milieu) et 5 Géch/s (bas).

La figure 4 présente la distance R entre le couple (θ_1, θ_2) utilisé pour calculer les temps de vol et la deuxième solution la plus proche de ce point. Cela montre clairement les zones à privilégier dans le cadre de mesures où le positionnement angulaire est problématique, tel que décrit précédemment. Ainsi par exemple, le couple $(4^\circ, 10^\circ)$ permet ainsi une erreur de positionnement angulaire ϵ_θ de $0, 95^\circ$ à une fréquence d'échantillonnage de 5 Géch/s. Cette marge d'erreur de

positionnement permet de s'affranchir de l'orthogonalité de l'incidence normale.

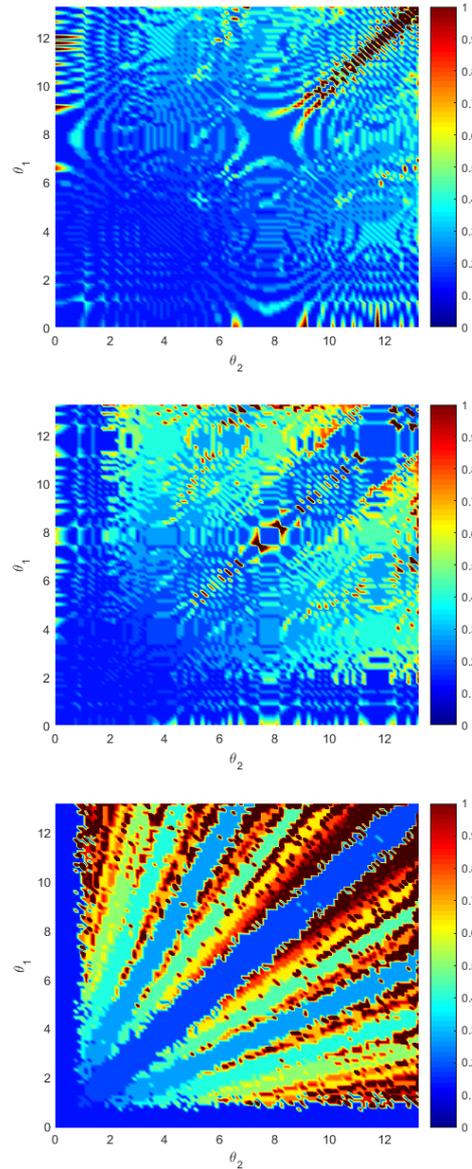


FIGURE 4 – Distance entre le couple (θ_1, θ_2) utilisé pour calculer les temps de vol et la deuxième solution la plus proche de ce point à une fréquence d'échantillonnage de 500 Mch/s (haut), 1 Géch/s (milieu) et 5 Géch/s (bas).

5 Conclusion

Dans ce papier, le problème direct pour la mesure optimale des vitesses ultrasonores et de l'épaisseur d'un matériau isotrope à partir de deux mesures en incidence oblique a été présenté. Le modèle est basé sur la mesure des temps de vols du premier et deuxième paquet pour deux mesures angulaires. Il a été montré que le problème peut être résolu à partir de deux mesures en incidence oblique pour une expérience de caractérisation ultrasonore de matériaux en immersion. Les équations couplées donnent lieu à une relation directe entre le rapport des temps de vol et des cosinus des angles d'incidence.

Cependant, le problème présente plusieurs minima locaux rendant complexe son inversion. Ce papier montre les

zones à privilégier dans le cadre d'une mesure, permettant une résolution inverse avec la présence d'un seul minima global. Pour cela, une étude en fonction de la fréquence d'échantillonnage a été menée et a montré que le problème peut être inversé pour de fréquences d'échantillonnage supérieures à 1 Géch/s en permettant l'apparition de zones où l'erreur de positionnement angulaire peut être supérieur à l'ordre de grandeur de l'erreur expérimentale ($> 1^\circ$).

Cette étude préliminaire permettra de réaliser une mesure optimale des vitesses ultrasonores et de l'épaisseur d'un matériau isotrope à partir de deux mesures en incidence oblique.

Références

- [1] D. Zellouf, Y. Jayet, N. Saint Pierre, J. Tatibouët, and J. C. Baboux. Ultrasonic spectroscopy in polymeric materials. application of the kramers–kronig relations. *Journal of Applied Physics*, 80(5) :2728–2732, 1996.
- [2] Julien Bustillo, Jerome Fortineau, Gael Gautier, and Marc Lethiecq. Ultrasonic characterization of porous silicon using a genetic algorithm to solve the inverse problem. *NDT & E International*, 62 :93–98, 2014.
- [3] Andres Arciniegas, Hossep Achdjian, Julien Bustillo, François Vander Meulen, and Jerome Fortineau. Experimental simultaneous measurement of ultrasonic properties and thickness for defect detection in curved polymer samples. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 36(3) :46, 2017.
- [4] J. Bustillo, H. Achdjian, A. Arciniegas, and L. Blanc. Simultaneous determination of wave velocity and thickness on overlapped signals using forward backward algorithm. *NDT & E International*, 86 :100 – 105, 2017.
- [5] Anton I. Lavrentyev and Stanislav I. Rokhlin. Determination of elastic moduli, density, attenuation, and thickness of a layer using ultrasonic spectroscopy at two angles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(6) :3467–3477, 1997.
- [6] Daniel Royer and Eugène Dieulesaint. *Elastic waves in solids*, volume I. Springer, Berlin Heidelberg New York, 2000.
- [7] Jean-Pierre Lefebvre, Philippe Lasaygues, and Serge Mensah. *Materials and Acoustics Handbook*, chapter Acoustic Tomography, Ultrasonic Tomography, pages 887–906. ISTE, London, UK, 2010.
- [8] J. Lubbers and R. Graaff. A simple and accurate formula for the sound velocity in water. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 24(7) :1065 – 1068, 1998.
- [9] Alan R Selfridge. Approximate material properties in isotropic materials. *IEEE transactions on sonics and ultrasonics*, 32(3) :381–394, 1985.