

CFA/VISHNO 2016

Introduction de la diffusivité des parois au sein du modèle de diffusion acoustiqueC. Foy^a, J. Picaut^b et V. Valeau^c^aCerema - LRS, 11 rue Jean Mentelin, BP9 - Cedex 2, 67035 Strasbourg, France^bIfsttar, Centre de Nantes, Route de Bouaye, CS 4, 44344 Bouguenais Cedex, France^cInstitut PPRIME, 6 rue Marcel Doré, 86022 Poitiers Cedex, France

cedric.foy@cerema.fr



LE MANS

Depuis plusieurs années, un modèle prévisionnel du champ sonore réverbéré a été développé en acoustique des salles. Ce modèle repose sur l'idée que la propagation du champ sonore, résultant de multiples réflexions aux parois, obéit à un processus de transport de particules sonores et, à la limite, en supposant un champ quasi-isotrope, à un processus de diffusion. Cette hypothèse permet d'introduire une équation de diffusion portant sur la densité d'énergie acoustique et une loi de Fick portant sur l'intensité acoustique. L'impact des caractéristiques de la salle sur la mise en place de ce processus est alors pris en compte *via* un coefficient de diffusion, paramètre fondamental du modèle. Une première expression de ce coefficient a été proposée dans le cas de réflexions aux parois purement diffuses. Pour cela, la probabilité de réflexion du processus de transport/diffusion est supposée uniforme. Ce modèle a ensuite été étendu empiriquement en introduisant un coefficient de diffusion, fonction de la diffusivité des parois, dont l'impact sur le champ sonore est important. Nous présentons ici une démarche théorique permettant d'introduire ce phénomène de diffusivité des parois dans le modèle et ce, en proposant une nouvelle expression de la probabilité de réflexion dans le processus de transport. Le modèle de diffusion résultant est alors validé avec succès par comparaison avec une approche de tir de particules, servant de référence, dans le cas d'un couloir faiblement absorbant.

1 Introduction

La modélisation du champ sonore réverbéré est un domaine d'intérêt depuis de nombreuses décennies. Plusieurs approches énergétiques ont été proposées, dont, pour la plus connue, la théorie classique de la réverbération ou théorie de Sabine [1]. Cependant, cette approche se limite au champ réverbéré diffus associé aux salles de dimensions homogènes. Plus récemment, un nouveau modèle analytique, appelé *modèle de diffusion*, a été développé [2, 3]. Il repose sur l'idée que le champ sonore réverbéré peut être vu comme un ensemble de particules sonores se propageant dans un domaine et subissant des réflexions successives sur les parois. Cette hypothèse permet alors d'envisager le problème acoustique à travers un processus de diffusion de particules, tel que décrit par la théorie statistique de Boltzmann. Ainsi, sous certaines conditions, le problème acoustique peut être ramené à un processus de diffusion, défini par une *équation gradient*, portant ici sur l'intensité acoustique $\vec{I}$, et une *équation de diffusion*, portant ici sur la densité d'énergie sonore w . L'équation de diffusion est alors régie par un paramètre principal D appelé *coefficient de diffusion*. Ce modèle de diffusion introduit par ailleurs une condition aux limites permettant de prendre en compte les échanges énergétiques aux parois du domaine par le biais d'un coefficient d'échange h [3]. Il a ainsi été montré que ce modèle de diffusion est capable de modéliser un champ réverbéré non uniforme, rencontré par exemple au sein des salles de forme allongée (couloir). Finalement, le modèle de diffusion peut être vu comme une extension de la théorie de Sabine [4].

Récemment, à partir d'une évaluation numérique de l'équation de gradient, Visentin *et al* [5] ont mis en doute la validité de l'expression du coefficient de diffusion dans le cas de salles allongées. Il a pu être montré, à partir de l'estimation du rapport de l'intensité sur le gradient de la densité d'énergie, que le coefficient de diffusion varie avec la distance source-récepteur, l'absorption des parois et le coefficient de diffusivité s des parois. Dans la version originale du modèle de diffusion, le coefficient de diffusion est seulement exprimé en fonction des caractéristiques géométriques de la salle (*modèle classique de diffusion*) [3], et considère uniquement des réflexions parfaitement diffuses sur les parois.

Le présent travail, basé sur une approche analytique, propose ainsi une nouvelle expression du coefficient de diffusion, afin de pallier ces limitations. Le modèle qui en

découle est nommé dans cette étude *modèle de diffusion étendu*.

2 Processus de transport et de diffusion

2.1 Le modèle de transport

Le modèle de diffusion acoustique est basé sur une analogie entre la propagation de particules sonores subissant de nombreuses réflexions sur les parois du domaine et la propagation de particules à travers un milieu diffusant constitué d'éléments diffuseurs. Le champ réverbéré est alors supposé constitué de particules sonores, d'énergie élémentaire e , se déplaçant à la vitesse du son c en ligne droite après chaque collision avec les parois.

