

CFA '18 LE HAVRE ■ 23-27 avril 2018
14^{ème} Congrès Français d'Acoustique



**Inférence Statistique pour la Caractérisation de Matériaux Poreux en
Tube à Impédance**

R. Roncen^a, F. Simon^b, E. Piot^b, C. Glorieux^c et R. Boonen^d

^aONERA, 2 avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse, France

^bONERA-The French Aerospace Lab, 2 Avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse, France

^cKatholieke Universiteit Leuven, Laboratory for Soft Matter and Biophysics, Celestijnenlaan 200d - box 2416, 3001 Leuven, Belgique

^dKatholieke Universiteit Leuven, Mechanical Engineering Technology TC, Group T Leuven Campus, Andreas Vesaliusstraat 13 - box 2600, 3000 Leuven, Belgique
remi.roncen@onera.fr

L'identification simultanée des paramètres intervenants dans la modélisation acoustique JCAPL de matériaux poreux rigides a été réalisée, à l'aide de mesures d'impédance en incidence normale. Pour cela, le problème inverse a été traduit dans le domaine de l'inférence statistique, dans le but d'obtenir les incertitudes associées aux paramètres identifiés. Une méthode d'inférence Bayésienne a été utilisée pour prendre en compte différentes sources d'incertitudes expérimentales et de modélisation. L'incertitude associée aux paramètres identifiés a été obtenue sous la forme de leur densité de probabilité postérieure, dont l'exploration numérique a été réalisée par une technique de Monte-Carlo par Chaîne de Markov évolutionnaire à sous-espaces d'échantillonnage adaptatifs. L'information disponible sur un même matériau a été augmentée par l'ajout de différents gaps d'air placés entre le poreux et le fond rigide, ajoutant ainsi au nombre de mesures du coefficient de réflexion.

1 Introduction

Dans le domaine de la réduction des émissions sonores des avions, des traitements passifs venant tapisser l'intérieur des nacelles, appelés liners, sont utilisés. Le caractère large bande du spectre d'émission des moteurs actuels rend difficile l'atténuation du bruit sur l'ensemble des audio-fréquences. L'un des enjeux consiste à concevoir des liners multi-couches composés de matériaux poreux, naturellement absorbants en hautes fréquences. Une des premières étapes préalable au design de tels liners est d'identifier les propriétés intrinsèques (porosité, tortuosité, perméabilité statique, ...) de différents matériaux poreux à structure rigide susceptibles d'être utilisés dans un liner, afin d'être capable d'en prédire le comportement acoustique. Une caractérisation imprécise de ces propriétés entraînerait une incertitude importante sur l'atténuation réelle attendue dans les applications visées.

Plusieurs études ont déjà été menées dans ce contexte d'identification des propriétés intrinsèques de matériaux poreux. Bien que des mesures directes (ne faisant pas intervenir de processus de minimisation) de certaines des propriétés soient possibles [1–4], certains de leurs désavantages (nécessité de plusieurs échantillons, mesures intrusives) ont orientés les stratégies d'identification vers des méthodes indirectes. L'idée générale est de mesurer la réponse acoustique du matériau dans le domaine des audio-fréquences et d'en déduire, à l'aide d'une modélisation adéquate, quelles sont les valeurs des propriétés intrinsèques permettant d'expliquer au mieux l'observation acoustique réalisée. Dans [5], les auteurs ont supposé connues la porosité et la perméabilité statique d'un échantillon de matériau poreux et réalisé une méthode inverse d'identification déterministe basée sur la minimisation entre l'impédance normale mesurée en tube de Kundt et celle obtenue par la modélisation de Johnson-Champoux-Allard (JCA, [6, 7]). Cela a permis d'évaluer la tortuosité du matériau, ainsi que les longueurs visqueuse et thermique dont la connaissance est nécessaire à l'utilisation du modèle JCA. L'extension du modèle JCA proposée par Lafarge (JCAL, [8]) et permettant l'amélioration de la description des effets thermiques en basse fréquence a été utilisée par Sellen [9]. La porosité et la perméabilité statique y sont mesurées indépendamment à l'aide d'un tube de Kundt à terminaison variable, puis une méthode inverse déterministe basée sur la minimisation entre impédances mesurées et simulées est réalisée. Cela a permis d'identifier la tortuosité, les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique ainsi que la perméabilité thermique du matériau. Zielinski [10] a réalisé des mesures d'impédance en incidence normale à l'aide d'un tube de Kundt, et plusieurs gaps d'airs ont été ajoutés derrière le matériau, de façon à augmenter

artificiellement le nombre d'observations obtenues sur un même échantillon. Une méthode inverse déterministe, basée sur la minimisation simultanée des différentes impédances mesurées, a permis l'identification simultanée des 6 paramètres du modèle JCAL. Dans [11], des mesures de pression acoustique réalisées en tube à impédance et en tube à transmission sont utilisées pour identifier simultanément les 6 paramètres du modèle JCAL. Une méthode d'inférence Bayésienne est introduite dans leur étude, permettant la prise en compte des incertitudes expérimentales (traduisant la répétabilité de l'expérience de mesure, après retournement de l'échantillon), afin d'identifier dans le cadre probabiliste les densités de probabilité associées aux paramètres intrinsèques caractérisés. Cela a permis de mettre en avant la capacité des mesures en tube à transmission à découpler l'identification des paramètres associés respectivement aux dissipations visqueuse et thermiques, ainsi que la mise en évidence du caractère mal posé de l'identification pour certains matériaux, montrant ainsi l'utilité du cadre de l'inférence Bayésienne dans ce contexte. Toutefois, les paramètres inertiels de Pride [12] n'ont pas encore été identifiés dans le cadre Bayésien à l'aide de mesures en audio-fréquence, et les considérations de quantification d'incertitude concernant l'expérience observée ou la modélisation utilisée n'ont pas été couplées à l'inférence statistique.

