

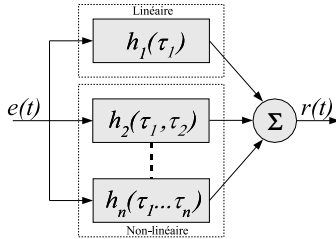
# Caractérisation des non-linéarités

Delphine Bard

Laboratoire d'Electromagnétisme et d'Acoustique- Institut de transmissions, ondes et photonique  
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne CH - 1015 Lausanne, Suisse , Email: delphine.bard@epfl.ch

## Principe

Les séries de Volterra permettent de caractériser la non-linéarité régissant un dispositif faiblement non-linéaire. On appelle noyau de Volterra la fonction déterminant le comportement du dispositif dans le domaine temporel à l'ordre  $n$ , à savoir l'effet qu'ont  $n$  composantes les unes sur les autres, notée  $h_n$ . La réponse  $r(t)$  du dispositif à une excitation  $e(t)$  est le résultat de la somme des réponses des différents noyaux à cette excitation, comme le représente le schéma de la figure 1. Les  $\tau_i$  représentent ici les variables temporelles d'intégration.



**Figure 1:** Décomposition d'un dispositif en séries de Volterra.

Dans le domaine fréquentiel, le premier noyau est la fonction de transfert linéaire, et les noyaux d'ordres supérieurs constituent la généralisation des fonctions de transfert. La mesure des noyaux de Volterra nécessite que l'on applique au dispositif une excitation particulière. Elle comprend des composantes, dont le nombre, la fréquence, l'amplitude et la phase seront choisis de manière appropriée. Les noyaux de Volterra sont calculés à partir de la réponse mesurée. La répartition fréquentielle des composantes est basée sur les principes proposés par Boyd et al. [1] et Chua et al. [2]. Un noyau d'ordre  $n$  est une fonction continue de  $n$  variables. Elle peut être approximée par un ensemble discret de points de mesures, à la condition que leur densité soit suffisante. Des mesures successives à niveaux d'excitation croissants sont nécessaires pour déterminer chacun de ces points. On peut cependant obtenir rapidement un nombre élevé de points par mesure, en augmentant le nombre de composantes. Si plusieurs combinaisons de composantes produisent des interactions à la même fréquence, on parle de confusion de fréquence. Afin de garantir l'efficacité et la précision de la méthode de mesure, on prend soin d'éviter ce phénomène. A cet effet, on choisit des composantes harmoniques d'une fondamentale, de manière à ce que l'ensemble de leurs combinaisons ne contienne que des termes uniques. A titre d'exemple, pour la détermination du noyau d'ordre 2, une condition suffisante pour éviter la con-

fusion est de grouper les fréquences en deux groupes d'excitations harmoniques, c'est-à-dire que leurs fondamentales ( $P, Q$ ) sont premières entre elles. Dans le cas de la détermination des noyaux d'ordre 3, la génération de 3 groupes d'excitations harmoniques distincts de chacune  $m$  harmoniques, multiples respectivement de  $(P, Q, R) = (R_{min} - 1, R_{min}, R_{min} + D - 1)$  avec  $R_{min} = (2m + 1)^2$  et  $D = 2(m + 1)$ , garantit une répartition des fréquences exempte de confusion.

## résolution du système

Un dispositif dont on estime qu'il est d'ordre  $n$  nécessite que l'excitation définie plus haut soit appliquée à  $n$  niveaux d'excitation  $\alpha_i$ . La réponse  $r_i(t)$  du système à chacune de ces excitations est constituée de la somme des composantes de tous les ordres 1 à  $n$ . On parvient à identifier les composantes  $y_i(t)$  de la réponse en résolvant le système matriciel 1:

$$R = A.Y \quad (1)$$

où  $A$  est la matrice de Van Der Monde, constituée par les coefficients  $\alpha_i$ , et où  $R$  et  $Y$  contiennent respectivement les  $r_i(t)$  et  $y_i(t)$ . Les niveaux d'excitations  $\alpha_i$  sont choisis de manière à disposer de la meilleure précision possible tout en restant dans le domaine de non-linéarité souhaité pour le dispositif. Pour les ordres 1 à 4, les valeurs optimales ont été calculées à partir de [2]. Les coefficients sont respectivement (1), (1; -1), (1; 0.5; -1), (1; 0.634; 0.634; -1).