Deux groupes de particules, notés p et q , sont ici introduits. Les p -particules (particules sonores) sont celles qui se propagent et qui subissent des collisions avec les q -particules (parois). Les p -particules peuvent être soit absorbées, soit réfléchies quand elles entrent en collision avec les q -particules. L'importance des phénomènes de collision, d'absorption et de réflexion est quantifiée par la notion de section transversale respectivement de collision, d'absorption et de réflexion. En outre, les p et q particules obéissent aux hypothèses suivantes :

- les p -particules ne subissent pas de collisions entre elles,
- le système $\{p, q\}$ est si dilué qu'une p -particule ne peut entrer en collision avec plusieurs q -particules au même moment,
- les p -particules se déplacent librement entre deux collisions successives avec les q -particules.

Afin de déterminer le champ sonore, à chaque instant t dans un élément de volume dV_r centré en $\vec{r}$, il est théoriquement nécessaire de connaître la position et la vitesse de toutes les p -particules, ce qui est impossible. Pour simplifier le problème, le concept de fonction de distribution (noté $f(\vec{r}, \vec{c}, t)$) dans l'espace des phases $dV_r dV_c$ introduit par la théorie statistique de Boltzmann est ici utilisé [6]. L'expression $f(\vec{r}, \vec{c}, t) dV_r dV_c$ représente le nombre moyen de p -particules qui, à l'instant t , sont dans l'élément de volume dV_r centré en $\vec{r}$ et dont leur vitesse est dans un élément de volume dV_c centré en $\vec{c}$. Les variables macroscopiques, *i.e.* la densité d'énergie acoustique $w(\vec{r}, t)$

et l'intensité acoustique $\vec{I}(\vec{r}, t)$, sont obtenues en intégrant sur les directions (θ, ϕ) du vecteur de vitesse (Figure 1) :

$$w(\vec{r}, t) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi e \times f(\vec{r}, \theta, \phi, t) \sin \theta d\theta d\phi, \quad (1)$$

et

$$\vec{I}(\vec{r}, t) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi e \times \vec{c} f(\vec{r}, \theta, \phi, t) \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2)$$

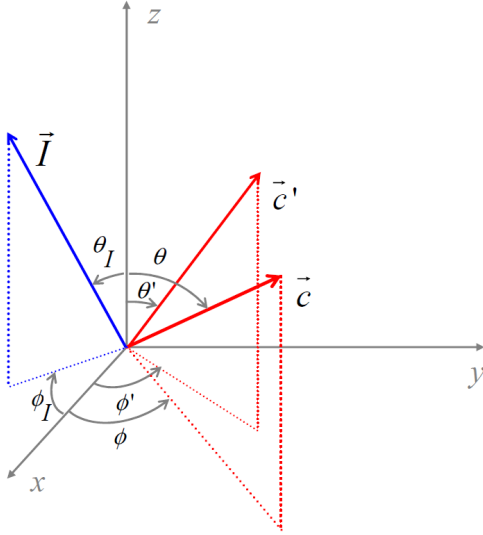


FIGURE 1 – Notations associées à l'équation de transport.

En supposant que les sections transversales des q -particules sont indépendantes de la direction de propagation, on peut montrer que la fonction de distribution répond à l'équation de transport suivante [6] :

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{c}, t)}{\partial t} = -\vec{c} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{r}, \vec{c}, t) - n_t(\vec{r}) Q_a(\vec{r}) c f(\vec{r}, \vec{c}, t) + [A], \quad (3)$$

avec $[A]$ le terme de collision :

$$[A] = -n_t(\vec{r}) Q_e(\vec{r}) c f(\vec{r}, \vec{c}, t) + n_t(\vec{r}) \int_0^{2\pi} \int_0^\pi Q_e(\vec{r}) P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c}) c f(\vec{r}, \vec{c}', t) d\Omega', \quad (4)$$

où

- $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c})$ est la probabilité que la direction de réflexion soit $\vec{c}(c, \theta, \phi)$ si la direction d'incidence est $\vec{c}'(c, \theta', \phi')$,
- $n_t(\vec{r})$ est le nombre de q -particules au sein de l'élément de volume dV_r ,
- $Q_a(\vec{r})$ et $Q_e(\vec{r})$ sont respectivement les sections transversales d'absorption et de réflexion élastique des q -particules au sein de l'élément de volume dV_r . Une section transversale de collision $Q_t(\vec{r})$ peut être définie ainsi : $Q_t(\vec{r}) = Q_a(\vec{r}) + Q_e(\vec{r})$,
- $d\Omega' = \sin \theta' d\theta' d\phi'$ est l'angle solide en coordonnées sphériques (Figure 1).

