

**CFA '18 LE HAVRE ■ 23-27 avril 2018**  
**14<sup>ème</sup> Congrès Français d'Acoustique**



**L'analyse de stabilité linéaire pour évaluer la facilité d'émission des cuivres - Etude comparative de trombones ténor et basse**

J. Gilbert<sup>a</sup>, L. Leblanc<sup>a</sup> et C. Vergez<sup>b</sup>

<sup>a</sup>LAUM - UMR CNRS 6613, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France

<sup>b</sup>LMA, CNRS, UPR 7051, Aix-Marseille Univ., Centrale Marseille, 4 impasse Nikola Tesla, CS 40006, F-13453 Marseille Cedex 13, France

joel.gilbert@univ-lemans.fr

Les cuivres en situation de jeu peuvent être modélisés par des systèmes dynamiques. Une première étape classique d'analyse de tels systèmes est l'analyse de stabilité linéaire (ASL). Cette analyse donne une information pertinente sur le comportement global du cuivre en situation de jeu. D'une certaine manière, elle permet d'évaluer la facilité d'émission en associant la note la plus facile à jouer au minimum local de la pression de seuil donnée par ASL, le paramètre de contrôle étant la fréquence de résonance mécanique des lèvres caractérisant le « masque » du musicien. Ce document propose une analyse comparative d'un trombone ténor et d'un trombone basse, par l'approche théorique de l'ASL d'une part et par l'approche expérimentale d'autre part (utilisation d'une embouchure instrumentée pour mesurer les pressions de seuil). Les deux trombones se distinguent essentiellement par une perce moyenne différente, petite pour le ténor (diamètre 12 mm) et plus grande pour le basse (diamètre 13.5 mm). Il est vérifié que le trombone ténor est plus facile à jouer pour les notes aiguës.

## 1 Introduction

Les cuivres sont plus ou moins faciles à jouer. Par exemple il est connu des musiciens qu'un cuivre de perce large est plus difficile à jouer dans l'aigu qu'un cuivre de perce plus étroite. L'objet de l'étude présentée ici consiste à comparer la facilité de jeu de deux trombones Courtois de perce quasi homothétique : un trombone ténor (petite perce) et un trombone basse (large perce), affichés à la Figure 1. L'approche théorique est basée sur l'utilisation de l'analyse de stabilité linéaire (ASL), le modèle physique des cuivres en situation de jeu étant au format système dynamique non linéaire. L'étude repose également sur l'hypothèse suivante : plus la pression de seuil d'oscillation est faible, plus l'instrument est facile à jouer. Le modèle physique et le principe de l'ASL sont rappelés au chapitre 2, les résultats théoriques de l'ASL au chapitre 3 et des résultats expérimentaux en situation de jeu sont présentés au chapitre 4.



Figure 1 : Trombones ténor (haut) et basse (bas) de marque Courtois.

## 2 Modélisation physique et analyse de stabilité linéaire

Le contexte théorique de l'étude est celui décrit dans [1], nous le rappelons ci-après. Le modèle physique est le modèle classique à 3 équations tel que présenté dans l'article historique de [2] par exemple :

$$\begin{cases} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\omega_r}{Q_r} \frac{dh}{dt} + \omega_r^2 h = + \frac{P_m - p}{\mu_r} \\ U(t) = W[H + h] \sqrt{\frac{2(P_m - p)}{\rho}} \\ P(\omega) = Z(\omega)U(\omega) \end{cases} \quad (1)$$

Les inconnues, dépendant du temps (ou de la fréquence), du modèle sont  $p(t)$  la pression acoustique dans l'embouchure,  $u(t)$  le débit entrant dans l'instrument, et  $H+h(t)$  l'ouverture entre les deux lèvres vibrantes ( $H$  l'ouverture pour  $P_m=0$ ).  $P_m$  est la surpression statique dans la bouche du musicien. Les paramètres des lèvres sont la pulsation mécanique de résonance  $\omega_r$ , le facteur de qualité  $Q_r$  et la raideur surfacique  $\mu_r$ . Le paramètre  $\omega_r$  est un paramètre de contrôle que nous ferons varier sur l'ensemble de la tessiture du trombone, les valeurs des autres paramètres sont fixées, ils sont décrits et utilisés dans [1].

