

CFA/VISHNO 2016

**Caractérisation expérimentale de structures sous champ
acoustique diffus : mesure des fonctions de sensibilité par
principe de réciprocité**

C. Marchetto^a, L. Maxit^a, O. Robin^b et A. Berry^c

^aLVA - INSA de Lyon, Bâtiment St. Exupéry, 25 bis avenue Jean Capelle, 69621
Villeurbanne Cedex, France

^bGroupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, 2500 boul. de l'Université,
Sherbrooke, Canada J1K 2R1

^cGroupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, 2500 boul. de l'Université,
Sherbrooke, QC, Canada J1K 2R1
christophe.marchetto@insa-lyon.fr



LE MANS

La caractérisation expérimentale de la réponse vibro-acoustique de panneaux soumis à un Champ Acoustique Diffus (CAD) est très utilisée dans le contexte industriel. Classiquement, le CAD est obtenu en utilisant une chambre réverbérante excitée par différentes sources acoustiques. Néanmoins, ce moyen d'essai est coûteux et il n'assure qu'une reproduction partielle d'un CAD (i.e. inhomogénéité spatiale du champ acoustique, peu d'ondes d'incidence rasante, etc.). Pour palier ces inconvénients, on propose une méthode alternative basée sur la mesure des fonctions de sensibilité qui caractérisent le panneau à tester. Ces dernières permettent en effet d'en déduire la réponse au CAD à partir de l'interspectre de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde induit par celui-ci. Pour mesurer ces fonctions de sensibilité, on fait appel à un principe de réciprocité développé dans le papier. La méthode proposée est validée dans un premier temps à partir d'expérimentations numériques puis elle est testée expérimentalement sur une plaque plane simplement supportée.

1 Introduction

La caractérisation expérimentale de la réponse vibro-acoustique de panneaux excités par un Champ Acoustique Diffus (CAD) présente un grand intérêt pour les industriels. En théorie, le CAD est représenté par une infinité d'ondes planes décorréliées ayant un angle d'incidence équiprobable dans toutes les directions (0 à 90°). En pratique, le CAD reproduit dans une chambre réverbérante correspond rarement à la définition théorique, notamment en dessous de la fréquence de Schroeder. À cela s'ajoutent des problèmes liés aux dimensions de la cavité source, puisque les modes de cavité vont perturber le champ acoustique, et à l'effet de niche présent au niveau de la fenêtre de transmission. Il est avéré que la variabilité des mesures de pertes par transmission est importante, spécialement entre laboratoires [1, 2].

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette étude, avec pour objectif de mettre en place un moyen d'essai peu coûteux et robuste permettant de caractériser expérimentalement la réponse d'un panneau soumis à un CAD uniquement à partir d'un modèle théorique de l'excitation pour s'affranchir du problème de représentativité du CAD en chambre réverbérante. En effet, la formulation mathématique du problème dans le domaine des nombres d'onde nous permet d'estimer la réponse du système en un point M (sur le panneau ou dans le domaine acoustique) à partir de la densité interspectrale de la pression pariétale (caractérisant le CAD) et des « fonctions de sensibilité » caractérisant le comportement vibro-acoustique du panneau et définies comme la réponse du panneau à des ondes planes pariétales dans le domaine des nombres d'onde. La connaissance de ces fonctions dans le domaine acoustique des nombres d'onde permet donc d'en déduire la réponse du système au CAD.

Dans cette étude, on propose plus particulièrement de déterminer expérimentalement ces fonctions de sensibilité à partir d'un principe de réciprocité. Ce dernier stipule qu'elles sont équivalentes aux déplacements du panneau exprimés dans l'espace des nombres d'onde lorsque celui-ci est excité par une source unitaire au point M . À des fins de validation, on applique cette technique à une plaque en appui simple sur ses quatre bords. Les fonctions de sensibilité obtenues expérimentalement sont comparées à celles obtenues théoriquement. Par ailleurs, on confronte la réponse vibro-acoustique du panneau sous CAD obtenue par cette technique à celle obtenue en utilisant une chambre réverbérante.