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette étude. Elle consiste à réaliser l'inférence statistique des propriétés intrinsèques de matériaux poreux acoustiques rigides dans le domaine des audio-fréquences, à l'aide du modèle de Pride (JCAPL) et en prenant en compte les incertitudes associées à la modélisation dans ce régime fréquentiel, ainsi que les incertitudes expérimentales.

Pour cela, la démarche a consisté à détailler la modélisation utilisée et à illustrer différents types de connexions possibles entre les domaines asymptotiques basse et haute fréquence (Section 2). Ensuite, c'est l'incertitude expérimentale associée aux mesures en tube à impédance qui est quantifiée (Section 3). La méthode d'inférence Bayésienne est présentée succinctement dans la Section 4, puis les résultats d'identification sont présentés et discutés dans la Section 5.

2 Modélisation acoustique dans le domaine des audio fréquences

On considère un matériau poreux rigide isotrope rempli d'air, d'épaisseur L connue. On s'intéresse à l'obtention de paramètres acoustiques mesurables du matériau, comme son impédance surfacique en incidence normale \tilde{Z}_s , ou son coefficient de réflexion \tilde{R}_s . Négligeant la contribution de la phase solide du matériau, on considère le milieu

poreux comme un fluide équivalent sujet à des pertes visco-inertielle-thermique. Suivant [13], on suppose un découplage total entre effets visco-inertiels et effets thermiques, permettant d'écrire l'équation d'acoustique linéaire régissant la propagation harmonique au sein du fluide équivalent:

$$\Delta p + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{\text{eq}}}{\tilde{K}_{\text{eq}}} p = 0, \quad (1)$$

où une tilde indique une grandeur complexe dépendant de la fréquence. La pression au sein d'un pore est notée p , $\omega = 2\pi f$ est la fréquence angulaire, $\tilde{\rho}_{\text{eq}}$ est la densité équivalente du fluide et englobe les effets visco-inertiels, et \tilde{K}_{eq} est le module de compressibilité équivalent, incluant tous les effets thermiques. On définit les grandeurs dynamiques $\tilde{\alpha}(\omega)$ et $\tilde{\beta}(\omega)$ par:

$$\tilde{\rho}_{\text{eq}} = \rho_f \tilde{\alpha}(\omega), \quad (2)$$

$$\tilde{K}_{\text{eq}} = K_f / \tilde{\beta}(\omega), \quad (3)$$

où ρ_f est la densité volumique de l'air ambiant et K_f son module de compressibilité. Une définition analytique de ces termes est possible dans la limite des basses fréquences (indice BF), où le fluide est visqueux-isotherme, et dans la limite des très hautes fréquences (indice HF) où le fluide a un comportement potentiel-adiabatique. On introduit leurs expressions, au sein du modèle de fluide équivalent de Jonhson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge ([6–8, 12]), dans ces deux régimes asymptotiques (convention $e^{+j\omega t}$):

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_{BF}(\omega) = \alpha_0 + \frac{\eta\phi}{k_0\rho_f} \frac{1}{j\omega}, \\ \tilde{\beta}_{BF}(\omega) = \gamma - \frac{(\gamma-1)}{\alpha'_0 + \frac{\eta\phi}{\rho_f k'_0 \text{Pr}}} \frac{1}{j\omega}, \\ \tilde{\alpha}_{HF}(\omega) = \alpha_\infty \left[1 + \frac{2}{\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{\rho_f}} \frac{1}{\sqrt{j\omega}} + \frac{\eta\phi(1-b)}{\rho_f \alpha_\infty k_0} \frac{1}{j\omega} \right], \\ \tilde{\beta}_{HF}(\omega) = 1 + (\gamma-1) \left[\frac{2}{\Lambda'} \sqrt{\frac{\eta}{\rho_f \text{Pr}}} \frac{1}{\sqrt{j\omega}} + \frac{\eta\phi(1-b')}{\rho_f \text{Pr} k'_0} \frac{1}{j\omega} \right], \end{cases} \quad (4)$$

où $j = \sqrt{-1}$, η est la viscosité dynamique de l'air, Pr est le nombre de Prandtl et γ le coefficient adiabatique. Les paramètres intrinsèques aux matériaux poreux introduits sont les suivants: ϕ est la porosité, α_∞ est la tortuosité, k_0 et k'_0 sont les perméabilités statiques visqueuse et thermique, respectivement; Λ et Λ' sont les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique, respectivement; enfin, α_0 et α'_0 sont les tortuosités statiques visqueuse et thermique, respectivement. Les paramètres b et b' sont des facteurs adimensionnés directement reliés à α_0 et α'_0 (dans ce travail, on exprimera les résultats d'identification avec ces derniers paramètres). Nous faisons référence à l'ouvrage d'Allard et Atalla [14, Chap. 5] pour les définitions et relations associées à ces différents paramètres. Dans Pride [12], plusieurs fonctions $F_i(\bar{x})$ autorisant la connexion de ces régimes asymptotiques sont présentées, ce qui permet l'obtention des grandeurs dynamiques $\tilde{\alpha}(\omega)$ et $\tilde{\beta}(\omega)$ sur l'ensemble des audio-fréquences à travers les relations

