

# CFA/VISHNO 2016

## **Formation de voies vibro-acoustiques pour la détection d'une réaction sodium-eau: étude de l'impact des brides de fixation**

S. Kassab et L. Maxit

LVA INSA LYON - CEA CADARACHE, 25 BIS AVENUE JEAN CAPELLE, Bât  
202,P.216, CEA Cadarache13108 St-Paul-lez-Durance, 69621 Villeurbanne Cedex,  
France

[souha.kassab@insa-lyon.fr](mailto:souha.kassab@insa-lyon.fr)



LE MANS

Les études de sûreté sur les échangeurs de chaleur sodium-eau imposent le développement des méthodes de détection de fuite de l'eau dans le sodium susceptible de déclencher une réaction d'auto-érosion-corrosion des tubes de l'échangeur. La technique de détection basée sur le dépassement de seuil de l'énergie vibratoire peut être remise en cause par un bruit de fond très important. Lors d'une première étude, nous nous sommes intéressés à la technique de la formation de voies qui permet d'augmenter le rapport signal à bruit et de localiser une source acoustique à l'intérieur d'une coque cylindrique (i.e. virole du générateur de vapeur) à partir de signaux accélérométriques mesurés sur la coque. Les mesures expérimentales sur une maquette ont néanmoins montré l'importance des brides de fixation sur la définition des vecteurs de pointage. Afin de disposer d'un outil numérique pour estimer ces vecteurs de pointage, on développe un modèle numérique d'une coque cylindrique remplie d'un fluide lourd couplée à deux raidisseurs circonférentiels et excitée par un monopole acoustique. La méthode des admittances circonférentielles est utilisée pour coupler un modèle semi-analytique de la coque remplie de son fluide lourd à des modèles éléments finis des raidisseurs. Pour la première application numérique, on considère que les raidisseurs sont infiniment rigides, ce qui revient à considérer la coque comme pincée. En comparant les résultats de simulation sans et avec les pincements, on met en évidence l'influence de ces dernières sur différents paramètres pouvant influencer la détection acoustique.

## 1 Introduction

Cette étude s'inscrit dans le cadre de la détection acoustique passive d'une réaction sodium-eau dans un générateur de vapeur. On souhaite pouvoir détecter une source monopolaire (i.e. la réaction sodium-eau) à partir de mesures vibratoires sur la coque cylindrique (i.e. la virole du générateur de vapeur) sachant que la coque est remplie d'un fluide lourd et que les signaux vibratoires peuvent être perturbés par un bruit de fond important. La thèse de Jeremy Moriot [1] a montré que dans ce cas la formation de voies vibro-acoustiques pouvait être utilisée pour augmenter le rapport signal à bruit. Les vecteurs de pointage qui caractérisent le filtrage spatial de la formation de voies doivent dans ce cas être définis en tenant compte du comportement vibro-acoustique du système, notamment de l'interaction fluide-structure et des brides de fixation. Afin de disposer d'un outil de simulation des vecteurs de pointage, on développe un modèle d'une coque cylindrique remplie d'un fluide lourd et couplée à deux raidisseurs circonférentiels (i.e. brides). La méthode des admittances circonférentielles [2] nous permet de coupler un modèle numérique de la coque remplie de son fluide lourd avec des modèles éléments finis des raidisseurs. Les premiers résultats numériques obtenus dans le cas d'une coque pincée sont alors analysés.

## 2 Modélisation de la coque raidie par deux brides

### 2.1 Présentation du problème vibro-acoustique

On considère le système présenté à la figure 1 constituée d'une coque cylindrique mince en acier d'extensions latérales infinies, remplie d'eau (au repos) et couplée à deux raidisseurs circonférentiels. Le système est excité par un monopole acoustique situé dans le volume du fluide. On suppose que la coque cylindrique et les raidisseurs peuvent être décrits par le modèle de Flügge et des modèles de coque mince éléments finis respectivement, alors que le comportement du fluide peut être décrit par l'équation de Helmholtz.