L'équation de transport à six dimensions reste complexe à résoudre. Toutefois, à l'aide de l'approximation dite P_1 , il est possible de réduire ce modèle de transport à six dimensions portant sur la fonction de distribution $f(\vec{r}, \vec{c}, t)$ à un modèle de diffusion à trois dimensions portant sur l'intensité acoustique $\vec{I}(\vec{r}, t)$ et sur la densité d'énergie acoustique $w(\vec{r}, t)$ [6].

2.2 Approximation P_1

L'approximation P_1 repose sur la décomposition de la fonction de distribution sur la base des polynômes de Legendre P_N [7] :

$$f(\vec{r}, \theta, \phi, t) = \frac{1}{4\pi} w(\vec{r}, t) + \frac{3}{4\pi c^2} \vec{c} \cdot \vec{I}(\vec{r}, t). \quad (5)$$

Le degré 1 retenu induit que le champ réverbéré est supposé quasi-isotropique. En introduisant l'expression de la fonction de distribution (Eq. (5)) au sein de l'équation de transport (Eq. (3)), en séparant les termes changeant ou non de signe lorsque la direction de propagation $\vec{c}$ change de sens, nous obtenons deux équations pour le cas de la probabilité de réflexion uniforme ($P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c}) = 1/4\pi$) [6] :

$$\vec{I}(\vec{r}, t) = -D(\vec{r}) \vec{\nabla} w(\vec{r}, t), \quad (6)$$

et

$$\frac{\partial w(\vec{r}, t)}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (D(\vec{r}) \vec{\nabla} w(\vec{r}, t)) - \sigma(\vec{r}) w(\vec{r}, t), \quad (7)$$

correspondant respectivement à une équation de gradient et une équation de diffusion. Le terme $\sigma(\vec{r}) = n_t(\vec{r}) Q_a(\vec{r}) c$ au sein de l'équation de diffusion modélise le phénomène d'absorption. Le terme $D(\vec{r})$ est le coefficient de diffusion et s'écrit :

$$D(\vec{r}) = \frac{c}{3} \frac{1}{n_t(\vec{r}) Q_t(\vec{r})} = \frac{\lambda(\vec{r}) c}{3}, \quad (8)$$

où $\lambda(\vec{r}) = 1/n_t(\vec{r}) Q_t(\vec{r})$ est le libre parcours moyen correspondant à la distance moyenne parcourue sans subir de collisions [6].

2.3 Le modèle de diffusion classique

Picaud *et al* [3] proposent de définir le libre parcours moyen $\lambda(\vec{r})$ en utilisant l'expression connue pour une salle [1] :

$$\lambda(\vec{r}) = \frac{1}{n_t(\vec{r}) Q_t(\vec{r})} \equiv \frac{4V}{S}, \quad (9)$$

où V et S sont respectivement le volume et la surface de l'enveloppe de la salle. Le coefficient de diffusion s'écrit aussi :

$$D_{th} = \lambda \frac{c}{3} = \frac{4V}{S} \frac{c}{3}. \quad (10)$$

Dans le modèle de diffusion classique, les grandeurs $n_t(\vec{r})$ et $Q_t(\vec{r})$ sont donc supposées constantes. Ceci signifie que la probabilité de parcourir une distance sans subir de collision est identique en tout point de l'espace. Par ailleurs, la probabilité d'absorption $Q_a(\vec{r})/Q_t(\vec{r})$ est reliée au coefficient d'absorption $\alpha(\vec{r})$ de la façon suivante :

$$\alpha(\vec{r}) = \frac{Q_a(\vec{r})}{Q_t(\vec{r})}. \quad (11)$$

Pour finir, étant donné que les échanges énergétiques (absorption) sont au niveau des parois et non dans le volume, une condition aux limites a été proposée (le terme d'absorption $\sigma(\vec{r})$ est alors égal à 0 dans l'équation de diffusion) [3] :

$$-D_{th} \frac{\partial w(\vec{r}, t)}{\partial n} = \frac{c \alpha(\vec{r})}{4} w(\vec{r}, t). \quad (12)$$

Il a été démontré que le modèle de diffusion classique donne des résultats similaires à ceux d'un code de tir de

rayons lorsque les réflexions aux parois sont purement diffuses ($s = 1$) et lorsque les directions de réflexion sont données par une probabilité de réflexion Lambertienne [4]. Notons toutefois que l'expression du coefficient de diffusion (Eq. (8)) repose ici sur un développement lié à une hypothèse de probabilité de réflexion uniforme. Les travaux présentés ici apportent une réponse à cette incohérence.