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}(\omega) = \alpha_\infty \left(1 + \frac{1}{j\bar{\omega}_v} F_i(\bar{x}_v) \right), \\ \tilde{\beta}(\omega) = \gamma - (\gamma-1) / \left(1 + \frac{1}{j\bar{\omega}_\tau} F_i(\bar{x}_\tau) \right), \end{cases} \quad (5)$$

où $\bar{\omega}_v = \omega\rho_f k_0 \alpha_\infty / (\eta\phi)$, $\bar{x}_v = 4\bar{\omega}_v k_0 \alpha_\infty / (\phi\Lambda^2)$, $\bar{\omega}_\tau = \omega\rho_f k'_0 \text{Pr} / (\eta\phi)$ et $\bar{x}_\tau = 4\bar{\omega}_\tau k'_0 / (\phi\Lambda'^2)$. Il existe une infinité de ces fonctions. Nous utiliserons les 5 décrites par

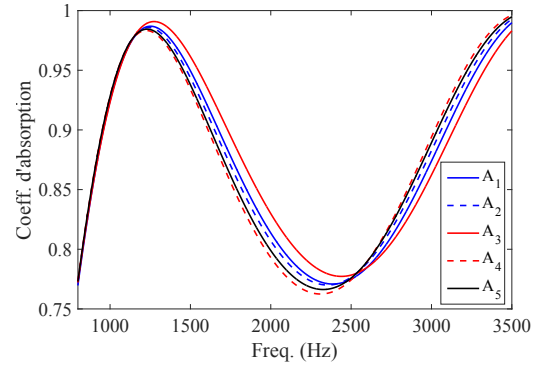


FIGURE 1 – Comparaison du coefficient d'absorption d'un matériau poreux d'épaisseur $L = 5$ cm pour différentes fonctions de connexion BF/HF. Propriétés intrinsèques utilisées : $\phi = 0.95$, $\alpha_\infty = 1.45$, $k_0 = 2.0e^{-9}$ m, $k'_0 = 10 \cdot k_0$, $\Lambda = 100 \mu\text{m}$, $\Lambda' = 2.5\Lambda$, $\alpha_0 = 2.2$ and $\alpha'_0 = 1.5$

Pride [12, Eq. 94–98]. Elles sont reprises ici pour référence:

$$\begin{cases} F_1(\bar{x}) = 1 - b + b \left(1 + j\bar{x} \frac{1}{b^2} \right)^{1/2} & F_2(\bar{x}) = \frac{1 + j\bar{x}a}{(1 + j\bar{x}a^2)^{1/2}} \\ F_3(\bar{x}) = \frac{1 + a\sqrt{j\bar{x}} + j\bar{x}a}{1 + a\sqrt{j\bar{x}}} & F_4(\bar{x}) = 1 - \frac{2}{3}b + \frac{\sqrt{j\bar{x}}}{\tanh\left[\frac{3}{2b}\sqrt{j\bar{x}}\right]} \\ F_5(\bar{x}) = 1 - b + \sqrt{j\bar{x}} \frac{t_0 [2\sqrt{j\bar{x}}/b]}{t_1 [2\sqrt{j\bar{x}}/b]}. \end{cases} \quad (6)$$

, avec $a = 1 - (1 - 1/b)^{0.5}$. On notera que c'est la fonction F_1 qui est utilisée le plus souvent dans la littérature. On trace sur la Figure 1 le coefficient d'absorption $A_i = 1 - |\tilde{R}_s|^2$, obtenu numériquement sur un cas synthétique représentant un même échantillon de matériau poreux placé dans un tube à impédance, utilisant les 5 fonctions F_i définies dans le Système 6. Les écarts observés entre les différentes courbes justifient la prise en compte de l'incertitude de modélisation lors des tentatives d'identification de propriétés intrinsèques de matériau poreux. Ces écarts entre courbes se ressèrent en basse fréquence, les fonctions considérées ayant asymptotiquement le même comportement. À cause du caractère mal posé des problèmes inverses associés à ce type d'identification, un faible écart dans les données d'entrées peut mener à des écarts arbitrairement grands dans les données de sorties (les paramètres identifiés). L'approche suivie dans cet article considère donc une identification simultanée sur les 5 modèles décrits dans cette section, ce qui traduit notre incertitude concernant le choix de modélisation à effectuer, et tend à moyenniser les résultats obtenus.