Un système de coordonnées cylindrique  $(x, r, \theta)$  est adopté, avec  $x$  la coordonnée axiale,  $r$  la coordonnée radiale dirigée depuis l'axe de la coque et  $\theta$  la coordonnée angulaire du système. Le monopole d'intensité  $q_s$  est situé en  $(x_0, r_0, \theta_0)$ . Les 2 raidisseurs sont situés aux abscisses  $x_1$  et  $x_2$ .

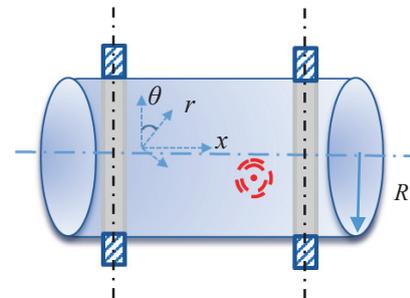


Figure 1 - Représentation schématique du système étudié

Afin de sous-structurer le problème, on considère la méthode des admittances circonférentielles [2]. On définit deux sous-systèmes : l'un composé par la coque remplie du fluide, l'autre constitué par les deux raidisseurs circonférentiels. L'excitation est harmonique avec une dépendance en temps en  $e^{j\omega t}$  où  $\omega$  représente la fréquence angulaire de l'excitation. On s'intéresse à la réponse stationnaire du système qui présentera la même dépendance temporelle. On omet toutefois la notation  $e^{j\omega t}$  dans le reste de la formulation.

De plus, pour ne pas alourdir les développements, on ne considère qu'un couplage suivant la direction radiale à chaque jonction, bien que la méthode des admittances circonférentielles permette de considérer le couplage suivant les 4 degrés de liberté de la coque.

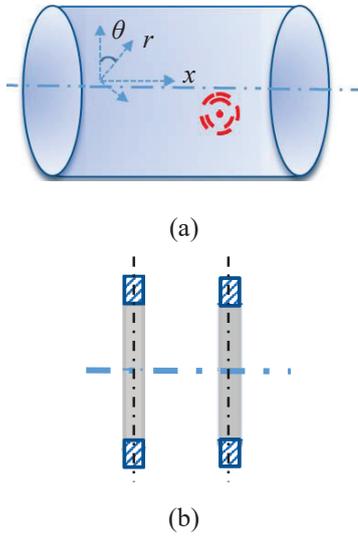


Figure 2 - Sous-structuration du problème : (a), coque cylindrique remplie d'eau ; (b), raidisseur circonférentiel

## 2.2 Principe de la méthode des admittances circonférentielles

On définit les quantités suivantes à chaque jonction  $i$  ( $i=1,2$ ) entre la coque et un raidisseur :

-  $\tilde{W}_i^\alpha$  : le déplacement radial de la coque cylindrique (pour  $\alpha = 1$ ) ou du raidisseur ( $\alpha = 2$ ) ;

$F_i^\alpha$  : l'effort radial appliqué sur la coque par le raidisseur (pour  $\alpha = 1$ ) ou l'effort radial appliqué sur le raidisseur par la coque (pour  $\alpha = 2$ ).

En considérant le système de coordonnées cylindriques de la fig.1, on peut exprimer toutes les variables physiques (forces, vitesses et déplacements..) en termes de séries de Fourier suivant les ordres circonférentiels  $n$  comme suit :

$$f(\theta) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \tilde{f}(n) e^{jn\theta} \quad (1)$$

où  $n \in \mathbb{Z}$  car le système est  $2\pi$ -periodique suivant la circonférence.

On définit l'admittance circonférentielle de la coque ( $\alpha=1$ ) ou les raidisseurs ( $\alpha=2$ ) entre les jonctions  $i$  et  $j$  par :

$$\tilde{Y}_{ij}^\alpha = \frac{\tilde{W}_j^\alpha}{\tilde{F}_i^\alpha} \quad (2)$$

En faisant usage du principe de la superposition pour des systèmes linéaires passifs [2], et en exploitant les conditions de la continuité des vitesses radiales et de l'équilibre des efforts, on peut écrire le système suivant :

$$[\tilde{Y}_{ij}^1 + \tilde{Y}_{ij}^2] \{ \tilde{F}_j^c \} = \{ \tilde{W}_i^1 \} \quad (3)$$

où  $\tilde{W}_i^1$  est le déplacement circonférentiel suivant  $k_\theta$  à la jonction  $i$  de la coque excitée par un monopole acoustique.

