

Caractérisation et Localisation de Drone à Partir d'un Réseau de Capteurs

T. Blanchard, J.-H. Thomas et K. Raoof LAUM UMR CNRS 6613, avenue Olivier Messiaen, 72000 Le Mans, France torea.blanchard@hotmail.fr L'emploi actuellement croissant de drones nécessite une remise en question de la sécurité des sites sensibles ou stratégiques afin de lutter contre une utilisation inappropriée et éviter toute menace potentielle. Il est donc nécessaire de développer des systèmes permettant de les détecter et de les localiser dans leur environnement. Toutefois, la taille de ces engins et les matériaux utilisés rendent leur détection très difficile à l'aide de systèmes employant des signaux électromagnétiques ou utilisant des méthodes optiques. Une localisation par mesure acoustique est donc proposée exploitant l'onde sonore émise par leur motorisation ou leur sifflement aérodynamique. Pour cela une antenne acoustique utilisant un faible nombre de capteurs a été dimensionnée afin d'être sensible aux fréquences identifiées du signal. Deux méthodes de localisation sont utilisées. La première se base sur une approche énergétique en cherchant à calculer l'énergie de l'antenne dans toutes les directions (formation de voies). L'énergie de la réponse de l'antenne sera maximale dans la direction correspondant à la direction de la source. La seconde consiste à estimer directement la position de la source en calculant les différences de temps d'arrivée de l'onde acoustique entre différentes paires de capteurs (goniométrie). Des simulations numériques, appuyées par une campagne de mesures, permettent de mettre en relief les performances des méthodes de localisation employées.

1 Introduction

L'étude des méthodes de localisation acoustique est un axe majeur de recherche pour des applications diverses telles que la bioacoustique [1], la robotique [2] ou encore la détection de nuisances sonores. Depuis quelques années, l'utilisation de petits engins volant de type drone près de zones sensibles nécessite une remise en question des systèmes de surveillance. En effet, à cause de leurs petites tailles, ces engins sont difficilement détectables par des systèmes classiques comme les caméras optiques ou les radars. Une alternative est l'utilisation de méthodes acoustiques pour localiser ces appareils dans leur environnement. Ces méthodes exploitent le bruit généré par la motorisation ou le sifflement aérodynamique dû à la mise en rotation de leurs hélices.

Les méthodes de localisation peuvent se classer selon trois catégories d'approches différentes. La première consiste à reconstruire le champ acoustique environnant dans toutes les directions à partir des signaux acquis par un réseau de microphones constituant l'antenne acoustique [3]. Des solutions alternatives permettent d'améliorer la résolution en matière de localisation. Ces solutions sont dites à haute résolution [4, 5]. La seconde approche détermine la position d'une source sonore à partir de la mesure directe des différences de temps de propagation de l'onde émise entre différentes paires de microphones [6]. La principale difficulté de cette approche réside dans la mesure des différences de temps d'arrivée sur le réseau de microphones. Plusieurs procédés sont proposés dans la littérature dont le plus répandu est la fonction d'inter-corrélation et ses variantes [7, 8] ou encore la méthode de décomposition en valeurs propres adaptative dans des cas plus complexes avec présence de réverbération [9]. La dernière approche exploite la représentation parcimonieuse du signal mesuré [10].

Avant l'étape de localisation, il est essentiel de pouvoir identifier le signal source et donc de caractériser dans un premier temps sa signature acoustique. Le bruit généré par la mise en rotation d'un rotor de drone de petite taille avec hélices est principalement d'origine aérodynamique [11]. De plus, l'étude de la signature acoustique de plusieurs rotors (avec hélices) montre que les spectres résultant, selon qu'il y ait 1, 2, 3 ou 4 rotors en fonctionnement, ne diffèrent que pour les amplitudes. La structure des spectres est inchangée [12].