3 Caractérisation de l'incertitude associée à la mesure en tube à impédance

Un tube à impédance est utilisé afin de mesurer l'impédance en incidence normale d'un matériau poreux acoustique, placé sur un fond rigide ou un gap d'air, comme montré sur la Figure 2. Les mesures de pression réalisées en 2 positions permettent la détermination du coefficient de réflexion total du matériau $\tilde{R}_s(\omega)$ [15] :

$$\tilde{R}_s(\omega) = \frac{\hat{H} - e^{+jks}}{e^{-jks} - \hat{H}} e^{-2jk(l+s)},$$

où \hat{H} est la fonction de transfert entre microphones, $l = 20 \text{ mm}$ est la distance entre l'échantillon et le premier microphone et $s = 30 \text{ mm}$ est la distance entre les deux micros. Pour le cas d'un matériau placé contre un support

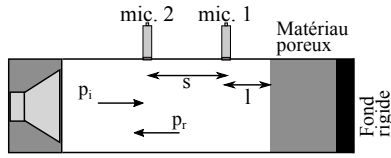


FIGURE 2 – Schéma du tube à impédance utilisé

rigide, on peut relier la modélisation adoptée (et les paramètres intrinsèques du matériau) à cette mesure via les relations

$$\tilde{R}_s(\omega) = \frac{\tilde{Z}_s(\omega) - 1}{\tilde{Z}_s(\omega) + 1}, \quad (7)$$

$$\tilde{Z}_s(\omega) = -j \sqrt{\frac{\tilde{\alpha}(\omega)}{\tilde{\beta}(\omega)}} \cot\left(\frac{\omega}{c_f} \sqrt{\tilde{\alpha}(\omega)\tilde{\beta}(\omega)}L\right), \quad (8)$$

avec $\tilde{Z}_s(\omega)$ l'impédance surfacique normalisée en incidence normale et $c_f = \sqrt{\gamma R_{\text{gas}} T}$ la célérité du son dans le milieu ambiant, R_{gas} est la constante des gaz parfaits et $T = 293.15 \text{ K}$ est la température ambiante absolue. En présence d'un gap d'air, la contribution de ce dernier à l'impédance totale peut être prise en compte [10].

Diverses incertitudes peuvent être associées aux mesures réalisées : les conditions expérimentales de température, le positionnement du matériau ou des microphones, la présence de fuites autour de l'échantillon ou des microphones, les erreurs de calibration de l'instrumentation, le post-traitement utilisé. Dans [16], les auteurs réalisent une analyse d'incertitude basée sur une intégration de type Monte-Carlo pour l'estimation des incertitudes expérimentales associées à la méthode de mesure à deux microphones, pour les coefficients de réflexion et d'impédance. Leurs résultats mettent en avant l'importance de la connaissance de la position des microphones entre eux et relativement au matériau testé. Dans la présente étude, on applique à notre cas la méthodologie développée par [16] afin d'évaluer l'incertitude associée à une mesure du coefficient de réflexion. Les paramètres variables sont les parties réelle (symbole \Re) et imaginaire (symbole \Im) de \hat{H} , les distance l et s , ainsi que la température T . On suppose que ces variables aléatoires suivent une distribution normale, dont les propriétés sont données dans le Tableau 1. Pour chaque

TABLE 1 – Incertitudes associées aux données d'entrées

Paramètre	$\Re(\hat{H})$	$\Im(\hat{H})$	l (mm)	s (mm)	T (K)
Moyenne	–	–	34	45	293.15
Écart type	2 %	2 %	0.5	0.5	1

valeur de \tilde{R}_s possible, on crée une valeur de référence pour \hat{H} . On forme ensuite $2 \cdot 10^5$ échantillons obtenus par tirage aléatoire dans l'espace des paramètres, en autorisant un écart type de 2 % des valeurs des parties réelle et imaginaire de \hat{H} , et l'on calcule enfin pour chaque échantillon tiré la valeur de \tilde{R}_s associée. On obtient ainsi, pour chaque valeur possible du coefficient de réflexion et pour chaque fréquence, une carte des écarts types associés aux parties réelle et imaginaire

de \tilde{R}_s , comme présenté sur la Figure 3 pour le cas où $f = 2000 \text{ Hz}$. Le coefficient de réflexion associé au matériau de la Figure 1 est également tracé dans le plan complexe. L'information contenue dans ces cartes nous impose de considérer distinctement lors de l'identification les parties réelle et imaginaire du coefficient de réflexion.

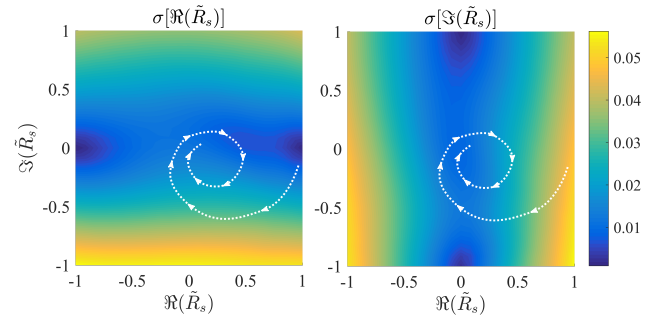


FIGURE 3 – Écarts types des parties réelle et imaginaire de \tilde{R}_s , à $f = 2000 \text{ Hz}$. Pointillés blancs : \tilde{R}_s pour le matériau défini dans la Figure 1, valeurs obtenues de 50 Hz à 4 kHz, le sens des flèches indique l'augmentation de la fréquence

