

CFA/VISHNO 2016

Simulation 3D de la réflexion d'une onde sphérique sur un milieu stratifié aux interfaces rugueuses

S. Pinson et J. Cordoli

LVA UFSC, Bairro Trindade, 88040-900 Florianopolis, Brésil
samuelpinson@yahoo.fr



LE MANS

Dans le contexte de la caractérisation des fonds marins, la rugosité des interfaces géologiques peut générer des incertitudes lors des mesures acoustiques de profils de célérités. Bien que la littérature sur la réflexion d'onde sur interface rugueuse soit abondante, la modélisation 3D est généralement limitée à une unique interface (en utilisant l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz) ou à des faibles volumes (par la méthode des éléments finis). Dans cette communication, une méthode pour modéliser ce type réflexion d'onde avec un coût de calcul raisonnable est présentée. La méthode utilise principalement trois approximations : l'approximation de plan tangent, l'approximation de Born (les réflexions multiples entre les interfaces sont négligées), et l'approximation d'interfaces planes pour les ondes transmises. Ainsi, on peut montrer que la réflexion d'une onde sur un milieu stratifié peut se modéliser comme une somme d'intégrales sur chaque surface.

1 Introduction

Dans le domaine de la caractérisation des sédiments marins par des méthodes acoustiques, le milieu est généralement supposé comme étant constitué de strates dont les interfaces sont planes. Toutefois, il est suspecté que la rugosité des interfaces entre les strates géologiques peuvent influencer significativement les mesures de célérités dans ces strates lorsque l'on utilise des méthodes de type sismique réflexion [14]. Afin d'étudier l'influence de la rugosité des interfaces géologiques lors de mesures acoustique, il est nécessaire de pouvoir simuler en 3 dimensions la propagation d'une onde dans un tel milieu.

Bien que la diffraction des ondes par des surfaces rugueuses possède une abondante littérature, la plupart des études se concentrent sur l'aspect statistique de la diffraction [5, 9, 19, 12, 7, 6]. Pour simuler un signal déterministe, la modélisation en 3D est généralement limitée à une simple interface (en calculant l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz) [16, 15] ou alors sont très coûteuses informatiquement (par la méthode des éléments finis) [13]. Dans cette communication, il est démontré que la réflexion d'une onde sphérique sur un milieu stratifié dont les interfaces sont rugueuses peut être représentée comme une somme d'intégrales de type Kirchhoff-Helmholtz sur chaque interface. Pour cela les trois principales approximations sont : la méthode du plan tangent, l'approximation de Born (les multiples réflexions entre les interfaces sont négligées) et l'approximation d'interfaces planes pour les ondes transmises à travers les interfaces.

Dans la section 2 il est démontré comment la réflexion d'une onde sur un milieu stratifié peut s'écrire sous la forme d'une somme d'intégrales sur chaque interface et dans la section 3 un exemple de simulation est proposé.

2 Modélisation 3D de la réflexion d'une onde sphérique sur un milieu stratifié avec interfaces rugueuses

2.1 Équation d'onde en milieu inhomogène

Dans un milieu inhomogène tel que présenté dans la figure 2, la pression acoustique en régime harmonique $P(\mathbf{r})$ au point de coordonnées $\mathbf{r} = (x, y, z)$ et à la fréquence angulaire ω obéit à l'équation d'onde :

$$\rho(\mathbf{r})\nabla\frac{1}{\rho(\mathbf{r})}\nabla P(\mathbf{r}) + \left(\frac{\omega}{c(\mathbf{r})}\right)^2 P(\mathbf{r}) = -S\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A), \quad (1)$$

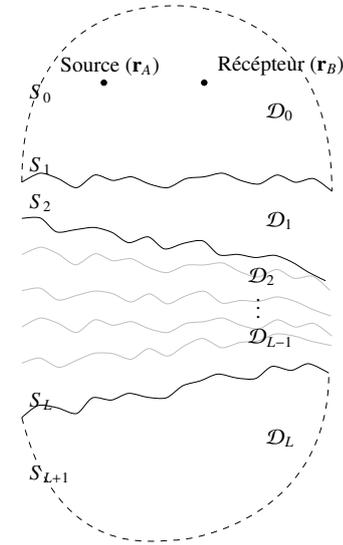


FIGURE 1 – Géométrie du problème.

où S est l'amplitude de la source à la fréquence ω et $\mathbf{r}_A \in \mathcal{D}_0$ est la position de la source. Le milieu inhomogène est composé de plusieurs domaines homogènes \mathcal{D}_0 à \mathcal{D}_L séparés par les interfaces S_1 à S_L (figure 2).

