

Beschreibung der aktiven Lärminderung mit Hilfe der Direkten Finiten Elemente Methode (DFEM)¹

Gerhard Hübner, Max Kraus

Universität Stuttgart, <http://www.itsm.uni-stuttgart.de>

Einleitung

Versteht man unter „active noise control“ eine unabhängig von der jeweiligen Art der angewandten „aktiven“ Maßnahme angestrebte Reduzierung der von einer Schallquelle abgestrahlten Schalleistung, so bietet sich an, bei der Beschreibung dieser Reduzierung den DFEM-Algorithmus zu Hilfe zu nehmen. Bekanntlich [1], [2], [3] erlaubt dieser Algorithmus eine direkte Luftschalleistungsbestimmung aus den Schnelle-Daten einer Strahleroberfläche, ohne dabei Luftschallfeldberechnungen durchführen zu müssen. Die schwingende Strahleroberfläche wird dabei durch ein Netz äquivalenter Monopole ersetzt, wobei die insgesamt abgestrahlte Luftschalleistung P_Σ im Fall einer eingebettet schwingenden ebenen Platte sich ergibt als Summe der Schalleistungen P_i aller Einzelmonopole sowie der Summe aller Wechselwirkungsschalleistungen P_{ij} sämtlicher Paarungen dieser Ersatz-Monopole:

$$P_\Sigma = \sum_{i=1}^N P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N P_{ij} \quad (1)$$

mit

$$P_i = \frac{\rho c}{2\pi} k^2 \tilde{q}_i^2 \quad (2)$$

und

$$P_{ij} = \frac{\rho c}{2\pi} k^2 \tilde{q}_i \tilde{q}_j \frac{\sin(kd_{ij})}{kd_{ij}} \cos(\varphi_{ij}) \quad (3)$$

Dabei ist $\tilde{q}_i = \Delta S_i \tilde{v}_i$ der Schallfluss, \tilde{v}_i , \tilde{v}_j und φ_{ij} die Beträge und Phasendifferenzen der oberflächennormalen Schnelle an den N verschiedenen Netzpunkten, $k = 2\pi f/c$ die Wellenzahl, ρc die Schallkennimpedanz des umgebenden Schallträgermediums – im Allgemeinen also der Luft –, und schließlich kennzeichnen die ΔS_i , ΔS_j die Flächengröße und d_{ij} den Mittenabstand der Netzmaschen und damit die Geometrie der Schallquellenoberfläche. Die Gleichungen (1) und (2) lassen sich, wie in [4] gezeigt, in Strenge aus der Rayleigh'schen Gleichung herleiten.

Bei Anwendung der DFEM auf beliebig gestaltete 3-dimensionale Strahler ist zu berücksichtigen, dass in diesem Fall die Strahlerquelle nicht nur als Strahler sondern auch als Beugungsobjekt wirkt. Die durch Gleichung (1), (2) beschriebene Darstellung ist dann u. a. durch eine die geometrischen Randbedingungen erfüllende „Gegenbelegung“ zu ergänzen (Einzelheiten siehe [2], [3], [5]).

Der Beitrag zeigt beispielhaft die Anwendung der DFEM auf den gesteuerten Einfluss eines Monopols auf die abgestrahlte Schalleistung einer eingebettet schwingenden ebenen Platte.

Der gesteuerte Einfluss eines Monopols auf eine eingebettete ebene Platte

Bei den folgenden Betrachtungen seien insgesamt N Monopole beteiligt. Wie in Bild 1 für $N=10$ Monopole dargestellt, besteht die Platte (Objekt 1), aus den Monopolen 1 bis $N-1$, die ihre Einzelschalleistung nach Gl. (2) in den Halbraum abstrahlen. Objekt 2 besteht aus einem in den Vollraum abstrahlenden Monopol mit Index N (in Gl. (2) ist hierfür 2π durch 4π zu ersetzen), dem aber noch der Term eines Spiegelmonopols hinzugefügt wird, um die Wirkung der unendlich ausgedehnten Ebene zu berücksichtigen, über der der Einzelmonopol angeordnet ist. Damit ergeben sich die Objektschalleistungen P_{Ob1} bzw. P_{Ob2} , die eines der Objekte bei Abwesenheit des jeweils anderen abstrahlen würde, zu

$$P_{Ob1} = \sum_{i=1}^{N-1} P_i + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N-1} \sqrt{P_i} \sqrt{P_j} \frac{\sin(kd_{ij})}{kd_{ij}} \cos(\varphi_{ij}) \quad (4)$$

$$P_{Ob2} = P_N \left(1 + \frac{\sin(k \cdot 2z_N)}{k \cdot 2z_N} \right) \quad (5)$$

wobei z_N der Abstand des Einzelmonopols von der Platte ist. Soll nun ein bestimmtes Objektschalleistungsverhältnis

$$v = \sqrt{\frac{P_{Ob2}}{P_{Ob1}}} \quad (6)$$

untersucht werden, muss zunächst die Objektschalleistung der Platte P_{Ob1} nach Gl. (4) berechnet werden. Anschließend wird die Schalleistung des Einzelmonopols P_N bestimmt, indem man die Gln. (5) und (6) nach P_N auflöst.