Sous cette forme, il semble que le modèle de diffusion classique puisse être considéré comme une simplification d'un modèle reposant sur une probabilité de réflexion plus générale. Cette observation est le point de départ des travaux présentés ci-dessous, et dont la finalité est d'étendre le modèle de diffusion aux réflexions mixtes spéculaires/diffuses.

3 Le modèle de diffusion étendu

Afin de généraliser le modèle de diffusion au cas des réflexions mixtes, nous proposons de définir la probabilité de réflexion $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c})$ de la façon suivante :

$$P(\vec{c}' \rightarrow \vec{c}) = (1 - s(\vec{r}))P(\vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{sp}) + s(\vec{r})P(\vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{nsp}), \quad (13)$$

avec

- $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{sp})$, la probabilité que les directions d'incidence et de réflexion soient respectivement $\vec{c}'$ et $\vec{c}$ si la réflexion est spéculaire,
- $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{nsp})$, la probabilité que les directions d'incidence et de réflexion soient respectivement $\vec{c}'$ et $\vec{c}$ si la réflexion est non spéculaire.

Notons $\hat{\vec{c}}$ la direction de réflexion spéculaire associée à la direction d'incidence $\vec{c}$, la probabilité de réflexion $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{sp})$ peut s'écrire :

$$P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{sp}) = \delta(\vec{c}' - \hat{\vec{c}}), \quad (14)$$

où δ est la distribution de Dirac. La probabilité $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{sp})$ est donc égale à 1 pour la réflexion spéculaire $\hat{\vec{c}}$ et égale à 0 pour toutes les autres directions de réflexion.

Afin de modéliser les réflexions non spéculaires, une expression générale pour la probabilité de réflexion $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{nsp})$ est introduite (en choisissant une normale $\vec{n}$ à la section transversale de collision des q -particules selon l'axe Ox , Figure 1) :

$$P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{nsp}) = C \times |\sin \theta \cos \phi|^m, \quad (15)$$

avec m un entier positif et C une constante de normalisation définie de telle sorte que l'intégration sur toutes les directions de réflexion (θ, ϕ) de la probabilité $P(\vec{r}, \vec{c}' \rightarrow \vec{c} | \text{nsp})$ soit égale à l'unité :

$$C = \left[2^{2(m+1)} \times \mathcal{B}\left(\frac{m+2}{2}, \frac{m+2}{2}\right) \times \mathcal{B}\left(\frac{m+1}{2}, \frac{m+1}{2}\right) \right]^{-1}, \quad (16)$$

où $\mathcal{B}$ est la fonction mathématique Beta. Pour $m = 0$, la probabilité est équivalente à une probabilité de réflexion uniforme (avec $C = 1/4\pi$), tandis que pour $m = 1$, elle correspond à la probabilité de réflexion Lambertienne.

A l'aide de l'Eq. (5) et de l'expression proposée pour la probabilité de réflexion, le terme de collision $[A]$ s'écrit :

$$[A] = -\frac{3n_t(\vec{r})Q_c(\vec{r})}{4\pi c} (1 - s(\vec{r})) \vec{I}(\vec{r}, t) \cdot [\vec{c} - \hat{\vec{c}}] - \frac{3n_t(\vec{r})Q_c(\vec{r})}{4\pi c} s(\vec{r}) C \times |\sin \theta \cos \phi|^m \times \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{I}(\vec{r}, t) \cdot (\vec{c} - \vec{c}') d\Omega'. \quad (17)$$

La partie spéculaire du terme de collision peut être développée en considérant que la direction spéculaire est définie à partir de la direction d'incidence par $\vec{c} - 2(\vec{c} \cdot \vec{n})\vec{n}$, où $\vec{n}$ est la normale de la section de collision des q -particules choisie parallèle à l'axe Ox . En insérant ce terme de collision au sein de l'Eq. (3), en ne gardant que les termes qui changent de signe lorsque la direction de propagation $\vec{c}$ est inversée puis, en intégrant sur les directions d'incidence (θ', ϕ') , l'équation suivante peut être obtenue :

$$\begin{aligned} \frac{c\nabla w(\vec{r}, t)}{4\pi} [B_1 - B_2 + B_3] = & + \frac{3n_t Q_a I(\vec{r}, t)}{4\pi} [B_1 + B_2 + B_3] \\ & + 3n_t Q_c I(\vec{r}, t) s(\vec{r}) C \times |\sin \theta \cos \phi|^m [B_1 + B_2 + B_3] \\ & + \frac{3n_t Q_c I(\vec{r}, t)}{2\pi} (1 - s(\vec{r})) B_1. \end{aligned} \quad (18)$$