Les densités $\rho(\mathbf{r})$ et célérités $c(\mathbf{r})$ sont constantes dans chaque strate, i.e., $\rho(\mathbf{r}) = \rho_l$ et $c(\mathbf{r}) = c_l$ pour $\mathbf{r} \in \mathcal{D}_l$. De la même manière que dans les Réfs. [12] et [17], une fonction de Green est définie pour chaque volume \mathcal{D}_l :

$$\Delta G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r}) + \left(\frac{\omega}{c_l}\right)^2 G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}), \quad (2)$$

pour lesquelles la solution en 3D est :

$$G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \frac{e^{ik_l|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}}{4\pi|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}, \quad (3)$$

où $\mathbf{r}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D}_l$ et $k_l = \omega/c_l$.

Ensuite, les équation 1 et 2 sont multipliées respectivement par $G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ et $P(\mathbf{r})$, soustraites l'une de l'autre, intégrées sur le volume \mathcal{D}_l , et le théorème de Green est appliqué. Il en résulte le jeu d'équations intégrales :

$$P(\mathbf{r}') = S G_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) + \int_{S_1} G_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{n}} P(\mathbf{r}) - P(\mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{n}} G_0(\mathbf{r}', \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (4)$$

avec $\mathbf{r}' \in \mathcal{D}_0$, et :

$$P(\mathbf{r}') = \int_{S_l \cup S_{l+1}} G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{n}} P(\mathbf{r}) - P(\mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{n}} G_l(\mathbf{r}', \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (5)$$

où $\mathbf{r}' \in \mathcal{D}_l$, $l \neq 0$, $\nabla_{\mathbf{n}}$ est la dérivée par rapport à la normale de l'interface et $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ est la normale à l'interface au point \mathbf{r} .

Les intégrales sur S_0 , S_{L+1} et les bords latéraux des strates tendent vers zéro du fait des conditions de radiation de Sommerfeld en champ libre.

2.2 Approximation de Kirchhoff et approximation de Born en milieu stratifié

Dans le cas d'une rugosité suffisamment douce, il est possible d'utiliser l'approximation de Kirchhoff (également appelée l'approximation du plan tangent) [3] qui consiste à écrire que $P(\mathbf{r}) \approx P^i(\mathbf{r}) + P^r(\mathbf{r})$ au niveau de l'interface. $P^i(\mathbf{r})$ correspond à l'onde incidente venant de la source et $P^r(\mathbf{r})$ est l'onde réfléchie localement. Afin de prendre en compte les ondes réfléchies par les inhomogénéités situées sous l'interface, on propose une évolution de cette approximation pour $P_0(\mathbf{r})$ de l'équation 4 :

$$P_0(\mathbf{r}) \approx P_0^i(\mathbf{r}) + P_0^r(\mathbf{r}) + P_0^t(\mathbf{r}), \quad (6)$$

où l'indice 0 de $P_0(\mathbf{r})$ réfère au volume \mathcal{D}_0 dans lequel la pression est évaluée, $P_0^r(\mathbf{r}) = R_{01}P_0^i(\mathbf{r})$ est l'onde réfléchie dans \mathcal{D}_0 , R_{01} est le coefficient de réflexion local depuis \mathcal{D}_0 sur l'interface S_1 et $P_0^t(\mathbf{r}) = T_{10}P_1^s(\mathbf{r})$ est l'onde transmise à travers l'interface S_1 . $P_1^s(\mathbf{r})$ représente le champ diffusé sous l'interface S_1 et T_{10} est le coefficient de transmission depuis \mathcal{D}_1 vers \mathcal{D}_0 . De cette façon, on peut écrire la pression et sa dérivée par rapport à la normale de la manière suivante :

$$P_0(\mathbf{r}_{S1}) \approx P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) + R_{01}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) + T_{10}P_1^s(\mathbf{r}_{S1}), \quad (7)$$

$$\nabla_{\mathbf{n}}P_0(\mathbf{r}_{S1}) \approx \nabla_{\mathbf{n}}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) - R_{01}\nabla_{\mathbf{n}}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) + T_{10}\nabla_{\mathbf{n}}P_1^s(\mathbf{r}_{S1}). \quad (8)$$