## Extraction des noyaux dans le domaine fréquentiel

Une transformée de Fourier des  $y_n(t)$  et de l'excitation  $e_i(t)$  nous permet alors de déterminer les spectres  $Y_n(j\omega)$  et  $E_n(j\omega)$ , que nous utiliserons pour extraire les noyaux, à l'aide de l'équation suivante Les fonctions ( $j\omega$ ) sont les noyaux de Volterra dans le domaine fréquentiel.

$$H_n(j\omega_{i_1}, \dots, j\omega_{i_n}) = \frac{Y_n(j \sum_{k=1}^n \omega_{i_k})}{E(j\omega_{i_1}), \dots, E(j\omega_{i_n})} \quad (2)$$

## Implémentation de la méthode

### Génération des excitations

Le programme développé pour cette méthode permet le choix du domaine de fréquence à étudier, de la plage de niveaux d'excitation, de l'ordre du système et du nombre de points générés. Sur la base de ces paramètres,

un fichier au format '.wav' est généré pour chaque ordre. Celui-ci contient l'ensemble des excitations nécessaires à l'extraction du noyau correspondant, séparées par des silences, et respecte toutes les règles établies dans la section I. Les fichiers générés sont destinés au banc de mesures, dont une représentation par schéma-bloc figure ci-dessous. L'excitation est appliquée au système à analyser, et enregistrée simultanément avec la réponse de ce système.

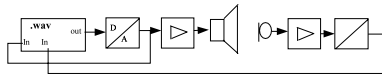


Figure 2: Schéma bloc de la mesure des noyaux de Volterra.

## Analyse des fichiers de mesures

La seconde section du programme est dédiée à l'analyse des fichiers provenant de mesures. Pour chacun des niveaux d'excitation, le système (1) est résolu, fournissant ainsi toutes les composantes de la réponse du système, puis la transformée de Fourier est appliquée, permettant de déterminer les composantes  $Y_i(t)$ . Pour chaque multiplet de fréquences, les noyaux  $H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n)$  peuvent alors être extraits d'après l'expression (2).

## Validation théorique

L'ensemble du processus de caractérisation et l'implémentation logicielle ont été testés et validés sur une base théorique, en simulant un dispositif non-linéaire d'ordre  $n$  par un polynôme du même ordre, associé à un filtre passe-bas. Les résultats correspondant aux prévisions théoriques, la procédure a été ensuite appliquée à un système électronique simple, au comportement connu, puis au cas concret d'un transducteur électroacoustique.

## Mesures expérimentales et résultats

Les composantes en amplitude et en phase des noyaux sont extraites des mesures. Le dispositif expérimental correspondant est représenté à la figure (3).

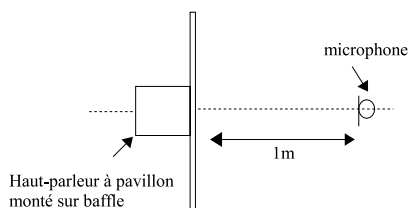


Figure 3: Dispositif de mesure.

L'onde sonore émise par le haut-parleur met un certain temps pour parvenir au microphone de mesure, qui est situé à environ un mètre de la source. C'est ce que l'on appelle le temps de vol, à savoir le temps de propagation entre le pavillon et le microphone. Pour la mesure en phase des noyaux, nous devons tenir compte de ce paramètre. Les noyaux de Volterra ont été mesurés pour un moteur MONACOR 480 et un pavillon MONACOR MRH-650.

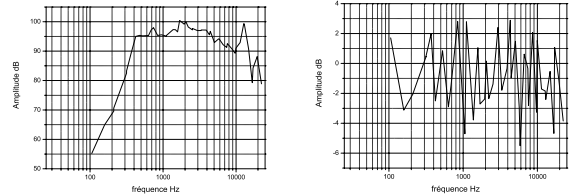


Figure 4: noyau de Volterra d'ordre 1 en amplitude et phase.

## Conclusion

Une méthode expérimentale de caractérisation des non-linéarités a été présentée. Elle est basée sur la mesure des noyaux de Volterra, en amplitude et en phase, à partir de la réponse d'un dispositif. Les premiers résultats du dispositif expérimental sont présentés dans le cas d'un haut-parleur à pavillon monté sur baffle, en tenant compte des problèmes de temps de vol. Nos recherches et développement futurs auront pour but la compensation des non-linéarités. Une implémentation de la loi inverse sous DSP nous permettrait d'obtenir un dispositif électroacoustique globalement linéaire en temps réel.

## References

- [1] S.Boyd, Y. S.Tang, L.O.Chua 'Measuring Volterra Kernels' IEEE Transactions on circuits and systems, vol. Cas-30, no8, august 1983
- [2] L.O.Chua, Y. Liao 'Measuring Volterra Kernels II' International journal of circuit theory and applications, vol.17,151-190 (1989)