4 Inférence Bayésienne et identification sous incertitude

Dans le contexte des problèmes inverses et de l'estimation de paramètres par inférence statistique et dans le cadre Bayésien, les paramètres d'intérêts sont considérés comme des variables aléatoires associées à des densités de probabilité [17, Chap. 8]. Ces densités traduisent la conjonction entre l'information déjà connue sur les paramètres et l'information obtenue via l'observation d'une nouvelle mesure. La solution du problème inverse n'est donc plus une valeur unique pour un paramètre, mais sa densité de probabilité postérieure. On la définit à l'aide de la règle de Bayes :

$$\pi(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{exp}}) = \frac{\pi(\mathbf{d}_{\text{exp}}|\mathbf{m})\pi(\mathbf{m})}{\pi(\mathbf{d}_{\text{exp}})}, \quad (9)$$

où $\mathbf{m} = (\phi, \alpha_{\infty}, k_0, \Lambda, \Lambda', k'_0, \alpha_0, \alpha'_0)$ est le vecteur des paramètres, \mathbf{d}_{exp} est la donnée expérimentale observée (ici, le coefficient de réflexion), $L(\mathbf{m}) \equiv \pi(\mathbf{d}_{\text{exp}}|\mathbf{m})$ est la fonction de vraisemblance, $\pi(\mathbf{m})$ est la densité a priori des paramètres, $\pi(\mathbf{d}_{\text{exp}})$ est une constante de normalisation non calculée en pratique et $\pi(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{exp}})$ est la densité postérieure recherchée.

4.1 Fonction de vraisemblance

La fonction de vraisemblance établit la corrélation physique entre les données observées et les paramètres d'intérêts. On utilise le modèle physique présenté dans la Section 2 et l'on définit les opérateurs directs G_{\Re} et G_{\Im} reliant les paramètres \mathbf{m} aux parties réelle et imaginaire du coefficient de réflexion:

$$G_{\Re}(\mathbf{m}) = \Re(\tilde{R}_s(\omega, \mathbf{m})), \quad G_{\Im}(\mathbf{m}) = \Im(\tilde{R}_s(\omega, \mathbf{m})). \quad (10)$$

Un bruit $\epsilon_{\Re, \Im}$ est introduit pour représenter notre incertitude concernant les données observées:

$$\Re(\mathbf{d}_{\text{exp}}) = G_{\Re}(\mathbf{m}) + \epsilon_{\Re}, \quad \Im(\mathbf{d}_{\text{exp}}) = G_{\Im}(\mathbf{m}) + \epsilon_{\Im}. \quad (11)$$

Les composantes de $\epsilon_{\mathfrak{R}, \mathfrak{J}}$ sont des variables aléatoires supposées indépendantes et identiquement distribuées selon une loi normale de moyenne nulle et de densité $\pi_{\epsilon_{\mathfrak{R}, \mathfrak{J}}}$. On suppose également que cette incertitude est indépendante des paramètres \mathbf{m} . La fonction de vraisemblance prend alors la forme

$$L(\mathbf{m}) = \pi_{\epsilon_{\mathfrak{R}}} \left(\mathfrak{R}(\mathbf{d}_{\text{exp}}) - G_{\mathfrak{R}}(\mathbf{m}) \right) \cdot \pi_{\epsilon_{\mathfrak{J}}} \left(\mathfrak{J}(\mathbf{d}_{\text{exp}}) - G_{\mathfrak{J}}(\mathbf{m}) \right). \quad (12)$$

Si l'on suppose que N expériences indépendantes de mesures sont réalisées sur un même échantillon (en variant la taille d'un gap d'air derrière lui par exemple [10], ou l'épaisseur du matériau), et que les fonctions $F_{i=1, \dots, 5}$ sont toutes utilisées dans la fonction de vraisemblance, celle-ci s'écrit

$$L(\mathbf{m}) \propto \prod_{\substack{n=1, \dots, N \\ i=1, \dots, 5}} \exp \left(- \frac{\left| \mathfrak{R}(\mathbf{d}_{\text{exp}}^n) - G_{\mathfrak{R}}^{n,i}(\mathbf{m}) \right|^2}{\sigma_{\mathfrak{R},n}^2} - \frac{\left| \mathfrak{J}(\mathbf{d}_{\text{exp}}^n) - G_{\mathfrak{J}}^{n,i}(\mathbf{m}) \right|^2}{\sigma_{\mathfrak{J},n}^2} \right), \quad (13)$$

où $\sigma_{\mathfrak{R},n}^2$ et $\sigma_{\mathfrak{J},n}^2$ sont les variances associées à l'incertitude estimée, pour chaque observation des parties réelle et imaginaire du coefficient de réflexion, respectivement. Le superscript i dans $G_{\mathfrak{R}, \mathfrak{J}}^{n,i}$ désigne la dépendance en F_i des opérateurs directs. La sommation sur les fréquences observées a été ommise pour clarifier les notations.