Ce papier se propose d'étudier la localisation de sources dans le cas particulier d'un drone quadri-moteurs bipales. Les méthodes de formation de voies et de goniométrie sont utilisées pour la localisation. Des mesures réalisées dans la salle sourde du laboratoire permettent de comparer ces deux méthodes et d'analyser les caractéristiques acoustiques du drone pour différentes configurations précisées dans le document. Le document est organisé de la manière suivante : les méthodes de localisation sont d'abord décrites dans le cas général d'une antenne à M microphones sans contrainte *a priori* sur sa géométrie. Des exemples de simulations numériques sont ensuite présentés pour un exemple d'antenne. Puis les caractéristiques acoustiques du drone sont extraites au travers de mesures expérimentales. Ces analyses ont permis d'adapter la géométrie de l'antenne aux fréquences identifiées du signal. Des mesures de localisation ont ensuite été réalisées et analysées afin de valider les méthodes.

2 Méthodes de localisation

Dans l'étude, la propagation dans l'air est considérée en champ libre et lointain. La célérité des ondes est noté c.

2.1 Formation de voies

La méthode de formation de voies, dans sa version temporelle, reconstruit le signal de pression acoustique $p(t, \Theta)$ dans une direction de focalisation Θ à partir des signaux $p_n(t)$ (n = 1, M) acquis par les microphones de l'antenne et en utilisant les positions supposées connues des capteurs selon

$$p(t,\Theta) = \frac{1}{M} \left(p_{ref}(t) + \sum_{n=1}^{M-1} a_n p_n(t + \tilde{\tau}_n(\Theta)) \right). \tag{1}$$

 a_n est un coefficient de pondération et $\tilde{\tau}_n(\Theta)$ exprime le retard théorique entre les signaux $p_n(t)$ et $p_{ref}(t)$ issus respectivement du microphone *n* et de celui de référence, choisi arbitrairement parmi les microphones de l'antenne (ici $p_{ref}(t) = p_0(t)$). L'ensemble des signaux sont avancés selon les retards évalués pour une direction donnée. Lorsque les signaux sont en phases, l'énergie $|p|^2$ de l'antenne est alors maximale dans la direction de focalisation associée. La formation de voies solutionne théoriquement un problème d'optimisation en minimisant l'écart entre l'amplitude de la source émise et sa reconstruction.

L'avantage des méthodes énergétiques est qu'elles sont robustes face au bruit de mesure mais sont cependant assez



FIGURE 1 – Mesure de la différence de temps d'arrivée τ_{nm} entre deux microphones *n* et *m* pour une onde plane émise en **s**.

coûteuses en temps de calcul, selon le choix du maillage de l'espace, pouvant rendre ces méthodes peu adaptées à des applications temps-réel. Une alternative est l'utilisation de méthodes "directes" telle que la goniométrie.

2.2 Goniométrie

2.2.1 Principe

La goniométrie exploite directement les différences de temps d'arrivée mesurées par des paires de microphones. Avec l'hypothèse d'ondes planes, le temps de propagation entre deux microphones n et m de l'antenne vaut

$$\tau_{nm} = c^{-1} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_n)^T \mathbf{n}_s, \qquad (2)$$

avec \mathbf{x}_n et \mathbf{x}_m les vecteurs de position des microphones n et m et \mathbf{n}_s le vecteur unitaire dirigé vers la source comme cela est indiqué sur le schéma Figure 1. ^{*T*} dénote l'opérateur transposé. Sans nuire à la généralité du principe, le microphone n = 0 est positionné en $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$. En remarquant que la différence de temps d'arrivée d'une onde entre deux microphones vérifie la relation de Chasles $(\tau_{mn} = \tau_{mk} + \tau_{kn})$ il apparaît que parmi les M(M-1)/2 paires de microphones possibles, M - 1 paires sont linéairement indépendantes [13]. Autrement dit, uniquement M - 1 relations (Eq. (2)) - linéairement indépendantes - sont nécessaires à la résolution du problème de localisation par goniométrie. En écrivant ces relations dans le formalisme matriciel et en notant $\tau_n = \tau_{n0}$, le problème de localisation se traduit par la résolution du système suivant :

$$\boldsymbol{\tau} = c^{-1} \mathbf{D} \mathbf{n}_s,$$

$$[\dots \tau_n \dots]^T, \ \mathbf{D} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_n \dots \mathbf{x}_{M-1}]^T.$$
(3)