2 Réponse vibratoire de panneaux sous excitation aléatoire

2.1 Modélisation du CAD

Un CAD se caractérise par l'interspectre de pression pariétale défini dans le domaine spatial par [3] :

$$S_{p_b p_b}(r, \omega) = S_{pp}(\omega) \frac{\sin(k_0 r)}{k_0 r}, \quad (1)$$

où ω est la pulsation, r la séparation entre 2 points de l'espace, k_0 le nombre d'onde acoustique et $S_{pp}(\omega)$ l'autospectre de pression pariétale. Par double Transformée de Fourier (TF) spatiale [4], on peut exprimer l'interspectre de pression pariétale dans le domaine des nombres d'onde :

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{k_0} \frac{S_{pp}(\omega)}{\sqrt{k_0^2 - |\mathbf{k}|^2}} & \text{si } |\mathbf{k}| < k_0 \\ 0 & \text{si } |\mathbf{k}| \geq k_0 \end{cases}. \quad (2)$$

2.2 Réponse vibratoire et fonction de sensibilité

La théorie des vibrations aléatoires nous permet d'exprimer différentes quantités par leurs moments statistiques d'ordre 2. L'autospectre de vitesse en un point $\mathbf{x} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$ d'un panneau soumis à un CAD s'exprime de la manière suivante [5] :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (3)$$

où $\mathbf{k} = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$. La fonction $H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ est appelée fonction de sensibilité et caractérise le comportement dynamique du panneau. Son expression dans le domaine des nombres d'onde est donnée par [5] :

$$H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \iint_S H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}} \quad (4)$$

où $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{x}\mathbf{e}_x + \tilde{y}\mathbf{e}_y$ et $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ est la réponse en vitesse vibratoire du panneau en \mathbf{x} lorsqu'il est excité par un effort normal en $\tilde{\mathbf{x}}$. Deux interprétations de cette formulation peuvent être dégagées, une interprétation directe et une interprétation basée sur le principe de réciprocité.

2.2.1 Interprétation directe

L'Eq. (4) peut être interprétée comme la réponse du panneau au point \mathbf{x} soumis à une onde plane pariétale (OPP) d'amplitude unitaire et de nombre d'onde \mathbf{k} , représentée par le terme $e^{j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}}$ et l'intégrale étant calculée sur la surface du panneau (voir Figure 1.a).

2.2.2 Interprétation basée sur le principe de réciprocité

La seconde interprétation se déduit du principe de réciprocité qui stipule que le rapport de la vitesse normale au point \mathbf{x} d'un panneau sur l'effort normal appliqué en $\tilde{\mathbf{x}}$ est égal au rapport de la vitesse normale au point $\tilde{\mathbf{x}}$ sur l'effort normal appliqué en \mathbf{x} [6] :

$$\left| \frac{V(\mathbf{x})}{F(\tilde{\mathbf{x}})} \right| \left[\frac{m}{s} \frac{s^2}{\text{kg} \times m} \right] = \left| \frac{V(\tilde{\mathbf{x}})}{F(\mathbf{x})} \right| \left[\frac{m}{s} \frac{s^2}{\text{kg} \times m} \right]. \quad (5)$$

Avec les notations précédentes, cela se traduit par l'égalité suivante :

$$H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) \quad (6)$$

En injectant l'Eq. (6) dans l'Eq. (4) et en exprimant la fonction de sensibilité en $-\mathbf{k}$, on obtient :

$$H_v(\mathbf{x}, -\mathbf{k}, \omega) = \iint_S H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}} \quad (7)$$

On interprète alors le terme à droite de l'Eq. (7) comme étant la double TF spatiale de la fonction $H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$. La fonction de sensibilité $H_v(\mathbf{x}, -\mathbf{k}, \omega)$ peut donc s'obtenir en excitant le panneau par un effort normal en \mathbf{x} et en effectuant une TF spatiale de la réponse en vitesse du panneau comme illustré en Figure 1.b.