En résolvant ce système d'équations, on en déduit les forces de couplage  $\tilde{F}^c$  exercée par la coque remplie d'eau sur les deux raidisseurs. On peut alors réinjecter ces efforts dans le modèle de coque en eau (voir paragraphe 2.5) afin d'estimer la valeur du champ vibratoire de celle-ci lorsqu'elle est couplée aux raidisseurs circonférentiels.

## 2.3 Calcul des admittances circonférentielles et des déplacements libres de la coque

### 2.3.1 Principe

Pour calculer les admittances de la coque couplée au fluide, on considère que celle-ci est excitée par un chargement radial positionné à  $x=0$ . L'amplitude de ce chargement est unitaire sur chaque ordre circonférentiel. Comme la coque est axisymétrique et d'extensions latérales infinies, l'admittance entre deux jonctions peut être déduite en translatant les déplacements de la coque  $\tilde{W}_F$  obtenues pour l'excitation unitaire en  $x=0$  :

$$\tilde{Y}_{ij}^1 = \tilde{W}_F(x_i - x_j, k_\theta) \quad (4)$$

Par ailleurs, pour déterminer les déplacements libres de la coque  $\tilde{W}_i^1$ , on considère la coque couplée au fluide et excitée par le monopole. On cherche alors à déterminer les déplacements de la coque aux deux jonctions.

### 2.3.2 Formulation mathématique du modèle de la coque en eau

Pour déterminer la réponse de la coque cylindrique couplée au fluide, on exprime les équations du mouvement dans l'espace des nombres d'onde en utilisant la transformée de Fourier spatiale définie par :

$$f(x, \theta) \rightarrow \tilde{f}(k_x, k_\theta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, \theta) e^{-j(k_x x + k_\theta \theta)} dx d\theta \quad (5)$$

Les déplacements spectraux de la coque dans le repère de coordonnées cylindriques  $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$  en considérant l'opérateur de Flügge s'écrivent alors [2] :

$$[\tilde{L}_{3 \times 3}] \begin{Bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{Bmatrix} = \frac{(1 - \nu^2)}{Eh} R^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{F}_w \end{Bmatrix} \quad (6)$$

où  $[\tilde{L}_{3 \times 3}]$  est une matrice carrée (3x3) qui dépend de l'opérateur de Flügge et des paramètres du système et  $\tilde{F}_w$  représente les forces spectrales radiales appliquées à la coque.

- $\tilde{F}_w$  dans le cas d'une excitation monopole (pour le calcul des déplacements libres)

Le champ de pression totale peut être décomposé sous la forme:

$$\tilde{p}_{tot} = \tilde{p}_b + \tilde{p}_{ray} \quad (7)$$

où  $\tilde{p}_b$  représente le champ de pression créé par le monopole lorsque la paroi de la coque est supposée rigide (i.e. pression bloquée) et  $\tilde{p}_{ray}$  représente le champ de pression induit par les déformations de la coque (i.e. pression re-rayonné).

La pression bloquée peut s'écrire (voir détails des calculs en [1]) :

$$\tilde{p}_b = \frac{2q_s e^{-i(n\theta_0 + k_x x_0)} J_n(k_r r_0)}{k_r R J'_n(k_r R)} \quad (8)$$

où  $J_n$  représente la fonction de Bessel d'indice  $n$  et  $k_r$  vérifie la relation  $k_x^2 + k_r^2 = k_o^2$  avec  $k_o$  le nombre d'onde acoustique.