2.2.2 Résolution du problème

 $\tau =$

L'inversion du problème donnée par l'Eq. 3 dépend uniquement de la géométrie de l'antenne. En effet, la matrice **D** est construite à partir des informations sur la position des microphones et de leur nombre. L'inversion de la matrice **D** se fait en calculant la pseudo-inverse de la matrice,

$$\mathbf{n}_s = c\mathcal{D}\boldsymbol{\tau}, \ \mathcal{D} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T.$$
(4)

La pseudo-inversion permet d'assurer au moins une solution malgré un nombre important de microphones (D

rectangulaire). Il y a unicité de la solution si et seulement si le rang de la matrice est plein. D'un point de vue géométrique, cela revient à ne pas positionner les microphones dans un même plan si la localisation se fait dans l'espace 3D ou sur une ligne droite pour une localisation bidimensionnelle.

2.2.3 Mesure des différences de temps d'arrivée

Une étape importante dans le processus de localisation par la méthode de goniométrie est l'estimation des différences de temps d'arrivée. L'accès à ces données est fondamental pour extraire la position de la source. La méthode la plus répandue consiste à rechercher le maximum de la fonction d'intercorrélation entre deux signaux. Lorsque deux signaux contenant la même information sont déphasés d'un temps T, un pic apparaît dans la fonction de corrélation à cette valeur. Toutefois, l'estimation de ce maximum peut être biaisée par la présence de bruit parasite. Une méthode alternative a donc été développée généralisant la fonction d'intercorrélation dans le domaine fréquentiel [7] afin d'améliorer la recherche du retard (réduction des lobes secondaires et de la largeur du lobe principal). La fonction d'intercorrélation généralisée est donnée par l'Eq. (5).

$$R_{nm}^{GCC}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(f) P_{nm}(f) e^{2j\pi f\tau} \mathrm{d}f.$$
 (5)

 $P_{nm}(f)$ est l'interspectre des deux signaux. Plusieurs choix du facteur de pondération $\Phi(f)$ sont proposés dans la littérature [8]. Finalement, le déphasage est donné par l'Eq. (6).

$$\hat{\tau} = \arg \max \left\{ R_{nm}^{GCC}(\tau) \right\}.$$
(6)

2.3 Simulations numériques



FIGURE 2 – Schéma de l'antenne acoustique constituée de 10 microphones.

Les simulations sont réalisées avec un exemple simple de géométrie d'antenne afin de mettre en relief les caractéristiques de localisation d'une source. L'antenne acoustique utilisée est présentée Figure 2. Elle est constituée de M = 10 microphones. Son envergure (longueur de chaque bras) est L et l'écart entre chaque microphone est d = L/3. Un monopôle est modélisé avec une fréquence f_s et placé à une distance r_s de l'origine de l'antenne. Les simulations sont faites avec $a_n = 1, n = 1..M - 1, \Phi(f) = 1$ et sans bruit. Les résultats des simulations sont présentés sur la Figure 3 pour deux cas de figure. Pour ces deux configurations, l'hypothèse d'ondes planes, donnée par la distance de Fresnel $D_F = f_s L^2/2c < r_s$, est respectée. Dans le premier cas, le rapport $d/(\lambda/2)$ vaut 0.33 (respect de la condition d'échantillonnage spatial de Shannon). La source est bien estimée par les deux méthodes. Cependant, lorsque ce rapport augmente, i.e. que la longueur d'onde de la source devient petite par rapport à l'écartement inter-microphonique, il y a ambiguïté dans l'estimation de la position de la source $(d/(\lambda/2) = 2.33)$. Il apparaît que la fréquence du signal à localiser impacte les résultats d'estimation de la position de la source. La géométrie de l'antenne doit donc être adaptée aux fréquences du signal à identifier selon le critère de Shannon. La fréquence limite basse d'étude est donnée par la relation :

$$f_{min} > \frac{c}{L} \tag{7}$$



50 150 -150 -100 -50 0 100 Azimut (°) (b)

FIGURE 3 – Résultats de l'estimation d'un monopôle de longueur d'onde λ pour deux cas de figure : (a) $d/(\lambda/2) = 0.33$ et (b) $d/(\lambda/2) = 2.33$.

