

ONDES MOBILES, ET RESONATEUR CONIQUE DES FLûTES A BEC

H.Ohanessian[@], J.Perrigot[@]

[@]Laboratoire de ferroélectricité. I.N.S.A. 20 Avenue Einstein 69621 Villeurbanne France.

Introduction On utilise une segmentation fictive telle que toute impédance localisée apparaisse au début ou à la fin d'un segment (figure 2). Les paramètres acoustiques de chaque segment sont les impédances caractéristiques, les taux de réflexion des pressions et des débits, l'impédance d'entrée.

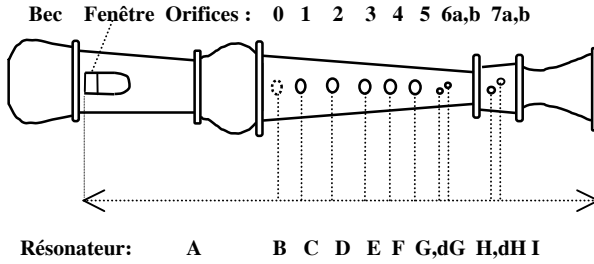


Figure 1. Vue d'une flûte à bec

Les formules de Bergeron [1] [2] adaptées à la propagation conique relient les variables acoustiques d'entrée et sortie d'un segment. On présente le calcul des paramètres acoustiques à la fenêtre, et la simulation de la pression au niveau de l'ouverture de doigté la plus proche.

Les interactions jet résonateur, d'après Verge et coll. [4] [5] [6], apparaissent dans notre exposé sous forme de la pression $V(t)$ (cf. figure 3).

1. Onde axiale. On note $r1$ et $r2$ les distances au sommet des faces d'entrée et de sortie, $S(r1)$ et $S(r2)$ les sections, r un point courant sur l'axe, ω =pulsation, Cs =vitesse du son, $k=\omega/Cs$.

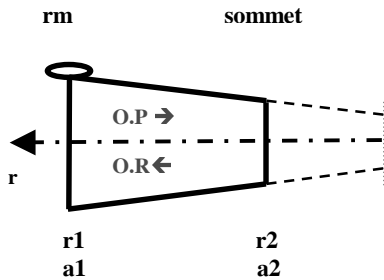


Figure 2 Description d'un segment.

L'équation d'Helmholtz [7] s'écrit :

$$\partial^2 \psi / \partial r^2 = -k^2 \psi(r,t) \quad (1) \quad , \quad \text{avec } \psi(r,t) = r p(r,t)$$

Pour une source placée en $r1$ (origine des phases) : $\psi(r,t) = [A e^{-jk(r-r1)} + B e^{jk(r-r1)}] e^{j\omega t}$ (2) On peut en déduire une pression et un débit :

$$p(r,t) = \frac{1}{r} [A e^{-jk(r-r1)} + B e^{jk(r-r1)}] e^{j\omega t} \quad (3) \quad (4)$$

$$q(r,t) = \frac{1}{r} \left[\frac{A}{Zc^-(r)} e^{-jk(r-r1)} - \frac{B}{Zc^+(r)} e^{jk(r-r1)} \right] e^{j\omega t}$$

On trouve dans (4) les impédances caractéristiques des ondes progressives et régressives :

$$Zc^+(r) = \frac{Zc(r)}{1-1/jkr}, \quad \text{et} \quad Zc^-(r) = \frac{Zc(r)}{1+1/jkr} \quad \text{avec}$$

$Zc(r)=\rho Cs/S(r)$ (5) L'onde dite progressive, **O.P**, en $e^{jk(r-r1)}$, se propage selon r décroissant. L'onde régressive **O.R** est en $e^{-jk(r-r1)}$.

2. Paramètres acoustiques à l'entrée d'un segment conique Le coefficient de réflexion des pressions $RFp(r)$ est le rapport de l'onde régressive à l'onde progressive. Au point $r1$ $RFp(r1)=A/B$. La condition

$$\text{d'extrémité:} \quad Z_L = -\frac{p(r2)}{q(r2)} \quad (6)$$

$$\text{entraîne} \quad RFp(r1) = e^{-2jk(r1-r2)} \frac{Z_L/Zc^+(r2) - 1}{Z_L/Zc^-(r2) + 1} \quad (7)$$