avec

$$B_1 = \sin \theta_I \cos \phi_I \sin \theta \cos \phi, \quad (19)$$

$$B_2 = \sin \theta_I \sin \phi_I \sin \theta \sin \phi, \quad (20)$$

$$B_3 = \cos \theta_I \cos \theta. \quad (21)$$

Finalement, en intégrant l'Eq. (18) sur toutes les directions de réflexion (θ, ϕ) nous obtenons :

$$\begin{aligned} c\nabla w(\vec{r}, t) = & 3n_t Q_a I(\vec{r}, t) + 3n_t Q_c I(\vec{r}, t) s(\vec{r}) \times C \\ & \times 2^{2(m+1)} \mathcal{B}\left(\frac{m+1}{2}, \frac{m+1}{2}\right) \\ & \times \mathcal{B}\left(\frac{m+2}{2}, \frac{m+2}{2}\right), \end{aligned} \quad (22)$$

et en simplifiant par C :

$$c\nabla w(\vec{r}, t) - 3n_t Q_a I(\vec{r}, t) - 3n_t Q_c I(\vec{r}, t) s(\vec{r}) = 0. \quad (23)$$

Nous obtenons alors une équation de gradient fonction du coefficient de diffusivité $s(\vec{r})$:

$$I(\vec{r}, t) = D_{\text{ext}} \nabla w(\vec{r}, t), \quad (24)$$

avec le coefficient de diffusion étendu noté $D_{\text{ext}}(\vec{r})$:

$$D_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{c}{3} \frac{1}{n_t(\vec{r})Q_a(\vec{r}) + n_t(\vec{r})Q_c(\vec{r})s(\vec{r})}. \quad (25)$$

En utilisant l'Eq. (11), le coefficient de diffusion étendu (Eq. (25)) peut maintenant s'écrire :

$$D_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{c}{3} \frac{1}{n_t(\vec{r})Q_i(\vec{r})\alpha(\vec{r}) + [1 - \alpha(\vec{r})]s(\vec{r})}. \quad (26)$$

En supposant que le libre parcours moyen est toujours donné par l'Eq. (9) (cette hypothèse sera discutée au paragraphe 4), nous obtenons :

$$D_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{c}{3} \frac{4V}{S} \frac{1}{\alpha(\vec{r}) + [1 - \alpha(\vec{r})]s(\vec{r})}. \quad (27)$$

Finalement, lorsque $s(\vec{r}) = 1$ (i.e. réflexions purement diffuses), cette dernière expression permet de retrouver le coefficient de diffusion classique donné par l'Eq. (10) :

$$D_{\text{ext}} \equiv D_{\text{th}} = \frac{c}{3} \frac{4V}{S}. \quad (28)$$

Pour finir, il est important de remarquer que l'Eq. (26) du coefficient de diffusion étendu est indépendante du paramètre m de la probabilité de réflexion diffuse (Eq. (15)) pour ce genre de loi de réflexion. Ainsi, l'expression du coefficient de diffusion étendu est identique, et *a posteriori* le champ réverbéré dans le domaine, que la probabilité de réflexion soit uniforme ($m = 0$) ou Lambertienne ($m = 1$).

4 Validation du modèle de diffusion étendu

4.1 Choix de la salle d'étude

Afin de valider le *modèle de diffusion étendu*, il est important de retenir une géométrie qui mette l'accent sur l'effet des réflexions mixtes. Nous nous intéressons donc aux salles de forme allongée dont le champ réverbéré est substantiellement affecté par le coefficient de diffusivité s [8].

Pour de telles salles, il est important de tenir compte des récents résultats obtenus par Visentin *et al* [5]. En estimant le rapport $I/\nabla w$ et en considérant l'équation de gradient valide (Eq. (6)), l'évolution spatiale du coefficient de diffusion à partir d'une approche de tir de particules a été étudiée. Il a alors été mis en évidence que ce coefficient de diffusion estimé (noté D_{est}) augmente avec la distance source-récepteur et ce, en particulier lorsque l'absorption est importante. Ce résultat signifie que l'expression $1/n_t(\vec{r})Q_t(\vec{r}) = 4V/S$ n'est pas valable ici (Eq. (9)). Malheureusement, à l'heure actuelle, il n'existe pas d'évaluation robuste du terme $n_t(\vec{r})Q_t(\vec{r})$ et donc, il n'y a pas possibilité d'estimer le coefficient de diffusion donné par l'Eq. (26).