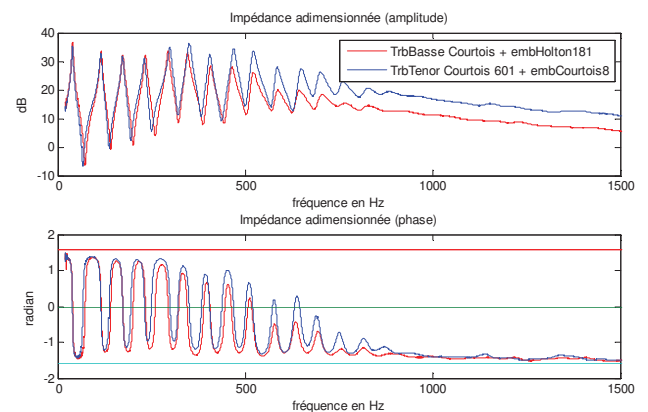


Figure 2 : Impédances d'entrée, (haut) le module (en ohms acoustique) en échelle logarithmique, et (bas) la phase en radian (les lignes horizontales correspondent à  $+\pi/2$  et  $-\pi/2$ ) en fonction de la fréquence en Hz. Le trombone basse est en rouge, le ténor en bleu.

La dernière équation écrite dans le domaine fréquentiel exprime le comportement acoustique du cuivre de par son impédance d'entrée  $Z(\omega)$ . Les impédances d'entrée des 2 trombones étudiés sont présentées à la Figure 2. Les résonances des 2 trombones sont très proches, le comportement haute fréquence du module de  $Z$  est différent à cause de la différence de section des 2 trombones (petite pour le ténor, diamètre 12 mm, plus grande pour le basse, diamètre 13.5 mm). Afin de réécrire les 3 équations du modèle comme un système dynamique non linéaire, il est nécessaire d'écrire l'impédance d'entrée sous forme de sa représentation modale :

$$Z(\omega) = Z_c \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \frac{C_n}{j\omega - s_n} + \frac{C_n^*}{j\omega - s_n^*} \right] \quad (2)$$

L'équation ci-dessus est équivalente aux  $2N$  équations différentielles complexes du 1er ordre qui suivent :

$$\frac{dp_n}{dt} = Z_c \cdot C_n \cdot u(t) + s_n \cdot p_n \quad \forall n \in [1 : N] \quad (3)$$

$$\frac{dp_n^*}{dt} = Z_c \cdot C_n^* \cdot u(t) + s_n^* \cdot p_n^* \quad \forall n \in [1 : N] \quad (4)$$

Les composantes modales complexes  $p_n$  de pression permettent de calculer la pression acoustique réelle  $p(t)$  :

$$p(t) = 2 \cdot \sum_{n=1}^N \operatorname{Re}[p_n(t)] \quad (5)$$

Le modèle à 3 équations peut alors être écrit comme le système dynamique non linéaire d'ordre  $2N+2$  qui suit :

$$\frac{dX}{dt} = F(X) = \begin{cases} \operatorname{Re} \left( s_n \cdot p_n + Z_c \cdot C_n \cdot u(t) \cdot W[H+h] \sqrt{\frac{2(P_m - p)}{\rho}} \right) \\ \operatorname{Im} \left( s_n \cdot p_n + Z_c \cdot C_n \cdot u(t) \cdot W[H+h] \sqrt{\frac{2(P_m - p)}{\rho}} \right) \\ \frac{dh}{dt} \\ -\frac{\omega_r}{Q} \frac{dh}{dt} - \omega_r^2 h + \frac{1}{\mu_r} (P_m - p) \end{cases} \quad \forall n \in [1 : N] \quad (6)$$

avec le vecteur d'état  $X$  à  $2N+2$  composantes :  $X = [RI, II, \dots, RN, IN, h, dh/dt]$ .