Par ailleurs, la pression rayonnée par la coque élastique peut s'écrire [1] :

$$\tilde{p}_{ray} = -j\omega \tilde{Z}_0 \tilde{w}_n \quad (9)$$

où  $\tilde{Z}_0$  est l'impédance liée au fluide [3] :

$$\tilde{Z}_0 = j\omega \rho_0 \frac{J_n(k_r r)}{k_r J'_n(k_r R)} \quad (10)$$

On a alors :

$$\tilde{F}_w = -j\omega \tilde{Z}_0 \tilde{w} + \tilde{p}_b \quad (11)$$

- $\tilde{F}_w$  dans le cas d'une force radiale ponctuelle en  $x=0$  (pour calcul admittance)

Dans ce cas, les forces spectrales s'écrivent :

$$\tilde{F}_w = -j\omega \tilde{Z}_0 \tilde{w} + \frac{1}{2\pi} \quad (12)$$

Pour chacun des deux cas des efforts spectraux décrits précédemment (i.e. Eq. (11) et (12)), on obtient à l'aide de l'éq. (6) un système d'équations dont les déplacements spectraux sont les inconnues. On peut donc en déduire le déplacement spectral radial  $\tilde{w}$  de la coque soumise, soit à un effort ponctuel, soit à un monopole.

Finalement, le déplacement radial circonferentiel  $\tilde{w}(x, k_\theta)$  peut être déduit par transformée spatiale inverse de Fourier :

$$\tilde{w}(x, n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{w}(k_x, n) e^{jk_x x} dk_x \quad (13)$$

## 2.4 Calcul des Admittances circonferentielles des raidisseurs

La méthode des Eléments Finis Axisymétriques peut être utilisée pour estimer les admittances circonferentielles des raidisseurs. Ces calculs peuvent par exemple être effectués par les logiciels MSC/NASTRAN et SDTools.

Les deux brides n'étant pas reliées mécaniquement entre elles, si on excite le raidisseur 1 par un effort radial, le raidisseur 2 ne vibre pas, ce qui revient à écrire :

$$\tilde{Y}_{12}^2 = \tilde{Y}_{21}^2 = 0 \quad (14)$$

## 2.5 Calcul des déplacements de la coque couplée aux brides

Lorsque les admittances de la coque et des raidisseurs ont été calculées, ainsi que les déplacements libres de la coque, on peut en déduire les forces de couplage appliquées par les raidisseurs sur la coque,  $\tilde{F}^c$  en résolvant l'équation (3). Ces efforts doivent être réinjectés dans le modèle de coque cylindrique développé au paragraphe 2.3.2. La résultante des efforts spectraux  $\tilde{F}_w$  s'écrit dans ce cas :

$$\tilde{F}_w = -j\omega \tilde{Z}_0 \tilde{w} + \tilde{p}_b + \tilde{F}_1^2 e^{-ik_x x_1} + \tilde{F}_2^2 e^{-ik_x x_2} \quad (15)$$

Les déplacements spectraux de la coque résultants des efforts appliqués par les raidisseurs et le monopole sont obtenus en résolvant l'équation (6) tenant compte de (15).

On peut exprimer le déplacement radial de la coque dans l'espace physique par :

$$w(x, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{w} e^{jk_x x} dk_x \quad (16)$$

## 3 Application numérique

Pour cette 1ère application numérique, on considère que les raidisseurs sont infiniment rigides, ce qui revient à considérer la coque pincée en  $x_1$  et  $x_2$ . Les admittances circonferentielles des « raidisseurs » sont alors données par :

$$\tilde{Y}_{11}^2 = \tilde{Y}_{22}^2 = 0 = 0 \quad (17)$$

La coque cylindrique est supposée en acier de diamètre 219 mm et d'épaisseur 8 mm. Le fluide est l'eau à température ambiante. Les facteurs d'amortissement liés à la coque et au fluide sont respectivement de  $10^{-2}$  et  $10^{-3}$ .