4.2 Prior

La densité *prior* contient les informations obtenues sur les paramètres d'intérêts, indépendamment de la donnée expérimentale utilisée lors de l'inférence. Elle reflète les connaissances de l'utilisateur sur le problème et généralise les contraintes classiques utilisées dans les problèmes inverses déterministes. Aucune mesure n'ayant été réalisée au préalable sur l'échantillon considéré, des densités homogènes à large étalement sont utilisées pour représenter notre ignorance avant l'observation des diverses mesures du coefficient de réflexion.

$$\pi(\mathbf{m}) = \prod_{k=1}^8 \pi_k(m_k). \quad (14)$$

4.3 Monte Carlo par Chaîne de Markov

La densité postérieure définie dans l'Eq. 9 n'étant connue qu'à une constante de normalisation près, il reste à expliquer comment tirer des échantillons de cette densité. Pour cela, on utilise une technique de Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC), comme dans [11, 18]. L'idée centrale est d'échantillonner directement la distribution postérieure à l'aide d'un algorithme de marche aléatoire explorant préférentiellement les régions de forte densité de probabilité. On renvoie le lecteur intéressé par ces techniques aux ouvrages de référence [19, 20]. Dans ce travail, les derniers ajouts aux méthodes MCMC ont été intégrés, afin de permettre l'auto adaptation de sous-espaces d'échantillonnage, l'échantillonnage à partir d'états passés, le multi-essais et le mixing des chaînes via des opérateurs de mutation et de crossover [21–23]. Dans cette étude, 3 chaînes sont utilisées en parallèle pour $1 \cdot 10^5$ itérations

chacune, dont on enlève les premiers 10% comme burn-in. Les chaînes sont initialisées sur le support du prior, et la convergence est vérifiée a posteriori à l'aide d'un diagnostic de type Gelman Rubin [24].

5 Identification des paramètres du modèle JCAPL

5.1 Résultats

Le processus d'identification par inférence Bayésienne est appliqué sur un matériau poreux d'épaisseur $L = 4.5$ cm, appelé M1 dans la suite. Différentes mesures du coefficient de réflexion sont réalisées sur la bande de fréquence 100 Hz – 4 kHz, en utilisant 3 gaps d'air d'épaisseurs différentes derrière le matériau ($L_{\text{air}} = 10$ mm, 40 mm, 80 mm). On utilise ensuite la stratégie d'identification développée dans la Section 4 afin d'obtenir les densités postérieures des paramètres du modèle JCAPL. Les termes $\sigma_{\mathfrak{R},n}^2$ et $\sigma_{\mathfrak{J},n}^2$ dans Eq. 13 sont calculés à l'aide de la méthode développée dans la Section 3, pour chaque mesure du coefficient de réflexion, à chaque fréquence donnée. Les données expérimentales mesurées, ainsi que les incertitudes associées, sont représentées sur la Figure 4. Les résultats de l'inférence sont résumés sur la Figure 5, où les densités 1D et jointes sont représentées. Les moyennes et écarts types (relatifs à la moyenne) associés à ces distributions sont repris dans le Tableau 2, ce qui est justifié par la forme Gaussienne des densités identifiées.

5.2 Discussion

Précisons tout d'abord que la faible sensibilité du paramètre α'_0 nous a imposé l'ajout d'une régularisation supplémentaire lors de son identification : la densité prior de α'_0 suit une loi normale de moyenne α_0/α_∞ et d'écart type 0.05, ce qui réduit la probabilité associée à des valeurs trop grandes de α'_0 . La valeur de l'écart type relatif associé à ce paramètre n'est pas renseignée pour ne pas induire le lecteur en erreur et impliquer que ce paramètre a été bien identifié : sans ce prior, aucune identification sur le paramètre n'est réalisable dans ce cas de figure. Aucun autre prior informatif n'est utilisé au cours de l'étude.

Les formes elliptiques allongées sur la Figure 5 témoignent d'une importante corrélation entre paramètres identifiés. Ces corrélations ne sont pas à associer à des corrélations physiques entre les valeurs de certains paramètres intrinsèques de matériaux poreux, mais plutôt à une influence partagée sur le comportement acoustique observé (ici, le coefficient de réflexion). Si l'on omet le paramètre α'_0 , les paramètres les moins sensibles lors de l'identification sont Λ'/Λ et k'_0/k_0 , ce qui est à mettre sur le compte du caractère basse fréquence des effets thermiques et des difficultés d'observation dans cette région asymptotique. Les valeurs obtenues pour les paramètres visqueux semblent très resserrées autour de leur moyenne, et cohérentes avec des valeurs de référence sur ce type de matériau poreux. Cela témoigne du caractère identifiable des paramètres d'intérêts. Dans le cas contraire, les densités de paramètres non-identifiables pourraient suivre une loi uniforme non-informative. Des mesures complémentaires seront

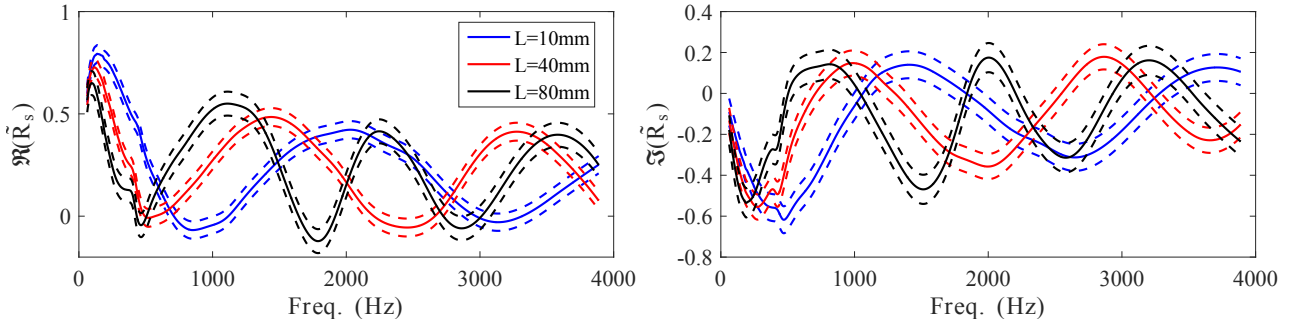


FIGURE 4 – Coefficients de réflexion mesurés et incertitude associée (intervalles de confiance à 95 %)