En négligeant la valeur de l'impédance à la fréquence nulle, le système dynamique ci-dessus possède le point fixe (écoulement permanent ; le silence) qui suit :

$$\begin{cases} h^o = + \frac{P_m}{\mu_r \omega_r^2} \\ U^o = W \left( H + \frac{P_m}{\mu_r \omega_r^2} \right) \sqrt{\frac{2P_m}{\rho}} \\ p^o = 0 \end{cases} \quad (7)$$

L'analyse de stabilité linéaire (ASL) peut alors être menée à bien à partir de l'étude du signe de la partie réelle des valeurs propres de la matrice Jacobienne du système dynamique calculée au point fixe en question. Le point fixe est stable si les parties réelles sont toutes de signe négatif. En pratique, les valeurs propres sont étudiées en fonction du paramètre de contrôle croissant  $P_m$ . Pour une valeur particulière  $P_m = P_{th}$ , où une des valeurs propres voit sa partie réelle devenir positive, le point fixe devient instable et a toutes les chances de bifurquer vers un régime d'oscillation périodique : un seuil d'oscillation a été identifié.

Notons que le modèle physique classique retenu ici, un modèle minimal en quelque-sort, est basé sur certaines hypothèses simplificatrices : non prise en compte des effets de propagation non linéaire pourtant essentielles lors du cuivrage à fort niveau sonore [3-4], parois supposées rigides [5], courbures des tubes non prises en compte [6], mécanique des lèvres vibrantes simplifiée [7]. Par ailleurs, le son rayonné n'est pas considéré, ce qui est classique lors de l'étude des régimes d'oscillations.

### 3 Analyse de stabilité linéaire appliquée à un trombone ténor et un trombone basse

L'analyse de stabilité linéaire telle que décrite au chapitre précédent ou dans [1], est appliquée aux deux trombones (cf. Figure 1), et les résultats sont présentés dans

la Figure 3 qui suit. Les résultats sont présentés classiquement, la pression de seuil d'une part (figure du haut) et la fréquence de seuil d'autre part (figure du bas), ceci en fonction du paramètre de contrôle « fréquence de résonance mécanique des lèvres » (pulsation  $\omega_r$ ) caractéristique du « masque » du musicien.

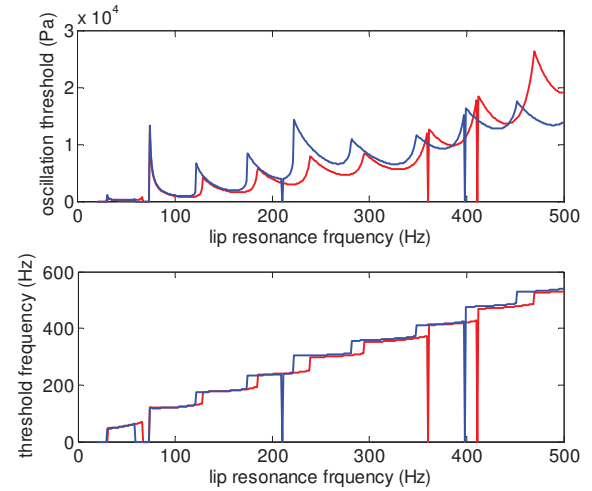


Figure 3 : Seuils calculés par analyse de stabilité linéaire (ASL) pour les huit premiers régimes des deux trombones de la Figure 1. Le calcul est effectué pour une plage fréquentielle de la fréquence de résonance mécanique des lèvres de 20 à 500 Hz. La figure du haut représente le seuil de pression  $P_{thresh}$ , celle du bas la fréquence d'oscillation  $F_{thresh}$  au seuil. Le trombone basse est en rouge, le ténor en bleu.