0

Caractérisation et localisation par 3 mesures acoustiques d'un drone

Des mesures de caractérisation et de localisation acoustique ont été réalisées sur un drone quadri-moteurs bipales. Les objectifs de ces mesures sont (i) d'identifier le bruit aérodynamique dû aux pales et celui d'origine mécanique provenant de l'arbre du rotor, (ii) d'examiner l'impact d'une mise en mouvement du drone sur le signal total enregistré - la mise en mouvement du drone se fait par une vitesse de rotation différente pour chaque rotor donnant lieu à une inter-modulation des signaux provenant de chaque rotor - (iii) de mesurer la directivité du bruit généré dans le plan latéral et vertical et (iv) d'évaluer les performances de localisation pour les deux méthodes employées.

3.1 Matériel

Le système d'acquisition est composé d'un châssis PXI-1036 National Instrument, de microphones BSWA Technology série MPA 416 et 466 1/4", dont la plage dynamique est 20 Hz - 20 kHz et d'un ordinateur portable. Les signaux sont enregistrés à l'aide du logiciel SignalExpress 2015 et les mesures ont été réalisées sur un drone DJI série Phantom 4. La fréquence de coupure de la salle sourde est f = 70 Hz. Une caméra rapide de Vision Research Inc. série Phantom v5.1 a été utilisée afin de mesurer la fréquence de rotation des hélices et de permettre d'identifier dans le spectre la fréquence correspondante.

3.2 Protocole de mesures et résultats

3.2.1 Mesures de caractérisation acoustique



FIGURE 4 – Photo du drone fixé en 8 points d'attaches à l'aide de fils en nylon. La caméra rapide pointée verticalement au-dessus du drone permet de mesurer la vitesse de rotation des hélices.

Pour les mesures de caractérisation acoustique, le drone a été fixé à l'aide de fils en nylon en 8 points d'attaches afin d'éviter un décollage intempestif. La caméra rapide est positionnée au-dessus du drone comme le montre la Figure 4. Le microphone est placé à une distance de 150 cm du drone et dans le même plan que les hélices (soit une hauteur de 80 cm approximativement) pour les mesures de signature acoustique et à 110 cm pour les mesures de directivité horizontale. La durée de chaque acquisition est de 10 s. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 30 kHz permettant une analyse du spectre jusqu'à 15 kHz. Les densités spectrales de puissance sont calculées par périodogramme moyenné sur des tronçons pondérés par des fenêtre de Hanning sur 10000 échantillons et avec un recouvrement de 50%.

La première mesure a été effectuée avec et sans hélice. La Figure 5 montre les densités spectrales de puissance obtenues. Le bruit d'origine mécanique (courbe rouge) domine le spectre aux alentours de 1 kHz et au delà de 1400 Hz jusqu'à 8 kHz environ : approximativement jusqu'à 20 dB de différence par rapport au bruit ambiant. Le bruit aérodynamique (courbe bleue) est cependant prédominant sur l'ensemble du spectre en présence d'hélices. Des harmoniques de haute énergie, dont la fondamentale est égale à 256 Hz, sont présentes jusqu'à environ 6 kHz. La vitesse de rotation des hélices a pu être mesurée à l'aide de la caméra rapide. Elle a été configurée pour enregistrer 1 image toutes les 250 μ s. Une pale de l'hélice effectue un tour complet en 31 images correspondant à une vitesse de rotation d'environ 7742 tr.min⁻¹, soit une fréquence de rotation de 128 Hz environ correspondant à la fréquence de rotation du rotor. Les hélices étant constituées de deux pales, l'harmonique correspondant à leur fréquence de rotation se situe bien aux alentours de 256 Hz.



FIGURE 5 – Spectre de puissance du signal acoustique du drone généré avec et sans hélice et à vitesse maximale, (a) sur la plage [0, 15] kHz et (b) sur la plage [0, 2100] Hz.

Le bruit d'origine mécanique est faible devant le bruit aérodynamique du drone dès lors que l'appareil est en vol. En effet, d'après la relation d'Abbott [14], la vitesse de rotation nécessaire à chaque hélice pour permettre à l'appareil de décoller - i.e. d'avoir une poussée supérieure au poids de l'appareil (13,42 N) - est de 5503 tr.min⁻¹ environ. À cette vitesse, la signature acoustique du drone est clairement identifiable en basses fréquences (Figure 6b). En dessous de cette fréquence de rotation, le spectre ne présente pas le même profil.