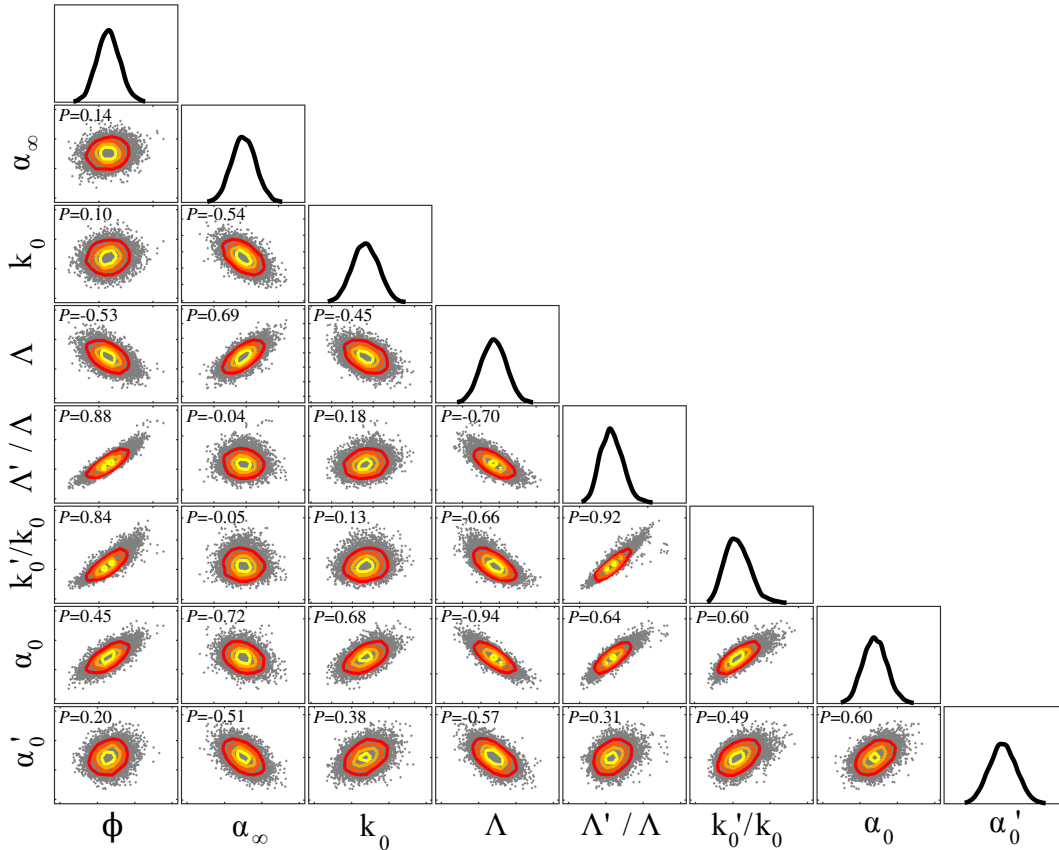


Figure 5 – Densités de probabilités postérieures des paramètres de l'échantillon M1 (éléments diagonaux) et densités jointes entre paramètres 2 à 2 (éléments extra-diagonaux : scatter-plot et kernel-distribution 2D, où chaque boucle délimite 20% des échantillons). Le coefficient de corrélation de Pearson P est également inclus dans le coin supérieur gauche de chaque graphe.

poursuivies afin de vérifier ces paramètres et ainsi valider la méthode, qui semble prometteuse pour l'identification de α_0 .

6 Conclusion

Une méthode d'identification par inférence Bayésienne a été présentée et appliquée sur un échantillon de matériau poreux, afin d'identifier les propriétés intrinsèques intervenants dans la modélisation acoustique JCAPL. Pour cela, une étude de la modélisation utilisée à montrer les écarts, dans le domaine des audio-fréquences, entre les différentes connexions des régions asymptotiques basse et haute fréquence. L'incertitude associée aux mesures expérimentales réalisées en tube à impédance a été quantifiée, ce qui a permis l'obtention des données nécessaires au processus d'inférence. Le problème inverse a ensuite été résolu en identifiant simultanément les 5 modèles de connexion asymptotique sélectionnés dans la littérature,

et les données observées constituées des coefficients de réflexion en incidence normale d'un matériau poreux placé devant un gap d'air d'épaisseur variable.

L'identification simultanée de tous les paramètres a été possible, mais il a été pour cela nécessaire de régulariser l'inversion de la tortuosité statique thermique, paramètre le moins influent sur l'acoustique du matériau testé dans la bande fréquentielle étudiée. Les autres paramètres, et l'incertitude associée à leur identification, ont pu être obtenus par inférence objective. L'obtention des densités de probabilités postérieures des propriétés établit les corrélations entre paramètres ainsi que leur identifiabilité.