À partir de cette approximation, l'équation 4 pour un récepteur en \mathbf{r}_B se ré-écrit par :

$$P_0(\mathbf{r}_B) = 4\pi S G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A) + \mathcal{I}(\mathbf{r}_B) + \mathcal{I}_{S1}(\mathbf{r}_B) + \mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B), \quad (9)$$

avec,

$$\mathcal{I}(\mathbf{r}_B) = \int_{S_1} G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) \nabla_{\mathbf{n}}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) - P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) \nabla_{\mathbf{n}}G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) d\mathbf{r}_{S1} = 0, \quad (10)$$

$$\mathcal{I}_{S1}(\mathbf{r}_B) = - \int_{S_1} G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) R_{01} \nabla_{\mathbf{n}}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) + R_{01}P_0^i(\mathbf{r}_{S1}) \nabla_{\mathbf{n}}G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) d\mathbf{r}_{S1}, \quad (11)$$

$$\mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B) = \int_{S_1} G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) T_{10} \nabla_{\mathbf{n}}P_1^s(\mathbf{r}_{S1}) - T_{10}P_1^s(\mathbf{r}_{S1}) \nabla_{\mathbf{n}}G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) d\mathbf{r}_{S1}. \quad (12)$$

L'intégrale $\mathcal{I}(\mathbf{r}_B)$ (équation 9) est nulle car elle correspond à la solution pour le champ d'onde en l'absence de réflecteur. L'intégrale $\mathcal{I}_{S1}(\mathbf{r}_B)$ est connue comme l'approximation de Kirchhoff pour l'onde réfléchie sur l'interface S_1 et l'intégrale $\mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B)$ représente le champ

diffusé depuis le dessous de l'interface S_1 et est une fonction de la pression $P_1^s(\mathbf{r})$ du milieu \mathcal{D}_1 .

Si l'on néglige la réflexion sur S_1 de l'onde montante dans le domaine \mathcal{D}_1 , l'équation 5 pour le champ diffusé dans \mathcal{D}_1 devient :

$$P_1^s(\mathbf{r}_{S1}) = \int_{S_2} G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}P_1(\mathbf{r}_{S2}) - P_1(\mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S2}, \quad (13)$$

où $\mathbf{r}_{S1} \in S_1$ et $\mathbf{r}_{S2} \in S_2$.

Négliger la réflexion de l'onde montante sur l'interface supérieure de la strate considérée revient, en d'autres termes, à négliger les multiples réflexions à l'intérieur de la strate. Pour cette raison, on appelle cette approximation l'approximation de Born.

De la même manière que pour l'interface S_1 l'approximation $P_1(\mathbf{r}_{S2}) \approx P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) + P_1^r(\mathbf{r}_{S2}) + P_1^s(\mathbf{r}_{S2})$ sur S_2 est utilisée. Ainsi, l'approximation pour P_1^s dans \mathcal{D}_1 s'écrit :

$$P_1^s(\mathbf{r}_{S1}) = - \int_{S_2} G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) R_{12} \nabla_{\mathbf{n}}P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) + R_{12}P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S2} + \int_{S_2} G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) T_{21} \nabla_{\mathbf{n}}P_2^s(\mathbf{r}_{S2}) - T_{21}P_2^s(\mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S2}, \quad (14)$$

où $P_2^s(\mathbf{r}_{S2})$ est l'onde diffusée depuis le dessous de l'interface S_2 . Désormais, on peut remplacer $P_1^s(\mathbf{r}_{S1})$ dans l'intégrale $\mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B)$ par son expression donnée dans l'équation 14. En réarrangeant les termes à l'intérieur des intégrales sur S_1 et S_2 , on peut ré-écrire $\mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B)$ de la façon suivante :

$$\mathcal{I}_{S1}^s(\mathbf{r}_B) = \mathcal{I}_{S2}(\mathbf{r}_B) + \mathcal{I}_{S2}^s(\mathbf{r}_B), \quad (15)$$

avec,

$$\mathcal{I}_{S2}(\mathbf{r}_B) = - \int_{S_2} \mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S2}) R_{12} \nabla_{\mathbf{n}}P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) + R_{12}P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}\mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S2}, \quad (16)$$

$$\mathcal{I}_{S2}^s(\mathbf{r}_B) = \int_{S_2} \mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S2}) T_{21} \nabla_{\mathbf{n}}P_2^s(\mathbf{r}_{S2}) - T_{21}P_2^s(\mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}\mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S2}, \quad (17)$$

où,

$$\mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S2}) = \int_{S_1} G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S1}) T_{10} \nabla_{\mathbf{n}}G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) - T_{10}G_1(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) \nabla_{\mathbf{n}}G_0(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_{S2}) d\mathbf{r}_{S1}, \quad (18)$$