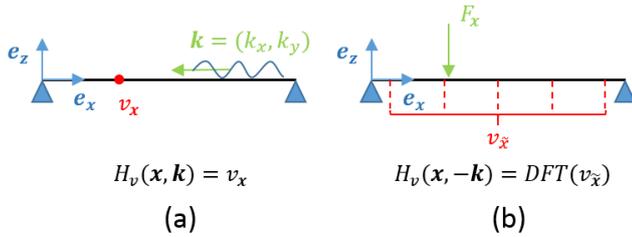


FIGURE 1 – (a) : Interprétation directe ; (b) : Interprétation issue du principe de réciprocité.

2.2.3 Troncature et échantillonnage de l'espace des nombres d'onde

Le calcul de la réponse d'un panneau à une excitation aléatoire fait intervenir une intégrale généralisée ce qui implique de déterminer la fonction de sensibilité sur un domaine infini. D'un point de vue numérique ou expérimental, le problème n'est pas résolu formellement mais sous sa forme discrète. L'Eq. (3) devient :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_k} |H_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 S_{p_p b}(\mathbf{k}, \omega) \delta k, \quad (8)$$

où Ω_k et δk sont respectivement la discrétisation et la résolution dans le domaine des nombres d'onde. Il s'agit donc de déterminer les bornes de discrétisation de manière à limiter l'intégration à un nombre fini de couple (k_x, k_y) et en approchant au mieux la valeur théorique de l'autospectre de vitesse. De manière générale, l'Eq. (3) montre que la fonction de sensibilité agit comme un filtre sur l'excitation, limitant ainsi les bornes de discrétisation.

3 Validation de la méthode

Afin de valider numériquement et expérimentalement la méthode, nous considérons un cas test composé d'une plaque appuyée sur tous ses bords et excitée par un CAD.

3.1 Description de l'étude

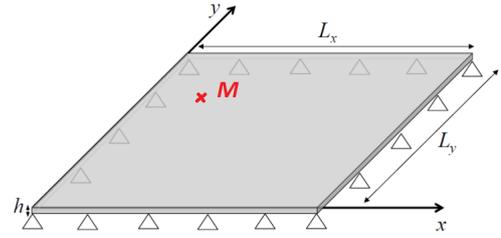


FIGURE 2 – Description de la plaque et du repère (x, y) .

Le panneau considéré (voir Figure 2) est une plaque plane en aluminium 6061 dont les propriétés mécaniques et géométriques sont données dans le Tableau 1. L'amortissement modal de la plaque a été déterminé expérimentalement en utilisant le critère de largeur de bande à -3 dB et vaut en moyenne 0.5%. La condition d'appui simple sur tous ses bords a été retenue pour sa simplicité de modélisation. Par ailleurs, le montage expérimental proposé par Robin [7] est bien représentatif de ce type de condition aux limites ce qui favorisera la confrontation des résultats expérimentaux à ceux obtenus numériquement.

TABLEAU 1 – Propriétés de la plaque simplement supportée.

Paramètres	Valeurs
Module de Young (E), [GPa]	68.9
Coefficient de Poisson (ν)	0.3
Masse volumique (ρ), [kg/m ³]	2740
Longueur (L_x), [mm]	480
Largeur (L_y), [mm]	420
Épaisseur (h), [mm]	3.17

On s'intéressera à la réponse de la plaque à un CAD au point M de coordonnées $(x = 0.06 \text{ m}, y = 0.3 \text{ m})$, dont la position est illustrée en Figure 2. En vertu du principe de réciprocité décrit en §2.2.2, l'effort normal est appliqué au point M . Par ailleurs, on définit un maillage de $(N_x, N_y) = (37, 27)$ points répartis uniformément suivant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y respectivement en laissant un espace de 1 cm entre le maillage et les bords de la plaque, donnant ainsi une résolution spatiale $\delta x = 12.8 \text{ mm}$ et $\delta y = 15.4 \text{ mm}$. La vitesse vibratoire est mesurée pour tous ces points dans la bande de fréquences [170, 2000 Hz] par pas de 0.625 Hz.