Les résultats illustrent le comportement classique des trombones, voir des cuivres, quels qu'ils soient : les paliers fréquentiels sont associés aux différentes notes jouables, chaque note correspondant à un régime périodique calé sur une résonance acoustique de l'instrument. À l'intérieur de chaque palier, la fréquence de seuil, que l'on peut associer en première approximation à la fréquence de jeu à nuance pianissimo, est faiblement croissante. Conjointement, à chaque palier fréquentiel est associée une pression de seuil dont la courbe ressemble à une « cuvette », le minimum local correspondant à la note localement la plus facile à jouer. Il est remarquable de vérifier que ce minimum local croît avec le régime joué. Cela traduit le fait bien connu des cuivristes que plus la note est aigüe, plus elle est difficile à jouer.

Pour ce qui concerne le comportement relatif des deux trombones, si des petites différences entre leurs fréquences de seuil existent et sont difficilement interprétables, il apparaît clairement que le trombone basse requiert une surpression statique dans la bouche supérieure pour jouer dans l'aigu que le ténor, ce qui nécessite un effort supplémentaire du musicien. Il est ainsi rassurant d'observer que les résultats de l'ASL sont cohérents avec l'expérience quotidienne des trombonistes.

### 4 Résultats expérimentaux

Mesurer expérimentalement des fréquences et pressions de seuil avec exactitude est extrêmement difficile. Si ceci semble même impossible avec un musicien, cela a été fait pour une petite plage de paramètre de contrôle avec une bouche artificielle (cf. [7]). Pour faire une évaluation

expérimentale comparable, au moins qualitativement, avec les résultats de l'ASL, il a été demandé à plusieurs trombonistes expérimentés (4) de jouer les 8 premiers régimes en 1ère position (du *Bb1* au *Bb4*) à une nuance piano, soit un niveau sonore faible. La nuance était qualitativement contrôlée par le tromboniste par l'observation en direct de l'amplitude du signal acoustique rayonné en champ proche (50 cm hors pavillon). La tâche était rendue difficile par l'utilisation d'une embouchure instrumentée inspirée de [8], et particulièrement par la prise de pression dans la bouche (sonde coincée entre les deux lèvres à côté de l'embouchure). La sonde en question a permis de relever la surpression statique générée par le musicien en situation de jeu. C'est cette pression affichée à la Figure 4 pour les 8 régimes qui est à comparer avec les pressions de seuils obtenues théoriquement par ASL. Les résultats sont obtenus après avoir moyenné sur les 4 trombonistes, chacun ayant réalisé 2 séquences. Il en ressort essentiellement un résultat : le trombone ténor nécessite une surpression statique dans la bouche plus faible pour jouer dans l'aigu que le basse, et est donc plus facile à jouer. Ce résultat qualitatif est identique à celui obtenu par ASL. Dans l'extrême grave (régime 1) le ténor semble devenir plus difficile à jouer, ce qui est cohérent avec les résultats de l'ASL et la pratique des trombonistes, même si, il faut le reconnaître, ce résultat est moins flagrant que le comportement dans l'aigu.

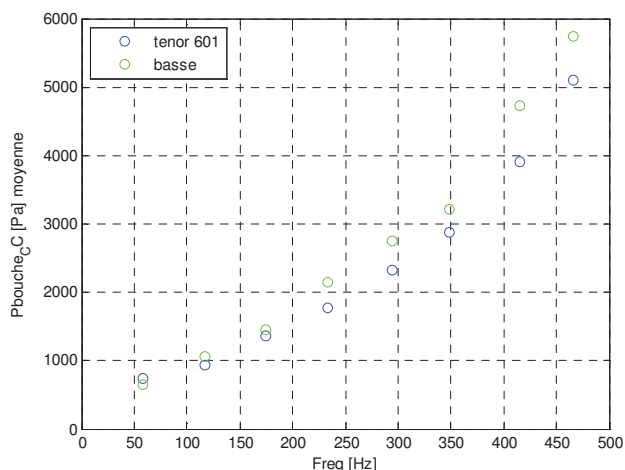


Figure 4 : Seuils mesurés pour les huit premiers régimes des deux trombones de la Figure 1. Le trombone basse est en vert, le ténor en bleu.