Le coefficient de réflexion des débits est :

$$RFd(r1) = -\frac{Zc^+(r1)}{Zc^-(r1)} RFp(r1) \quad (8)$$

L'impédance d'entrée est :

$$Zin = -\frac{p(r1)}{q(r1)} = Zc^+(r1) \frac{1+RFp(r1)}{1-RFd(r1)} \quad (9)$$

3. Formules de Bergeron En variables réduites :

$$\psi(r,t) = r p(r,t) \quad \text{et} \quad \theta(r,t) = r q(r,t), \quad (10)$$

les équations (3) et (4) deviennent :

$$\psi(r,t) = \psi^-(r,t) + \psi^+(r,t) \quad (11)$$

$$\theta(r,t) = \frac{\psi^-(r,t)}{Zc^-(r)} - \frac{\psi^+(r,t)}{Zc^+(r)} \quad (12)$$

avec $\psi^-(r,t) = A e^{-jk(r-r1)} e^{j\omega t}$, $\psi^+(r,t) = B e^{jk(r-r1)} e^{j\omega t}$ La relation (12) peut s'écrire sous deux formes :

$$Zc(r) \theta(r,t) = \psi(r,t) \frac{Zc(r)}{Zc^-(r)} - 2\psi^+(r,t) \quad (13)$$

$$Zc(r) \theta(r,t) = -[\psi(r,t) \frac{Zc(r)}{Zc^+(r)} - 2\psi^-(r,t)] \quad (14)$$

On a les formules de Bergeron en remarquant qu'un observateur lié à l'O.P de pression

$$\text{verrait : } \Delta[Zc(r) \theta(r,t)] = \Delta[\psi(r,t) \frac{Zc(r)}{Zc^-(r)}] \quad (15) \quad \text{car}$$

pour lui $\psi^+(r,t)$ est invariant. Un observateur lié à l'O.R verrait :

$$\Delta[Zc(r) \theta(r,t)] = -\Delta[\psi(r,t) \frac{Zc(r)}{Zc^+(r)}] \quad (16)$$

Les formules de Bergeron (15) et (16) relient les variables d'entrée et de sortie d'un segment, pour des intervalles de temps $(r1-r2)/Cs$. Avec les variables physiques : $q(r,t)$ et $p(r,t)$, il vient :

$$r2.Zc(r2). [q(r2, t - T/2) + \frac{p(r2, t - T/2)}{Zc^-(r2)}] = r1.Zc(r1). [q(r1, t - T) + \frac{p(r1, t - T)}{Zc^-(r1)}] \quad (17)$$

$$r_2.Z_c(r_2). [q(r_2, t - T/2) - \frac{p(r_2, t - T/2)}{Z_c^+(r_2)}]$$

$$= r_1.Z_c(r_1). [q(r_1, t) + \frac{p(r_1, t)}{Z_c^+(r_1)}] \quad (18)$$

On a besoin des équations aux limites du segment.

4. Evolution acoustique de la fenêtre (Fig 3)

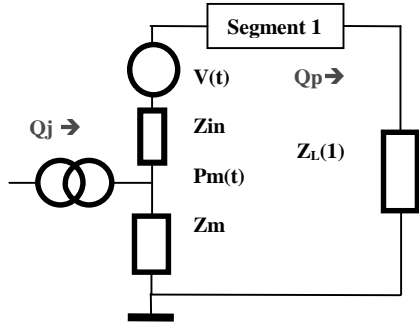


Figure 3. Schéma acoustique de la flûte (entrée) les variables q et p sont notées ici qp et pp.

Aux limites du premier segment (figure (3)) on a :
 $p_p(r_1,t)=V(t) +p_m(t) -Z_{in} q_p$ (19) , avec
 $p_m(t)=Z_m.(q_j(t)-q_p(t))$ et $p(r_2,t)=Z_L.q_p(r_2,t)$ (20) Tenant compte de (19) et (20) dans (17) et (18) et éliminant $q_p(r_2,t-T/2)$ par division membre à membre on trouve : $q_p(r_1,t)=$

$$\frac{1 - \frac{Z_L}{Z_c^+(r_2)}}{1 + \frac{Z_L}{Z_c^+(r_2)}} \left[q_p(r_1, t - T) + \frac{V(t - T) + p_m(t - T) - Z_L q_p(t - T)}{Z_c^-(r_1)} \right]$$

$$+ \frac{V(t) + p_m(t) - Z_{in} q_p}{Z_c^+(r_1)}$$

Or : $\frac{1}{Z_c^+(r)} = \frac{1 - 1/jkr}{Z_c(r)}$, et $\frac{1}{jkr} \cdot \frac{1}{Z_c(r)} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{S(r)}{\rho.r}$, et

on reconnaît l'opérateur $-RFP(r_1) \exp(-j\omega T)$

Il vient l'équation temporelle (avec $p_p(t)=p(r_1,t)$) :

$$q_p(r_1, t) = -RFP(r_1, t) * \left[q_p(r_1, t) + \frac{p(r_1, t)}{Z_c(r_1)} \right]$$

$$+ \frac{S(r_1)}{\rho.r_1} \int p_p(t) dt + \frac{P_p(t)}{Z_c(r_1)} + \frac{S(r_1)}{\rho.r_1} \int p_p(t) dt \quad (22)$$

Les termes d'intégration sur p_p sont propres à un segment conique. A chaque échantillon, on dispose de q_p et on calcule la pression à la fenêtre: $p_m(t)=Z_m.(q_j(t) - q_p(t))$, les éléments de p_p et les termes $(S(r_1)/\rho.r_1) \int p_p(t) dt$ et $q_p(r_1,t)$.