FIGURE 6 - (a) Spectrogramme du signal acoustique, sur la plage [0, 3000] Hz, généré par le drone à partir du démarrage de l'appareil jusqu'à sa vitesse maximale et (b) spectre du signal au point de décollage.

Quatre nouvelles acquisitions ont ensuite été réalisées pour analyser l'inter-modulation des signaux lorsque le drone se meut dans les quatre directions principales de l'espace : droite, gauche, avant et arrière. Le déplacement du drone se fait par une différence de vitesse de rotation entre chaque rotor qui se traduit dans le spectre du signal par un décalage en fréquence de ses harmoniques. Il apparaît en effet sur les spectres un décalage en fréquence des harmoniques lorsque le drone change de direction. Les graphes Figure 7 montrent les résultats obtenus pour la première harmonique du signal. La variation fréquentielle est très faible - de l'ordre de 4 à 5 Hz - ce qui n'altère pas de manière importante la signature acoustique du drone lorsqu'il est en mouvement.

Les mesures de directivité dans le plan latéral du drone



FIGURE 7 – Zoom sur la première harmonique du signal acoustique du drone avec hélices pour quatre directions (a) droite/gauche et (b) avant/arrière. Mesures à vitesse maximale.

ont été faites tous les 20°. Pour chaque point de mesure, le niveau sonore a été calculé de la manière suivante :

$$P_{\rm dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{x_{eff}}{b_{eff}} \right) \tag{8}$$

où x_{eff} et b_{eff} sont respectivement les valeurs efficaces du signal mesuré et du bruit. Il apparaît d'après le diagramme Figure 8 que le niveau de bruit généré par le drone est identique dans toutes les directions. Cela se comprend par la symétrie de l'appareil.

3.2.2 Mesures de localisation

La géométrie de l'antenne a été modifiée de sorte à être sensible aux harmoniques du signal se trouvant au moins en dessous de 2200 Hz. La structure de l'antenne est la même que celle en Figure 2, à la différence que l'écart inter-microphonique n'est plus constant. L'antenne a été réalisée en tenant compte de la condition :

$$f_{max} < \frac{c}{2d_{min}} \tag{9}$$

où d_{min} est le plus petit écart entre deux microphones comprenant celui de référence. Pour chaque bras, l'espacement entre le microphone de référence et celui

Diagramme de directivité du drone dans son plan horizontal (dB SPL)



FIGURE 8 – Diagramme de directivité du bruit généré par le drone à pleine puissance dans son plan latéral.

adjacent est de 8 cm, puis de 20 cm avec le suivant et enfin 60 cm avec le dernier. Ces écarts permettent à l'antenne, d'après l'Eq. (9), d'être sensible aux fréquences comprises entre 572 Hz et 2143 Hz.

Une mesure de localisation a été réalisée. Le drone a été placé à terre et à 3 m face à l'antenne (azimut = 45° , élévation $\approx 5,7^{\circ}$). Le drone est ensuite déplacé verticalement à vitesse constante de cette position jusqu'à environ 3.5 m de hauteur. Il est ensuite stabilisé pendant quelques secondes avant de faire le déplacement inverse. La Figure 9 montre les graphes d'erreurs en azimut et en élévation au cours du temps. L'estimation de la position du drone a été faite toutes les 0.5 s. Les erreurs en élévation sont inférieures à 12.5° pour toutes les mesure. En azimut, elles sont inférieures à 10° à l'exception d'une estimation pour la goniométrie donnant une valeur aberrante (correspondant à l'estimation avec la plus grande erreur en élévation). Ceci doit provenir d'une mauvaise estimation des différences de temps de retards.

4 Conclusion

Dans ce papier, le problème de localisation d'une source acoustique a été traité par deux méthodes différentes : la formation de voies et la goniométrie. Les principes de ces méthodes ont été décrits et appuyés par des simulations numériques. Pour ces simulations, une antenne acoustique a été modélisée afin de mettre en évidence la relation entre sa géométrie (disposition des microphones) et la fréquence de la source à localiser. Si l'antenne est trop grande devant la longueur d'onde de la source (non respect de la condition d'échantillonnage spatial de Shannon), la localisation n'est pas possible sans ambiguïté.