Cependant, dans le cas des salles allongées de très faible absorption (α de l'ordre de 0.01), le coefficient de diffusion peut être considéré comme quasi-constant tout au long de la salle, quand les réflexions sur les murs sont principalement diffuses. A titre d'illustration, et en utilisant le même procédé que celui proposé par Visentin *et al* [5] (basé sur une simulation numérique utilisant le code de tir de particules SPPS [9]), la Figure 2 montre l'évolution spatiale du coefficient de diffusion estimé D_{est} le long de l'axe principal d'une salle de dimensions [40 : 4 : 4] avec une source à son extrémité, pour différentes valeurs du coefficient de diffusivité s , normalisé par le coefficient de diffusion théorique D_{th} (Eq. (10)). Il apparaît que le coefficient de diffusion estimé D_{est} peut être considéré comme quasi-constant (excepté près de la source sonore et proche de l'extrémité) tant que le coefficient de diffusivité s est supérieur à 0.4. Dans ce cas, la relation donnant un libre parcours moyen constant ($1/n_t(\vec{r})Q_t(\vec{r}) = 4V/S$) peut être considérée comme valable, et peut être utilisée pour la validation du *modèle de diffusion étendu*.

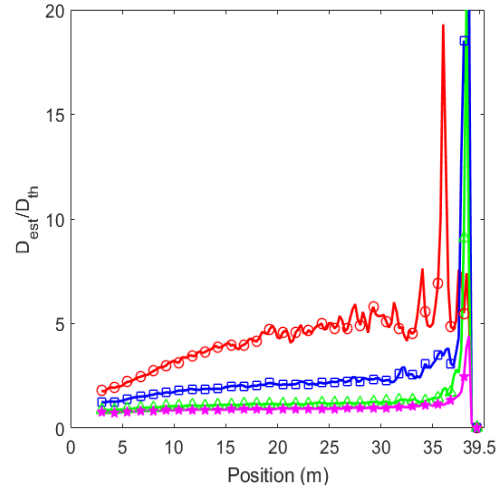


FIGURE 2 – Rapport entre le coefficient de diffusion estimé D_{est} et le coefficient de diffusion théorique D_{th} le long de l'axe principal de la salle de forme allongée [40 : 4 : 4], avec $\alpha = 0.01$. Le coefficient de diffusivité s est égal à 0.1 ($\circ$), 0.4 ($\square$), 0.8 ($\triangle$) et 1.0 ($\star$). La source sonore est positionnée au centre de la section transversale, à 2 m d'une des extrémités, et émet un niveau de puissance sonore constant $L_W = 100$ dB.

4.2 Simulation numérique du phénomène de diffusion

Pour la validation du modèle de diffusion étendue, une salle de forme allongée de dimensions [40 : 4 : 4], d'absorption uniforme ($\alpha = 0.01$ ou $\alpha = 0.1$), est ici choisie. Une source sonore sphérique de niveau de puissance $L_W = 100$ dB est positionnée en (2, 2, 2).

Le modèle de diffusion étendu est résolu numériquement par un logiciel d'éléments finis (COMSOL Multiphysics®) selon la procédure décrite par Valeau *et al* [4]. Ce modèle repose sur les équations similaires au modèle de diffusion classique (Eq. (7) sans le terme d'absorption, et Eq. (12)), en prenant l'expression du coefficient de diffusion étendu donnée en Eq. (27).

Les simulations numériques par la méthode du lancer de particules sont réalisées avec le code de calcul SPPS [9], intégré dans l'interface I-Simpa (<http://i-simpa.ifsttar.fr/>).

Le passage de la densité d'énergie acoustique $w(\vec{r})$ à la pression acoustique $p(\vec{r})$ est calculée selon [10] :

$$p^2(\vec{r}) = w(\vec{r}) \times \rho c, \quad (29)$$

où ρ est la densité volumique de l'air.

4.3 Resultats

Tout d'abord, la Figure 3 montre l'évolution spatiale du niveau de pression sonore SPL du champ réverbéré associé au *modèle de diffusion étendu* en fonction du coefficient de diffusivité s et pour $\alpha = 0.01$. Ce niveau est comparé à celui issu du code de tir de particules SPPS. Puisque le modèle de diffusion n'intègre pas le champ direct [5], ce dernier a été enlevé des résultats issus du code SPPS afin que la comparaison soit pertinente.

De façon à faciliter la comparaison des résultats, ceux-ci ont été normalisés par rapport à la valeur obtenue en $x =$

16.25 m le long de l'axe du couloir, ce qui correspond à la position où la valeur du niveau de pression sonore SPL semble indépendante du coefficient de diffusivité s .

Nous observons clairement que l'influence de la diffusivité est similaire pour les deux approches, ce qui tend à valider l'expression du coefficient de diffusion étendu pour cette configuration (Eq. (27)). L'écart maximal est inférieur à 0.5 dB entre le *modèle de diffusion étendu* et le code de tir de particules SPPS, quelle que soit la position.