On présente aux figures 3 et 4 le champ des déplacements radiaux de la coque lisse et pincée, respectivement. Ces résultats sont donnés pour une excitation sur l'axe de symétrie de la coque et pour  $\theta=0$ . Les valeurs sont normalisées pour faire ressortir la variation spatiale du déplacement le long de la coque suivant les fréquences. Cette notion est importante pour la formation de voies car l'étude réalisée par J. Moriot [1] a mis en évidence que le gain d'antenne augmentait lorsque le champ des déplacements était homogène sur la coque.

Pour la coque lisse (i.e. fig. 3) on observe un champ relativement homogène jusqu'à une fréquence de 5.5 kHz. Entre 5.5 et 7 kHz, on observe une forte décroissance du champ vibratoire alors qu'au-delà de 7 kHz, le champ redevient plus homogène spatialement.

Pour la coque pincée (i.e. fig. 4), on observe bien une chute des déplacements radiaux aux positions où l'on a pincé la coque, ainsi que des interférences dues aux réflexions des ondes au niveau des pincements. Le champ vibratoire paraît moins homogène que pour la coque lisse.

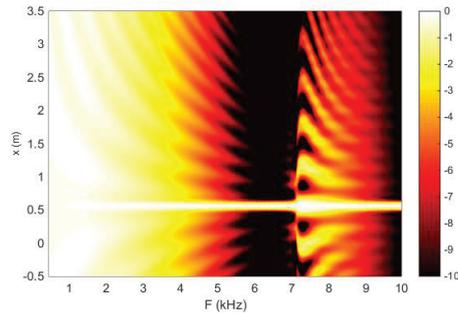


Figure 3 - Champ spatio-fréquentiel des déplacements de la coque lisse pour une excitation en  $(x_s = 0.455, r_s = 0, \theta_s = 0)$

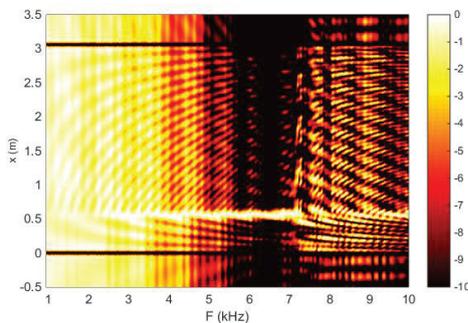


Figure 4 - Champ spatio-fréquentiel des déplacements de la coque pincée pour une excitation en  $(x_s = 0.455, r_s = 0, \theta_s = 0)$

### 3.1 Analyse des courbes de dispersion suivant les ordres circonférentiels

Examinons maintenant les nombres d'ondes portant l'énergie sur la plage fréquentielle allant jusqu'à 10 kHz pour la coque avec et sans pincements. Pour cela, on présente à la figure 5, les déplacements radiaux spectraux normalisés pour une excitation monopolaire proche de la coque ( $r_s = 0.09$ ) et pour les 3 premiers ordres circonférentiels. On peut alors observer des trajectoires qui peuvent s'apparenter à des « courbes de dispersion opérationnelles ». Pour se repérer, on présente également sur cette figure le nombre d'onde acoustique  $k_0$ , le nombre d'onde des mouvements de traction-compression  $k_l$ , ainsi que le nombre d'onde des mouvements de flexion d'une plaque équivalente en épaisseur et matériau à la coque,  $k_f$ .

Ce type d'illustrations permet de comparer nos résultats avec ceux de l'étude menée par Fuller et Fahy dans [4] afin de mieux appréhender les contributions du fluide et la coque sur la propagation des vibrations sur la coque.

A la figure 5a, on observe qu'en dessous de 5 kHz, la courbe de dispersion est proche du nombre d'onde acoustique alors qu'ensuite elle se rapproche du nombre d'onde de flexion. Ceci peut s'expliquer par le fait que la fréquence d'anneau de la coque est d'environ 8 kHz. En

dessous de celle-ci, la raideur induite par la courbure de la coque joue un rôle important, la coque est très rigide. En dessous de 5 kHz, on note également une trajectoire de moindre intensité qui peut être attribué aux mouvements de traction-compression dans la coque et à l'effet de Poisson. A 7 kHz, on voit l'apparition d'un mode principalement porté par le fluide. Pour les ordres circonférentiels supérieurs (fig. 5b et 5c), on peut noter des comportements similaires (voir détails en [4]).