Pour aller plus loin dans l'approche expérimentale, l'idéal serait de pouvoir utiliser une bouche artificielle sur l'ensemble de la tessiture (du *Bb1* au *Bb4*). C'est un défi très difficile à relever, compte tenu de la (non) facilité d'utilisation de la bouche artificielle. Il pourrait aussi être envisagé de fabriquer une nouvelle bouche artificielle permettant plus de contrôle afin de réaliser des tests de ce type.

## 5 Conclusion

Deux trombones de facture proche (même fabricant) mais de perce différente, un ténor et un basse, ont été analysés théoriquement et comparés par analyse de stabilité linéaire (ASL). Pour ce faire, le modèle physique a été adapté de manière à être décrit sous forme d'un système dynamique, l'ordre de ce dernier étant contrôlé

essentiellement par la prise en compte d'un nombre fini de modes acoustiques du résonateur (en pratique 12). Cette analyse permet d'accéder à la pression au seuil d'oscillation dans la bouche du musicien, pouvant être reliée à la facilité d'émission en associant la note la plus facile à jouer au minimum local de la pression de seuil donnée par ASL. Le paramètre de contrôle est la fréquence de résonance mécanique des lèvres caractérisant le « masque » du musicien. Parallèlement, une approche expérimentale utilisant une embouchure instrumentée pour mesurer les pressions de seuil a donné des résultats à comparer aux résultats théoriques de l'ASL. Il en ressort essentiellement que la facilité d'émission relative entre les deux trombones est bien décrite : le trombone ténor est plus facile à jouer que le basse pour les notes aiguës, puisque la pression statique de seuil nécessaire pour jouer les notes aiguës y est plus faible.

## Références

- [1] L. Velut, C. Vergez, J. Gilbert, and M. Djahanbani, How well can Linear Stability Analysis predict the behaviour of an outward valve brass instrument model?, *Acustica united with Acta Acustica* 103, 132-148, 2016.
- [2] S.J. Elliot and J.M. Bowsher, Regeneration in brass wind instruments, *J. Sound Vib.* 83, 181-217 (1982).
- [3] A. Hirschberg, J. Gilbert, R. Msallam, A.P.J. Wijnands: Shock waves in trombones, *J. Acoust. Soc. Am.* 99, 1754 – 1758 (1996).
- [4] A. Myers, R.W. Pyle Jr., J. Gilbert, D.M. Campbell, J.P. Chick, S. Logie: Effects of nonlinear sound propagation on the characteristic timbres of brass instruments, *J. Acoust. Soc. Am.* 131, 678 – 688 (2012).
- [5] G. Nief, F. Gautier, J-P. Dalmont and J. Gilbert, Influence of wall vibrations on the behaviour of a simplified wind instrument, *J. Acoust. Soc. Am.* 124, 1320-1331, 2008.
- [6] S. Félix, J.-P. Dalmont, C.J. Nederveen, Effects of bending portions of the air column on the acoustical resonances of a wind instrument, *The Journal of the Acoustical Society of America.* 131 (2012) 4164.
- [7] J. Cullen, J. Gilbert and D.M. Campbell, Brass instruments: linear stability analysis and experiments with an artificial mouth, *Acustica* 86, 704-724, 2000.
- [8] V. Freour and G.P. Scavone, Acoustical interaction between vibrating lips, downstream air column, and upstream airways in trombone performance, *Journal of the Acoustical Society of America* 134, 3887-3898, 2013.