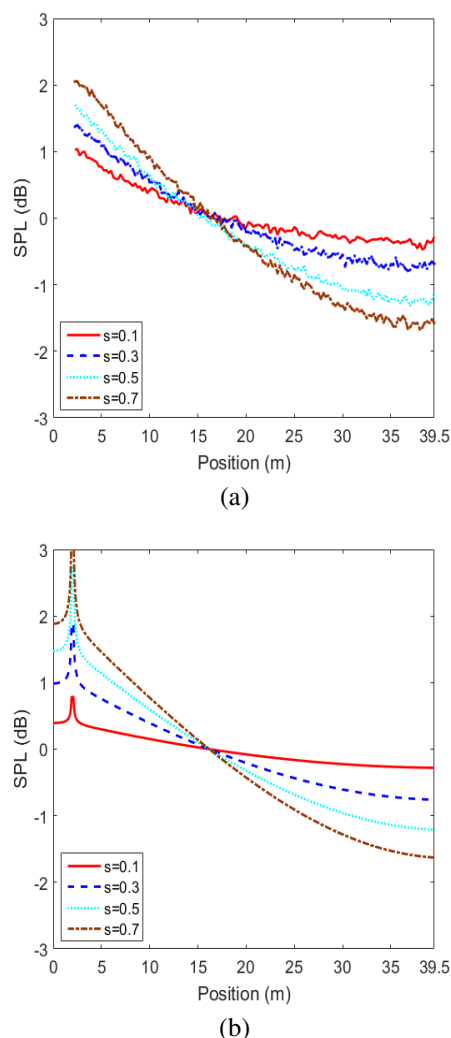


FIGURE 3 – Décroissance spatiale du niveau de pression sonore du champ réverbéré le long de l'axe principal de la salle allongée [40 : 4 : 4] pour différentes valeurs du coefficient de diffusivité s . L'absorption est uniforme est égale à $\alpha = 0.01$. La source sonore est située à la position $x = 2$ m. Comparaison en Comparaison (a) l'approche de tir de particules et (b) le *modèle de diffusion étendu*.

La même comparaison a été réalisée avec un coefficient d'absorption plus élevé $\alpha = 0.1$ (Figure 4). Nous observons un écart plus important entre le *modèle de diffusion étendu* et le code de tir de particules SPPS et ce, d'autant plus que la valeur du coefficient de diffusivité s est importante. L'écart maximal entre les modèles est d'environ 4 dB pour les points récepteurs loin de la source (Figure 4(c)). Comme déjà souligné plus haut, ce comportement s'explique par un coefficient de diffusion non uniforme le long de l'axe principal (Figure 2), et ce d'autant plus que le coefficient d'absorption α augmente [5]. Ceci confirme la nécessité

de trouver une expression plus précise du terme $n_t(\vec{r})Q_t(\vec{r})$ (Eq. (26)), dépendante de la distance source-récepteur.

5 Conclusion

Ces travaux portent sur la modélisation du champ sonore réverbéré dans une salle à partir d'un processus de diffusion emprunté à la théorie statistique de Boltzmann. Plus particulièrement, l'étude propose une forme analytique généralisée du coefficient de diffusion, permettant de tenir compte de l'influence des réflexions mixtes sur le champ sonore réverbéré. L'idée de base sur laquelle repose ce modèle consiste à considérer ce champ comme constitué d'un très grand nombre de particules sonores et dont la propagation *via* les réflexions aux parois est finalement similaire à celle de particules diffusantes à travers un milieu diffuseur. Dans un premier temps, l'expression de l'équation de transport à six dimensions a été donnée et l'approximation P_1 permettant d'obtenir une équation de gradient et une équation de diffusion tridimensionnelles a été rappelée pour le cas de la probabilité de réflexion uniforme. Ce développement introduit un paramètre majeur du modèle, le coefficient de diffusion, dont l'expression est ici donnée pour le cas où les réflexions aux parois sont purement diffuses.

De façon à étendre ce modèle de diffusion aux cas des réflexions mixtes, une expression générale de la probabilité de réflexion, désormais fonction du coefficient de diffusivité des parois, a été proposée. En reprenant le développement analytique basé sur l'approximation P_1 , nous avons obtenu une nouvelle expression pour le coefficient de diffusion (coefficient de diffusion étendu). Il a pu être alors vérifié que le coefficient de diffusion théorique correspond au cas particulier des réflexions diffuses pour le coefficient de diffusion étendu.