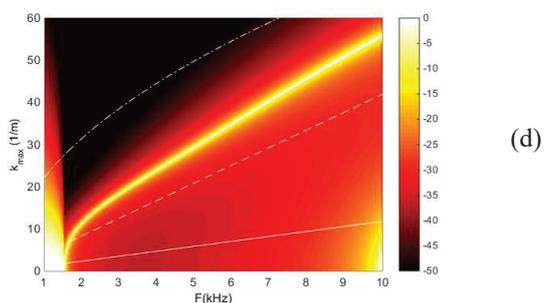
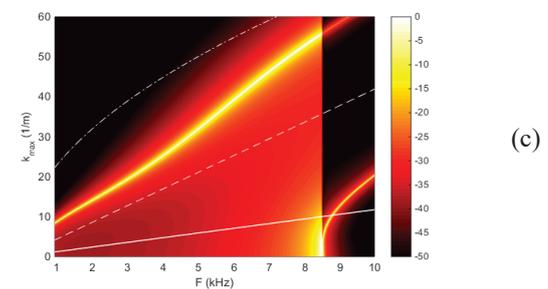
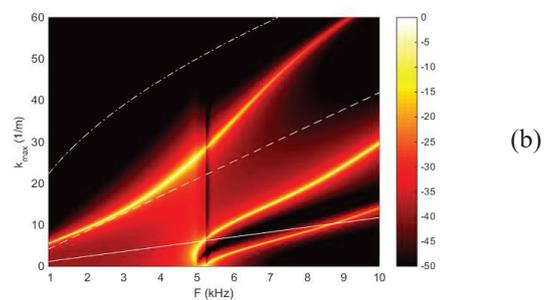
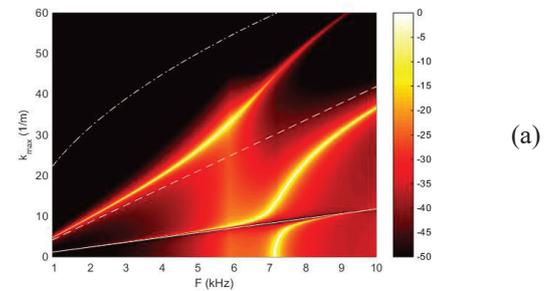


Figure 5 - Courbes de dispersion « opérationnelles » de la coque pour les 3 premiers ordres circonférentiels. (a),  $n=0$ ; (b),  $n=1$ ; (c),  $n=2$ ; (d),  $n=3$ . Courbes de dispersion de la coque pour les trois premiers ordres circonférentiels.  $-$   $k_f$ ,  $--$   $k_0$ ,  $---$   $k_l$ .

### 3.2 Etude des déplacements maximums et du gain d'antenne selon la position radiale de la source

On considère maintenant une antenne linéaire de 50 capteurs positionné en  $\theta=0$  sur la coque entre les deux pincements.  $w_i$  représente le déplacement radial au niveau du capteur  $i$ .

On s'intéresse aux déplacements spectraux maximums suivant  $k_x$ , aux déplacements maximums au niveau des capteurs de l'antenne (i.e.  $\max \{|w_i|\}_{i \in \{1,50\}}$ ), ainsi qu'au gain d'antenne pour deux positions de la source monopolaire. On rappelle que le gain d'antenne quantifie le rapport signal à bruit en sortie de formation de voies sur le rapport signal à bruit sur le capteur de référence. Dans l'hypothèse d'un bruit parfaitement incohérent, le gain d'antenne correspond à la valeur de la fonction d'ambiguïté au niveau de la source (voir [1]).