La caractérisation acoustique d'un drone quadri-moteurs est présentée au travers de mesures expérimentales réalisées dans la salle sourde du laboratoire. Il apparaît que le profil spectral du bruit rayonné par le drone est identifiable dès lors que l'appareil est en capacité de décoller. Ces mesures ont également permis de mettre en évidence l'aspect omnidirectionnel du bruit rayonné dans le plan latéral de l'appareil. Le bruit rayonné est principalement d'origine aérodynamique et domine le spectre jusqu'à environ 6 kHz.

Enfin, une antenne acoustique a été réalisée en tenant



FIGURE 9 – Erreur angulaire sur les mesures de localisation (a) en azimut et (b) en élévation.

compte des informations apportées par les simulations numériques et les mesures de caractérisation acoustique. Cette antenne est calibrée pour identifier des sources dans la bande passante [572, 2143] Hz. Une mesure de localisation du drone a ensuite été réalisée. Les résultats montrent que la localisation par formation de voies et goniométrie est encourageante. Les erreurs de localisation sont faibles (inférieures à 12.5°) à l'exception d'une mesure par goniométrie qui doit être due à une mauvaise estimation des différences de temps d'arrivée.

Des mesures en conditions réelles sont envisagées à partir du même drone et d'un avion de modélisme à une hélice bipale.

Remerciements

Cette thèse est financée par la Direction Générale de l'Armement (DGA).

Références

 J. Lopez-Marulanda, O. Adam, T. Blanchard, M. Vallée, D. Cazau and F. Delfour. *First Results* of an Underwater 360°HD Audio-Video Device for Etho-Acoustical Studies on Bottlenose Dolphins (*Tursiops truncatus*). Aquatic Mammals, 43(2), 162, 2017.

- [2] S. Argentieri, P. Danès and P. Souères. A Survey on Sound Source Localization in Robotics : from Binaural to Array Processing Methods. Computer Speech & Language, 34(1), 87-112, 2015.
- [3] B. D. Van Veen and K. M. Buckley. *Beamforming : A Versatile Approach to Spatial Filtering*. IEEE ASSP Magazine, 5(2), 4-24, 1988.
- [4] S. Marcos and J. Sanchez-Araujo. Méthodes "Linéaires" Haute Résolution pour l'Estimation de Directions d'Arrivée de Sources. Performances Asymptotiques et Complexité. Traitement du Signal, 14(2), 99-116, 1997.
- [5] H. Ma. Localisation de Sources par Méthodes à Haute Résolution et par Analyse Parcimonieuse. Thèse de l'Université de Franche-Comté, 2011.
- [6] E. Van Lancker. Acoustic Goniometry : A Spatio-Temporal Approach. Thèse de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2001.
- [7] C. H. Knapp and G. Clifford Carter. *The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 24(4), 320-327, 1976.
- [8] J. L. Lacoume. Delay Measurement. From Submarine Acoustics to Oceanic Acoustic Tomography. Traitement du Signal, 2007.
- [9] J. Benesty. Adaptive Eigenvalue Decomposition Algorithm for Passive Acoustic Source Localization. Journal of the Acoustical Society of America, 107(1), 384-391, 2000.
- [10] D. Malioutov, M. Cetin and A. S. Willsky. A Sparse Signal Reconstruction Perspective for Source Localisation with Sensor Array. IEEE Transaction on Signal Processing, 53(8), 3010-3022, 2005.
- [11] G. Sinibaldi and L. Marino. Experimental Analysis on the Noise of Propellers for Small UAV. Applied Acoustics, 74(1), 79-88, 2013.
- [12] N. Intaratep, W. N. Alexander, W. J. Devenport, S. M. Grace and A. Dropkin. *Experimental Study* of Quadcopter Acoustics and Performance at Static Thrust Conditions. 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, pp. 2873, 2016.
- [13] X. Alameda-Pineda and R. Horaud. A Geometric Approach to Sound Source Localization from Time-Delay Estimates. IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing, 22(6), 1082-1095, 2014.
- [14] I. H. Abbott and A. E. Von Doenhoff. *Theory of wing sections, including a summary of airfoil data.* Courier Corporation, 1959.