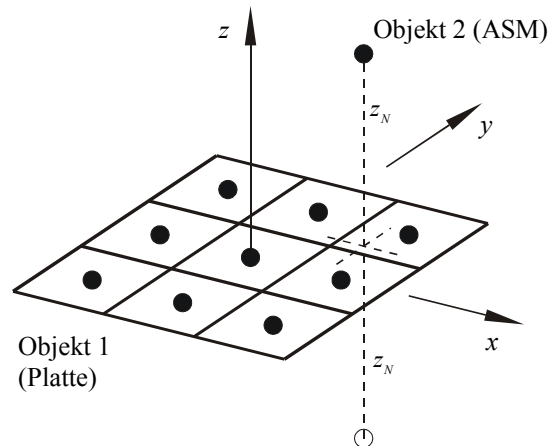


Bild 1: Modellierung der Anordnung eines Antischallmonopols (ASM) über einer mit Monopolen diskretisierten, eingebettet schwingenden ebenen Platte mittels Spiegelmonopol.

Die von einem Objekt bei Anwesenheit des jeweils anderen abgestrahlte Schallleistung beträgt dann (Herleitung für den Doppelmonopol s.a. [2], [5], [6], [7])

$$P_{Ob1,\Sigma} = P_{Ob1} + \sqrt{2P_N} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{P_i} \frac{\sin(kd_{iN} - (\varphi_N - \varphi_i))}{kd_{iN}} \quad (7)$$

$$P_{Ob2,\Sigma} = P_{Ob2} + \sqrt{2P_N} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{P_i} \frac{\sin(kd_{iN} + (\varphi_N - \varphi_i))}{kd_{iN}} \quad (8)$$

Hier ist $\varphi_N - \varphi_i$ die Phasendifferenz zwischen dem Antischallmonopol und dem i -ten Plattenmonopol. Gl. (7) und (8) liefern die Schallleistung, die auch von einer Hüllflächenintegration um das jeweilige Einzelobjekt erhalten wird.

Für eine einfache Auswertung empfiehlt es sich nun, die Schallleistungen $P_{Ob1,\Sigma}$ und $P_{Ob2,\Sigma}$ auf die Schallleistung der eigentlichen Lärmquelle P_{Ob1} zu beziehen. Die bezogenen Schallleistungen lauten dementsprechend

$$\alpha_1 = \frac{P_{Ob1,\Sigma}}{P_{Ob1}} = 1 + \frac{\sqrt{2P_N}}{P_{Ob1}} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{P_i} \frac{\sin(kd_{iN} - (\varphi_N - \varphi_i))}{kd_{iN}} \quad (9)$$

$$\alpha_2 = \frac{P_{Ob2,\Sigma}}{P_{Ob1}} = \nu^2 + \frac{\sqrt{2P_N}}{P_{Ob1}} \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{P_i} \frac{\sin(kd_{iN} + (\varphi_N - \varphi_i))}{kd_{iN}} \quad (10)$$

Für die bezogene Gesamtschallleistung gilt

$$\alpha = \frac{P_{Ob1,\Sigma} + P_{Ob2,\Sigma}}{P_{Ob1}} = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (11)$$

Die Steuerung der Plattenschallleistung durch den Antischallmonopol wird in Gl. (9) deutlich. Je nach Position und Betriebsbedingungen des Antischallmonopols (Index N) ändern sich die Abstrahleigenschaften der Platte. Insbesondere stellt die Platte für $\alpha_1 < 0$ eine Senke dar, d.h. die Platte „schluckt“ Schallleistung, für $\alpha_1 > 0$ arbeitet die Platte als Quelle. Nach Gl. (11) erfolgt insgesamt eine Lärminderung, wenn $\alpha < 1$ ist.