#### Source au niveau de l'axe de la coque

La figure 6 présente les quantités évoquées précédemment lorsque le monopole est sur l'axe de révolution de la coque. Seuls les modes correspondant à l'ordre circonférentiel  $n=0$  sont excités. En comparant les figures 5a et 6a, on remarque que la présence des pincements ne modifie pas significativement les nombres d'onde des ondes dominantes sur la coque. Par ailleurs, on note pour la coque lisse que :

- à figure 6b, le fort pic d'amplitude des déplacements (vers 7 kHz) coïncide avec l'apparition et la croissance rapide du mode acoustique observé sur la courbe de dispersion ;

- à la figure 6c, le gain d'antenne chute significativement entre 5 kHz et 7 kHz. Ces fréquences correspondent aux fréquences où le champ vibratoire décroît rapidement autour de la position du monopole (figure 3). Ceci confirme bien que la valeur du gain est d'autant plus élevée que le champ de déplacement enregistré par les capteurs est uniforme.

Pour la coque pincée, on observe peu de différences avec la coque lisse pour ce cas d'excitation au centre de la coque. Au-delà de 7 kHz, on peut néanmoins noter que le champ de déplacement comporte plus de variations suivant l'axe de la coque (figure 3), ce qui se traduit par une décroissance du gain d'antenne par rapport à sa valeur pour la coque lisse (figure 6c).

#### Source proche de la paroi de la coque

Pour une excitation proche de la paroi de la coque lisse, on observe toujours l'apparition d'un pic d'amplitude sur les déplacements lorsqu'un nouveau mode apparaît (voir figures 7a et 7b). Ceci se traduit généralement par une diminution du gain d'antenne autour des fréquences concernées (figure 7c).

Par ailleurs, on note une influence plus importante du pincement sur les déplacements et le gain d'antenne que pour le cas d'excitation précédent. La courbe des déplacements maximums présente des pics en dessous de 5 kHz qui peuvent être associés à un phénomène de résonances induit

par la réflexion des ondes vibratoires au niveau des pincements. Ceux-ci n'apparaissent pas pour l'excitation au centre de la coque car dans ce cas les ondes propagatives suivant l'axe de la coque sont principalement portées par le fluide (figure 5a) et sont donc peu influencées par les pincements.

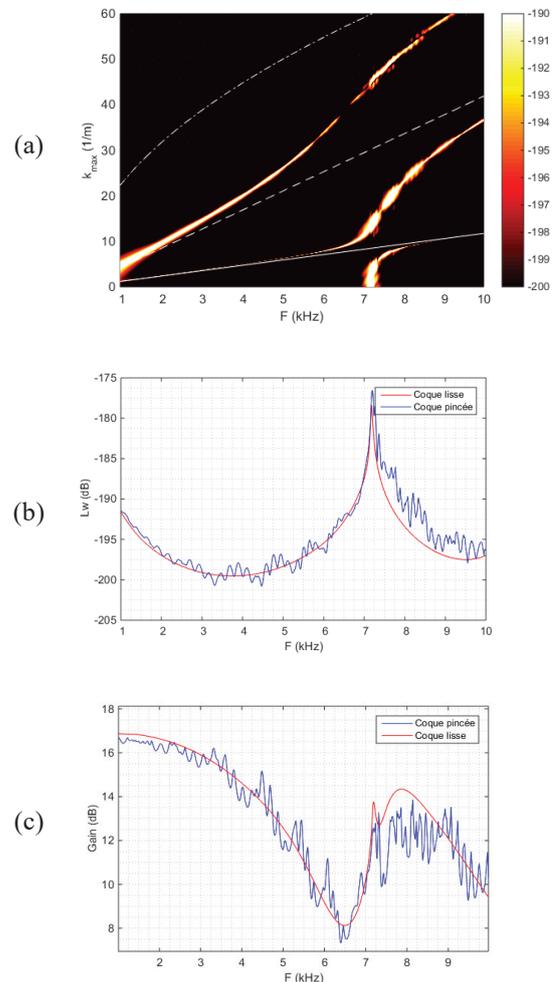


Figure 6 - Cas d'un monopole en  $(x_s = 0.455 \text{ m}, r_s = 0 \text{ m}, \theta_s = 0)$ . Valeurs de trois quantités en fonction de la fréquence : (a), Amplitude maximum des déplacements spectraux suivant  $k_x$  (cas de la coque pincée). (b), Amplitude maximum du déplacement au niveau des capteurs de l'antenne. (c), Gain d'antenne.