5. Pression et débit à l'extrémité d'un segment

$$p_p(r_2, t - \frac{T}{2}) = \frac{1}{2} \frac{r_1}{r_2} \left[\left(1 - \frac{1}{jkr_1} \right) p_p(r_1, t) + \left(1 + \frac{1}{jkr_1} \right) p_p(r_1, t - T) \right]$$

$$- Z_c(r_1) (q_p(r_1, t) - q_p(r_1, t - T)) \quad (23)$$

(24) donne la pression au premier orifice ouvert : Por dans la figure 5. On peut obtenir $q(r_2, t-T/2)$ en retranchant membre à membre les équations (15) et (16) :

$$Z_c(r_2) q_p(r_2, t - \frac{T}{2}) + \frac{1}{jkr_2} p_p(r_2, t - \frac{T}{2})$$

$$= \frac{1}{2} \frac{r_1}{r_2} \left[\left(1 + \frac{1}{jkr_1} \right) p_p(r_1, t - T) \right]$$

$$- \left(1 - \frac{1}{jkr_1} \right) p_p(r_1, t) + Z_c(r_1) (q_p(r_1, t) + q_p(r_1, t - T)) \quad (25)$$

6. Pression au plus proche orifice de doigté.

Approximons par un tronç de cône le segment qui va de la fenêtre au premier orifice ouvert. La formule (24) permet d'obtenir la pression d'extrémité de segment avec un retard $T/2$. Pour un auditeur placé devant un flûtiste le son de la fenêtre est retardé d'environ $T/2$ par rapport à celui de l'orifice de doigté voisin. On doit donc faire transiter p_m dans un registre à décalage (de valeur $T/2$ à T) avant d'ajouter $p_m(t)$ et $p_p(r_2, t-T/2)$.

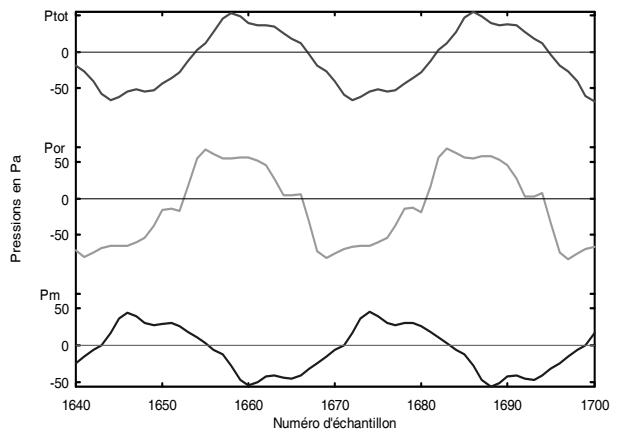


Figure 4. Pressions : fenêtre, 1er orifice, pondérée.

Conclusions La méthode de l'observateur mobile tenant compte des impédances localisées de chaque orifice et plus généralement de chaque point de réflexion, s'est prêtée à l'établissement d'équations aux différences finies entre deux orifices consécutifs.

Bibliographie[1] R.Comolet, « Mécanique expérimentale des fluides », Masson. Mars 1997. (Cf. dans le tome 1 la méthode de Schnyder-Bergeron, pp 222-228.)

[2] G.Grange et H.Ohanessian. Cours du Département de Génie Electrique . Lignes en Hautes Fréquences . I.N.S.A. Lyon.

[3] M.E. McIntyre, R.T. Schumacher, J. Woodhouse, On the oscillation of musical instruments. J. Acoust. Soc. Am., 74 (5), 1325-1345 (1983).

[4] M.P.Verge, B.Fabre, A.Hirschberg, A.P.J. Wijnands, Sound production in recorderlike instruments. I.Dimensionless amplitude of the internal acoustic field. J. Acoust. Soc. Am., 101 (5), Pt.1, 2914-2924, 1997.

[5] M.P.Verge, A.Hirschberg, R.Caussé, Sound production in recorderlike instruments. II.A simulation model. J. Acoust. Soc. Am., 101 (5), Pt.1, 2925-2939, 1997.

[6] B.Fabre, A. Hirschberg, A.P.J. Wijnands, Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe. Acustica, 82, 863-877 (1996).

[7] T.D. Rossing, N.H. Fletcher, « Principles of Vibration and Sound ». Springer Verlag (1995) (Cf. Spherical waves pp 143-145).

[8] T.D. Rossing, N.H. Fletcher, « Principles of Vibration and Sound ». Springer Verlag (1995)