Remerciements

Le premier auteur R. Roncen tient à remercier la Région Occitanie ainsi que l'Université Catholique de Louvain et le Laboratory for Soft Matter and Biophysics

Table 2 – Moyennes et écarts types relatifs des paramètres identifiés

Paramètre	ϕ	α_∞	k_0 (10^{-9} m ²)	Λ (10^{-6} m)	Λ'/Λ	k'_0/k_0	α_0	α'_0
Moyenne	0.94	1.46	1.63	91	2.5	9.3	2.3	1.6
Écart type relatif (%)	0.5	0.5	0.7	1.3	6	12	0.7	–

pour la participation financière ayant permis la mobilité internationale lors de laquelle les mesures présentées dans cet article ont été réalisées.

Références

- [1] L. L. Beranek, Acoustical properties of homogeneous, isotropic rigid tiles and flexible blankets, *J. Acoust. Soc. Am.* 19 (4) (1947) 556–568. doi:10.1121/1.1916521.
- [2] R. L. Brown, R. H. Bolt, The measurement of flow resistance of porous acoustic materials, *J. Acoust. Soc. Am.* 13 (4) (1942) 337–344. doi:10.1121/1.1916184.
- [3] Z. E. A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier, C. Aristegui, J.-Y. Chapelon, Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence, *J. Acoust. Soc. Am.* 113 (5) (2003) 2424–2433. doi:10.1121/1.1567275.
- [4] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown, B. Castagnede, Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air, *J. App. Phys.* 80 (4) (1996) 2009–2012. doi:10.1063/1.363817.
- [5] Y. Atalla, R. Panneton, Inverse acoustical characterization of open cell porous media using impedance tube measurements, *Canadian Acoustics* 33 (1) (2005) 11–24.
- [6] D. L. Johnson, J. Koplik, R. Dashen, Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, *J. Fluid Mech.* 176 (1987) 379–402. doi:10.1017/S0022112087000727.
- [7] Y. Champoux, J.-F. Allard, Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media, *J. Appl. Acoust.* 70 (4) (1991) 1975–1979. doi:10.1063/1.349482.
- [8] D. Lafarge, Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique : Définition de paramètres géométriques, analogie électromagnétique, temps de relaxation, Ph.D. thesis, Université du Maine, Le Mans, France (1993).
- [9] N. Sellen, M.-A. Galland, O. Hilbrunner, Identification of the characteristic parameters of porous media using active control, in : 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Breckenridge, Colorado, 2002. doi:10.2514/6.2002-2504.
- [10] T. G. Zieliński, Normalized inverse characterization of sound absorbing rigid porous media, *J. Acoust. Soc. Am.* 137 (6) (2015) 3232–3243. doi:10.1121/1.4919806.
- [11] M. Niskanen, J.-P. Groby, A. Duclos, O. Dazel, J. Le Roux, N. Poulain, T. Huttunen, T. Lähivaara, Deterministic and statistical characterization of rigid frame porous materials from impedance tube measurements, *J. Acoust. Soc. Am.* 142 (4) (2017) 2407–2418. doi:10.1121/1.5008742.
- [12] S. R. Pride, F. D. Morgan, A. F. Gangi, Drag forces of porous-medium acoustics, *Phys. Rev. B* 47 (9) (1993) 4964. doi:10.1103/PhysRevB.47.4964.
- [13] C. Zwikker, C. W. Kosten, *Sound absorbing materials*, Elsevier, 1949.
- [14] J. Allard, N. Atalla, *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials 2e*, John Wiley & Sons, 2009. doi:10.1002/9780470747339.
- [15] M. A. Kuczmarski, J. C. Johnston, Acoustic absorption in porous materials.
- [16] T. Schultz, M. Sheplak, L. N. Cattafesta III, Uncertainty analysis of the two-microphone method, *J. Sound. Vib.* 304 (1-2) (2007) 91–109.
- [17] R. C. Smith, *Uncertainty quantification : theory, implementation, and applications*, Vol. 12, Siam, 2013.
- [18] J.-D. Chazot, E. Zhang, J. Antoni, Acoustical and mechanical characterization of poroelastic materials using a bayesian approach, *J. Acoust. Soc. Am.* 131 (6) (2012) 4584–4595. doi:10.1121/1.3699236.
- [19] W. R. Gilks, S. Richardson, D. Spiegelhalter, *Markov chain Monte Carlo in practice*, CRC press, 1995.
- [20] W. K. Hastings, Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications, *Biometrika* 57 (1) (1970) 97–109.
- [21] C. J. Ter Braak, Genetic algorithms and markov chain monte carlo : Differential evolution markov chain makes bayesian computing easy (revised), Tech. rep., Wageningen UR, Biometris (2005).
- [22] C. J. Ter Braak, A markov chain monte carlo version of the genetic algorithm differential evolution : easy bayesian computing for real parameter spaces, *Statistics and Computing* 16 (3) (2006) 239–249. doi:10.1007/s11222-006-8769-1.
- [23] E. Laloy, J. A. Vrugt, High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try drem(zs) and high-performance computing, *Water Resour. Res.* 48 (1) (2012) n/a–n/a, w01526. doi:10.1029/2011WR010608.
- [24] A. Gelman, D. B. Rubin, *Inference from iterative simulation using multiple sequences*, *Statistical science* 7 (4) (1992) 457–472. URL <http://www.jstor.org/stable/2246093>