La TF spatiale de ce champ vibratoire nous donne la fonction de sensibilité. D'après les propriétés de la TF discrète, le nombre d'onde maximum k^{max} et la résolution dans le domaine des nombres d'onde δk suivant \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y sont donnés par :

$$k_x^{max} = \frac{\pi}{\delta x} \simeq 245 \text{ m}^{-1} ; k_y^{max} = \frac{\pi}{\delta y} \simeq 204 \text{ m}^{-1} \quad (9)$$

$$\delta k_x = \frac{2\pi}{L_x} \simeq 13 \text{ m}^{-1} ; \delta k_y = \frac{2\pi}{L_y} \simeq 15 \text{ m}^{-1} \quad (10)$$

Pour améliorer la résolution dans le domaine des nombres d'onde la méthode du *zero-padding* est appliquée de manière à avoir une résolution δk de 1 m^{-1} dans les deux directions.

Dans le cas particulier d'un CAD, l'interspectre de pression, donné en Eq. (2), est nul pour les nombres d'onde supérieurs au nombre d'onde acoustique. La fonction de sensibilité devra donc être déterminée sur un domaine $\Omega_k < k_0$ (à 2000 Hz $k_0 = 37 \text{ m}^{-1}$, avec $c_0 = 343 \text{ m/s}$).

3.2 Application numérique

Dans cette section, on propose une validation numérique de la méthode issue de l'interprétation basée sur le principe de réciprocité. Il s'agit donc de simuler et comparer les deux interprétations de la fonction de sensibilité, ce qui validera la discrétisation spatiale et servira de référence pour la validation expérimentale. Les fonctions de sensibilité obtenues à partir de l'interprétation directe (§2.2.1) seront notées H_v^{OPP} et celles obtenues par réciprocité (§2.2.2) H_v^{Rec} .

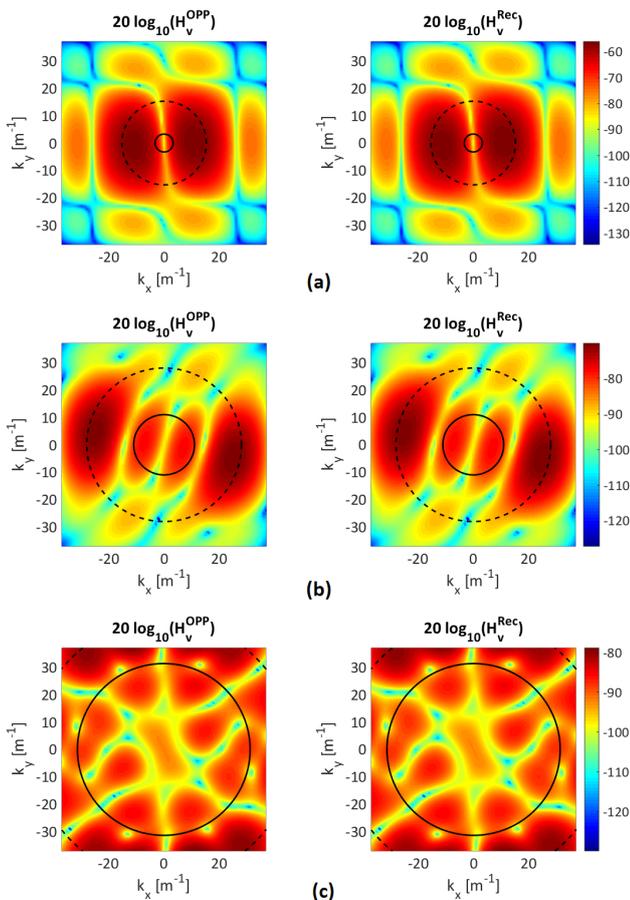


FIGURE 3 – Fonction de sensibilité : interprétation directe (à gauche) et par réciprocité (à droite)
(a) $f = 178 \text{ Hz}$; (b) $f = 600 \text{ Hz}$; (c) $f = 1710 \text{ Hz}$
— k_0 - - - k_f

La Figure 3 présente les fonctions de sensibilité obtenues à différentes fréquences, la première correspondant au mode (2,1) et les deux autres à des cas hors résonance, ainsi que les cercles de rayon k_0 (nombre d'onde acoustique) et k_f (nombre d'onde de flexion de la plaque). L'échelle d'amplitude étant identique pour les deux images, on remarque que la méthode par réciprocité permet bien de retrouver la fonction de sensibilité à partir du maillage de points et la méthode du *zero-padding* améliore la résolution sans que cela n'affecte le résultat.