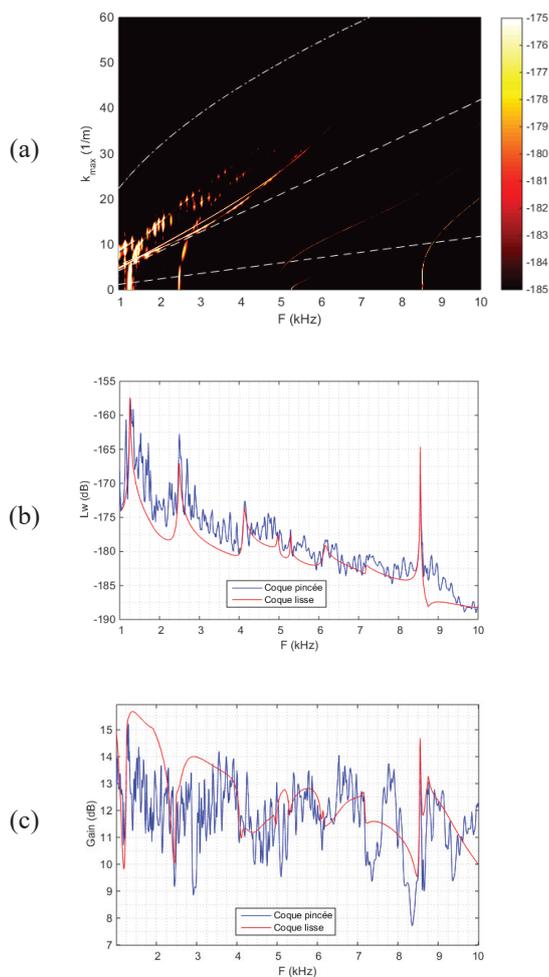


Figure 7 - Idem Figure 6 pour un monopole en  $(x_s = 0.455 \text{ m}, r_s = 0.09 \text{ m}, \theta_s = 0)$ .

## 4 Conclusions

La réponse vibro-acoustique d'une coque cylindrique remplie d'un fluide lourd couplée à deux raidisseurs circonférentiels et excitée par un monopole a été prédite à partir de la méthode des admittances circonférentielles. La méthode a été présentée en ne considérant qu'un couplage entre la coque et les raidisseurs suivant la direction radiale. Elle peut aisément se généraliser pour tenir compte des couplages suivant les autres directions (i.e. axiale, tangentielle, rotation tangentielle). Les premiers résultats numériques ont été obtenus en considérant des raidisseurs infiniment rigides ce qui revient à considérer la coque comme pincée. On a pu observer une influence significative de ces pincements sur les vibrations de la coque et le gain d'antenne lorsque le monopole est proche des parois de la coque, ce qui n'est pas le cas lorsque le monopole est au centre de la coque. Dans un futur proche, les simulations numériques seront réalisées en tenant compte de la raideur dynamique des brides de la maquette utilisées lors de l'expérimentation de J. Moriot [1]. Les admittances circonférentielles de ces brides seront alors estimées par la méthode des éléments finis.

## Références

- [1] J. Moriot, *Détection vibro-acoustique passive d'une réaction sodium-eau par formation de voies dans un générateur de vapeur d'un réacteur nucléaire à neutrons rapides refroidi au sodium.*, Villeurbanne: Thèse INSA Lyon, 2013.
- [2] L. Maxit et J.-M. Ginoux, «Prediction of the vibro-acoustic behavior of a submerged shell non periodically stiffened by internal frames,» *Journal of Acoustic Society of America*, vol. 128 (11), pp. 137-151, 2010.
- [3] F. Fahy, *Sound and Structural Vibration*, London: Academic Press, 1985.
- [4] C. Fuller et F. J. Fahy, «Characteristics of wave propagation and energy distribution in cylindrical elastic shells filled with fluid,» vol. 181(4), 1982.