In einem einfachen Beispiel für die Anwendung der Gln. (9), (10), (11) wird nun ein Antischallmonopol im Abstand L zentral über einer quadratischen Platte mit den Abmessungen $L \times L$ angeordnet. Die Platte ist mit 20×20 Monopolen diskretisiert und besitzt eine Schwingungsordnung von $n = n_x = n_y = 1.5$, d.h. in x - und y -Richtung liegen jeweils drei Körperschall-Halbwellen auf der Platte. Das Objektschallleistungsverhältnis wird auf $\nu = 1$ festgelegt. Variiert man kL und den Phasenwinkel des Antischallmonopols φ_N , so gibt es nach Bild 2 Parameterbereiche

- A. in denen Senken existieren, ohne dass die Gesamtschallleistung unter den Wert P_{Ob1} gemindert wird, wo also $\alpha \geq 1$ verbleibt
- B. bei denen die gewünschte Gesamtschallleistungsreduktion $\alpha < 1$ eintritt und auch Senken vorliegen
- C. wo eine Gesamtschallleistungsreduktion $\alpha < 1$ ohne die Existenz von Senken möglich ist
- D. wo eine Gesamtschallleistungsreduktion unmöglich ist

Wenn der Antischallmonopol fast gleichphasig betrieben wird (etwa $0^\circ \leq \varphi_N \leq 50^\circ$ bzw. $310^\circ \leq \varphi_N \leq 360^\circ$), ist auch für höhere kL eine Lärminderung möglich (Bereich C). Das Minimum von α findet man dann bei $kL \approx 3.8$ und $\varphi_N = 0^\circ$ mit $\alpha_{\min,0^\circ} \approx 0.4$, was einer Lärminderung von $-10 \log(\alpha_{\min,0^\circ}) \approx 4.0 \text{ dB}$ entspricht. Der Abstand des Antischallmonopols zur Platte beträgt unter diesen Bedingungen fast zwei Drittel der Luftschallwellenlänge.

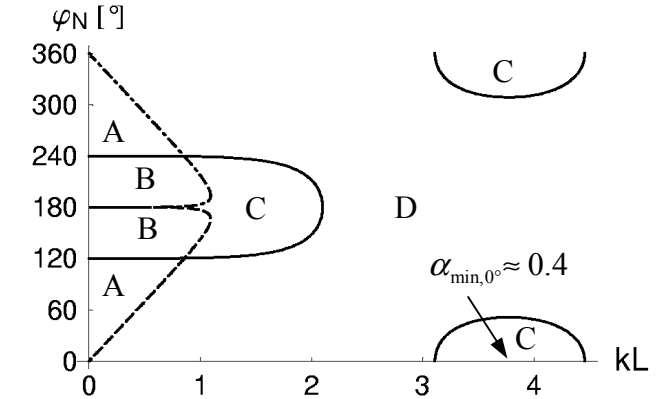


Bild 2: Lärmminde- und Senkenbereiche A bis D. Antischallmonopol im Abstand L zentral über einer Platte $L \times L$. $n = 1.5$, $\nu = 1$. (— $\alpha = 1$; -- $\alpha_1 = 0$; - - - $\alpha_2 = 0$)

Literatur

- [1] Eine Betrachtung zur Physik der Schallabstrahlung. Hübner, G.; *Acustica* **75** (1991), S. 130-144
- [2] Erweiterung der DFEM auf allgemeingestaltete Strahler – die Beugung in ihrer Rückwirkung auf abgestrahlte Schalleistungen. Hübner, G.; *Fortschritte der Akustik - DAGA'91*, Bochum, S. 237-240
- [3] Erste Untersuchungen zur Erweiterung und Anwendung der Direkten Finiten Elemente Methode (DFEM) zur Schalleistungsbestimmung von Maschinen in der Praxis. Hübner, G.; Gerlach, A.; *Wirtschaftsverlag NW, Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz – Fb1367*, 1999
- [4] Zusammenhang der DFEM-Schalleistungsbeschreibung mit der Rayleighschen Schallfelddarstellung ebener Strahler. Hübner, G.; Gerlach, A.; *Fortschritte der Akustik - DAGA '98*, Zürich, S. 682-683
- [5] Mitteilungen des Instituts Nr. 51. Gerlach, A.; *Institut für Thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium (ITSM), Universität Stuttgart, Dissertation*, 2000
- [6] Aktive Lärminderung, Schallquellenortung – eine Betrachtung über „Quellen“ und „Senken“ am Beispiel des Doppelmonopols. Hübner, G.; Fischer, D.; *Fortschritte der Akustik - DAGA'89*, Duisburg, S. 655-658
- [7] Schalleistungsbestimmung mit der Direkten Finiten Elemente Methode. Hübner, G.; Messner, J.; Rieger, W.; *Wirtschaftsverlag NW, Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz – Fb660*, 1992

¹ gefördert von der Friedrich-und-Elisabeth-BOYSEN-Stiftung