En Figure 4 on présente la réponse en fréquence de la plaque excitée par un CAD d'autospectre de pression

pariétale unitaire ($S_{pp}(\omega) = 1 \text{ Pa}^2$) obtenue en simulant les interprétations directe et par réciprocité de la fonction de sensibilité. Les deux résultats se superposent parfaitement, ce qui démontre que les fonctions de sensibilité sont bien retrouvées sur toute la bande de fréquence considérée et valide la méthode numériquement.

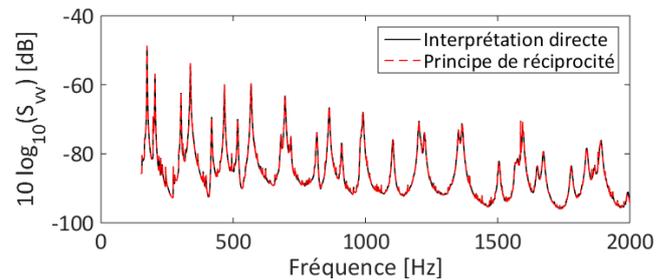


FIGURE 4 – Autospectre de vitesse (dB ref $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$) : interprétation directe et par principe de réciprocité

3.3 Application expérimentale

L'application expérimentale de la méthode par réciprocité s'est faite en utilisant une plaque montée en appui simple sur tous ses bords excitée par un pot vibrant fixé au point M (voir Figure 6), la réponse vibratoire de la plaque a été mesurée à l'aide d'un vibromètre laser aux points correspondant au maillage décrit précédemment.

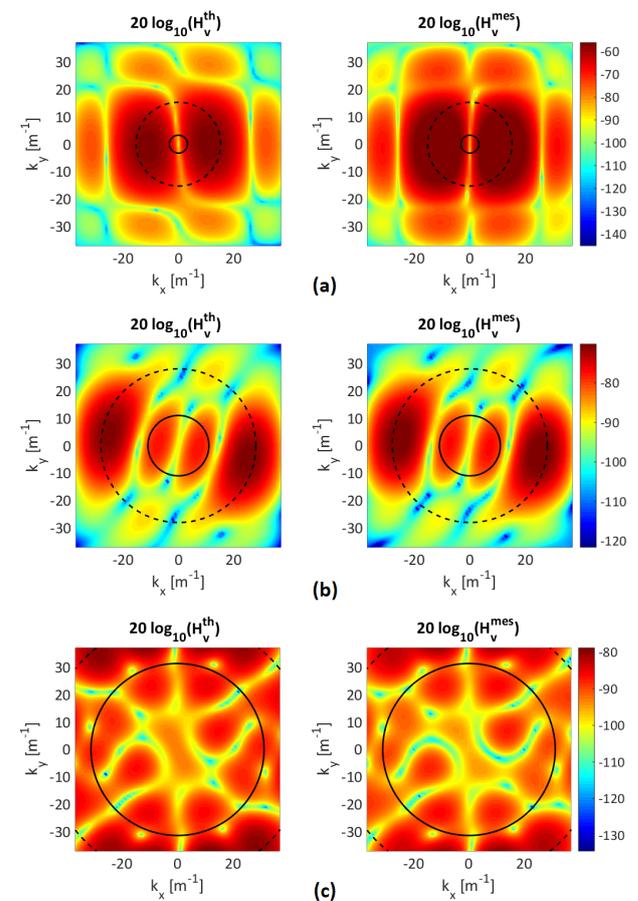


FIGURE 5 – Fonctions de sensibilité par simulation (à gauche) et expérimentale (à droite)
(a) $f = 178 \text{ Hz}$; (b) $f = 600 \text{ Hz}$; (c) $f = 1710 \text{ Hz}$
— k_0 - - - k_f

La Figure 5 montre que les fonctions de sensibilité déterminées expérimentalement sont en très bon accord avec celles déterminées numériquement, surtout à l'intérieur du cercle du nombre d'onde acoustique (représenté par le trait plein) ce qui nous intéresse particulièrement puisqu'en dehors l'interspectre du CAD est nul.