Cette dernière expression du coefficient de diffusion a été validée pour le cas limite d'un local de forme allongée de faible absorption, par comparaison avec un code de tir de particules. Les résultats observés offrent un bon accord. Toutefois, lorsque l'absorption aux parois augmente, des divergences apparaissent entre les modèles. Ceci traduit la nécessité de définir une expression du coefficient de diffusion variant spatialement. Des travaux sont actuellement en cours dans ce sens.

Remerciements

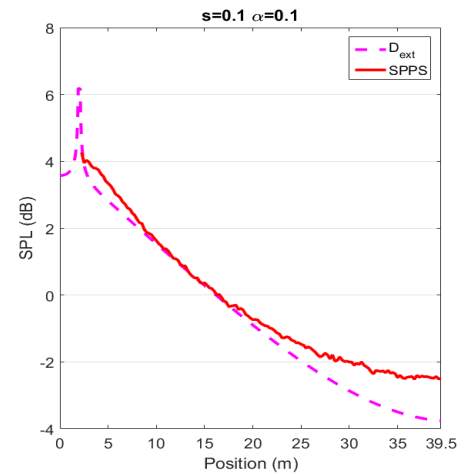
Les auteurs de ce travail remercient l'Agence de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie (ADEME) pour son soutien financier (convention N°1217C0025).

Références

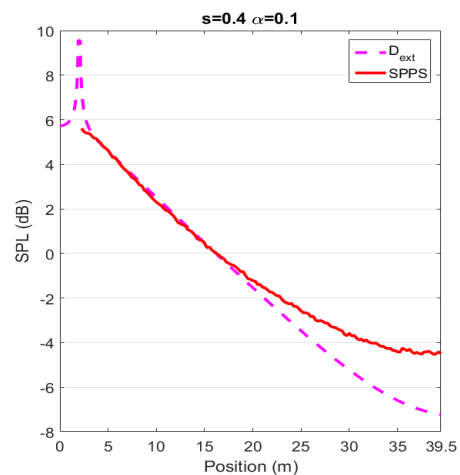
- [1] H. Kuttruff, *Room Acoustics, 4th edition*, Spon Press, New York (2000).
- [2] F. Ollendorff, Statistical room acoustics as a problem of diffusion (a proposal), *Acustica* **21**, 236-245 (1969).
- [3] J. Picaut, L. Simon, J.-D. Polack, A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion

equation, *Acta Acustica United with Acustica* **83**, 614-621 (1997).

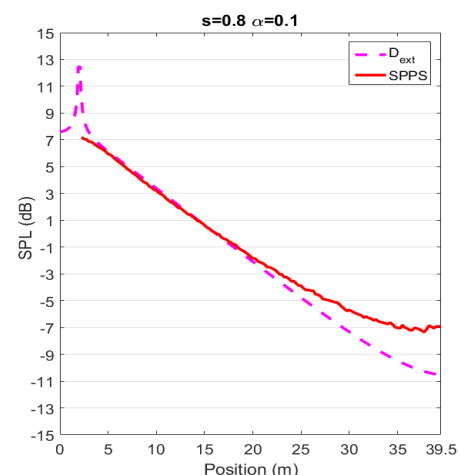
- [4] V. Valeau, J. Picaut, M. Hodgson, On the use of a diffusion equation for room-acoustic prediction, *Journal of the Acoustical Society of America* **119**, 1504-1513 (2006).
- [5] C. Visentin, N. Prodi, V. Valeau, J. Picaut, A numerical investigation of the Fick's law of diffusion in room acoustics, *Journal of the Acoustical Society of America* **132**, 3180-3189 (2012).
- [6] P. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, Mc Graw Hill Book Compagny, New York (1953).
- [7] E. W. Larsen, Asymptotic diffusion and simplified P_N approximations for diffusive and deep penetration problems. Part 1 : theory, *Transport and Theory Statistical Physics* **39**, 110-163 (2010).
- [8] C. Foy, V. Valeau, A. Billon, J. Picaut, A. Sakout, An empirical diffusion model for acoustic prediction in rooms with mixed diffuse and specular reflections, *Acta Acustica United with Acustica* **95**, 97-105 (2009).
- [9] J. Picaut, Numerical application of the concept of sound particles to modeling sound fields in architectural acoustics, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* **258-259**, 59-88 (2005).
- [10] A.D. Pierce, *An Introduction to its Physical Principles and Applications*, 2nd edition, Acoustical Society of America, New York (1991).



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4 – Décroissance spatiale du niveau de pression sonore du champ réverbéré le long de l'axe principal de la salle allongée $[40 : 4 : 4]$ pour différentes valeurs du coefficient de diffusivité s . L'absorption est uniforme est égale à $\alpha = 0.1$. La source sonore est située à la position $x = 2$ m. Le coefficient de diffusivité s est égal à (a) 0.1, (b) 0.4, (c) 0.8.