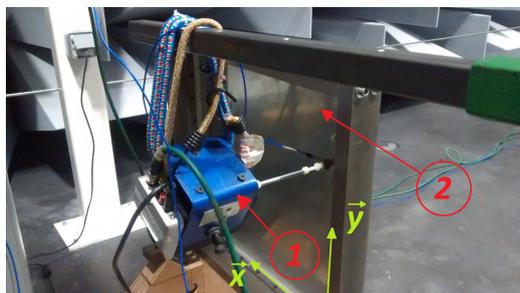


FIGURE 6 – Montage expérimental
1) pot vibrant ; 2) panneau simplement supporté

Afin de s'assurer que l'on arrive à déterminer correctement toutes les fonctions de sensibilité sur la bande de fréquence, l'autospectre de vitesse calculé à partir d'un modèle théorique (simulé numériquement) est comparé en Figure 7 à celui calculé à partir de la fonction de sensibilité mesurée ($S_{pp}(\omega) = 1 \text{ Pa}^2$).

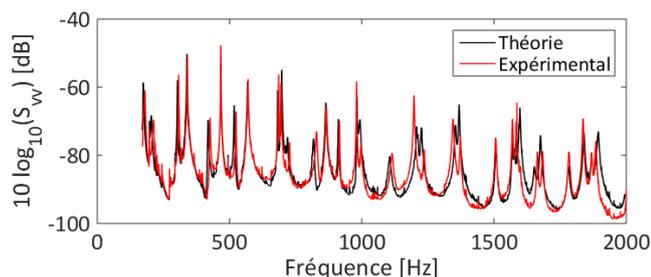


FIGURE 7 – Autospectre de vitesse (dB ref $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$) : théorique vs. expérimental

On remarque que l'autospectre de vitesse de la plaque obtenu à partir des fonctions de sensibilité expérimentales est en excellent accord avec l'autospectre théorique, ce qui confirme la validité de la méthode pour ce cas test.

4 Confrontation aux mesures en chambre réverbérante

Finalement nous confrontons la méthode proposée à une mesure directe en chambre réverbérante. Ces mesures ont été effectuées au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (Canada) avec une plaque aux propriétés semblables à celles décrites dans le Tableau 1. Le panneau a été installé dans la niche existante entre les salles couplées (réverbérante - anéchoïque, avec un montage affleurant du côté réverbérante). Une structure de type double paroi a été ensuite construite autour du panneau, avec un découplage mécanique, afin de prévenir les fuites acoustiques par transmission directe ou indirecte. Une excitation acoustique a été générée dans la chambre d'émission (réverbérante) à l'aide d'un haut-parleur alimenté par un bruit blanc. L'autospectre moyen de pression pariétale fourni en Figure

8 a été mesuré à l'aide d'une antenne plane de 81 (9×9) microphones centrée sur le panneau, les capsules des microphones étant positionnées à 2 mm de la surface de ce dernier.

La méthode issue du principe de réciprocité a été appliquée à partir de mesures faites sur cette même plaque (réponse à un effort normal au point M) et l'autospectre de vitesse a été calculé en utilisant l'autospectre de pression pariétale mesuré en chambre réverbérante.

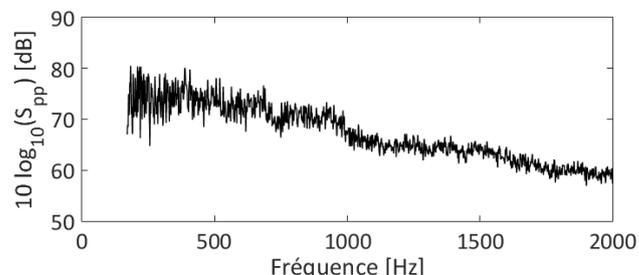


FIGURE 8 – Autospectre moyen de pression pariétale mesuré en chambre réverbérante (dB ref $4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^2$)

On compare en Figure 9 la réponse mesurée de la plaque soumise à un CAD en chambre réverbérante à celle obtenue en appliquant la méthode par réciprocité. La méthode proposée reproduit de manière assez fidèle la réponse d'un panneau à un CAD. Les différences de niveaux vibratoires sont en grande partie dues au fait que le champ reproduit en chambre réverbérante n'est pas parfaitement diffus (absence d'ondes rasantes, inhomogénéité du champ de pression, etc.). Les écarts peuvent également être attribués à la précision du point de mesure (ou d'application de l'effort pour la méthode par réciprocité) dont l'influence augmente avec la fréquence puisque les déformées de la plaques sont de plus en plus complexes et locales.

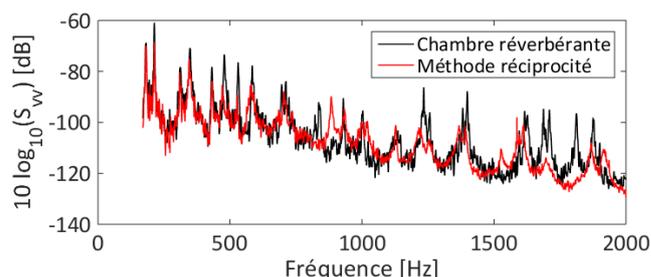


FIGURE 9 – Autospectre de vitesse (dB ref $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$) : Mesures en chambre réverbérante vs. méthode par réciprocité

5 Conclusion

Dans ce papier nous proposons une méthode permettant de caractériser le comportement vibro-acoustique d'un panneau sous CAD qui repose sur la formulation mathématique du problème dans le domaine des nombres d'onde. Celle-ci indique que la réponse d'un panneau à un CAD dépend d'une part de l'interspectre de pression pariétale de l'excitation et d'autre part d'une fonction appelée « fonction de sensibilité », fonction qui peut être interprétée comme la réponse du panneau soumis à une onde plane pariétale de nombres d'onde donnés.

Le principe de réciprocité permet toutefois de donner une seconde interprétation à la fonction de sensibilité et de montrer que pour obtenir la fonction de sensibilité en un point M (sur le panneau ou dans le milieu acoustique) il suffit d'exciter le panneau par une source unitaire en ce même point M et d'exprimer le champ vibratoire de la plaque dans le domaine des nombres d'onde.

Cette méthode a été validée numériquement et expérimentalement sur un cas test composé d'une plaque plane simplement appuyée et excitée par un CAD. Dans un avenir proche, on se propose de valider la méthode pour un point de réception M dans le domaine acoustique afin que l'on puisse traiter des problèmes de transparence acoustique de panneaux excités par un CAD.

Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007).

Références

- [1] A. Dijkmans, C. Vermeir, Numerical investigation of the repeatability and reproductibility of laboratory sound insulation measurements, *Acta Acust. United Ac.*, **99**, 421-432 (2013).
- [2] T. Bravo, S. J. Elliott, Variability of low frequency sound transmission measurements, *J. Acoust. Soc. Am.*, **115** (6), 2986-2997 (2004).
- [3] B. Rafaely, Spatial-temporal correlation of a diffuse sound field, *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (6), 3254 :3258 (2000).
- [4] B. Arguillat, Étude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles, *Thèse - École Centrale de Lyon* (2006).
- [5] E. Ciappi, S. De Rosa, F. Franco, J. L. Guyader, S. A. Hambric, Flinovia – Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects, *Springer*, 249 :278 (2014).
- [6] L. Maxit, V. Denis, Prediction of flow induced sound and vibration of periodically stiffened plates, *J. Acoust. Soc. Am.* **133** (1), 146 :160 (2013).
- [7] O. Robin, J.-D. Chazot, R. Boulandet, M. Michau, A. Berry, N. Atalla, A plane and thin panel with representative simply supported boundary conditions for laboratory vibroacoustic test, *Acta Acust. United Ac.*, **102** (1), 170 :182 (2016).