est définie comme la fonction de Green d'une onde voyageant depuis le domaine \mathcal{D}_1 jusqu'au domaine \mathcal{D}_0 . De la même manière, l'onde incidente dans le domaine \mathcal{D}_1 s'écrit :

$$P_1^i(\mathbf{r}_{S2}) = 4\pi S \mathcal{G}_{0 \rightarrow 1}(\mathbf{r}_{S2}, \mathbf{r}_A), \quad (19)$$

où,

$$\mathcal{G}_{0 \rightarrow 1}(\mathbf{r}_{S2}, \mathbf{r}_A) = \int_{S_1} G_1(\mathbf{r}_{S2}, \mathbf{r}_{S1}) T_{01} \nabla_n G_0(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_A) - T_{01} G_0(\mathbf{r}_{S1}, \mathbf{r}_A) \nabla_n G_1(\mathbf{r}_{S2}, \mathbf{r}_{S1}) d\mathbf{r}_{S1}. \quad (20)$$

En usant du même raisonnement pour les autres interfaces, la pression enregistrée au niveau du récepteur en \mathbf{r}_B peut être modélisée par une somme d'intégrales sur chaque interface :

$$P_0(\mathbf{r}_B) = 4\pi S G_0(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_A) + \sum_{l=1}^L \mathcal{I}_{S_l}(\mathbf{r}_B), \quad (21)$$

avec,

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{S_l}(\mathbf{r}_B) = & -4\pi S \int_{S_l} \mathcal{G}_{l-1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S_l}) \\ & \times R_{l-1l} \nabla_n \mathcal{G}_{0 \rightarrow l-1}(\mathbf{r}_{S_l}, \mathbf{r}_A) \\ & + R_{l-1l} \mathcal{G}_{0 \rightarrow l-1}(\mathbf{r}_{S_l}, \mathbf{r}_A) \\ & \times \nabla_n \mathcal{G}_{l-1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S_l}) d\mathbf{r}_{S_l}, \end{aligned} \quad (22)$$

où la fonction de Green entre un point en $\mathbf{r} \in \mathcal{D}_q$ et le récepteur en $\mathbf{r}_B \in \mathcal{D}_0$ pour $q \geq 1$ s'obtient par la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{q \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}) = & \int_{S_q} \mathcal{G}_{q-1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S_q}) T_{qq-1} \nabla_n G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{S_q}) \\ & - T_{qq-1} G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{S_q}) \nabla_n \mathcal{G}_{q-1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S_q}) d\mathbf{r}_{S_q}, \end{aligned} \quad (23)$$

tout comme la fonction de Green entre la source en $\mathbf{r}_A \in \mathcal{D}_0$ et le point en $\mathbf{r} \in \mathcal{D}_q$:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{0 \rightarrow q}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A) = & \int_{S_q} G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{S_q}) T_{q-1q} \nabla_n \mathcal{G}_{0 \rightarrow q-1}(\mathbf{r}_{S_q}, \mathbf{r}_A) \\ & - T_{q-1q} \mathcal{G}_{0 \rightarrow q-1}(\mathbf{r}_{S_q}, \mathbf{r}_A) \nabla_n G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{S_q}) d\mathbf{r}_{S_q}. \end{aligned} \quad (24)$$

2.3 Approximation des rayons

Les équations 18 et 20 pour $\mathcal{G}_{1 \rightarrow 0}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_{S2})$ et $\mathcal{G}_{0 \rightarrow 1}(\mathbf{r}_{S2}, \mathbf{r}_A)$ correspondent à l'approximation de Kirchhoff pour une onde transmise à travers une interface dont la rugosité est modérée [11, 15]. Dans un tel cas et pour de faibles angles d'incidences (incidence proche de la normale), l'onde transmise est peu affectée par la rugosité d'interface [11, 15]. Par conséquent, il est raisonnable d'utiliser la théorie des rayons comme approximation des fonctions $\mathcal{G}_{0 \rightarrow q}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A)$ (équation 24 et $\mathcal{G}_{q \rightarrow 0}(\mathbf{r}_B, \mathbf{r})$ (équation 23) :

$$\mathcal{G}_{0 \rightarrow q}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A) \approx A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A) e^{i\omega\tau}, \quad (25)$$

où $A(\mathbf{r}, \mathbf{r}_A)$ est un facteur d'amplitude incluant la divergence géométrique de l'onde ainsi que les coefficients de transmission de chaque interface traversée et τ est le temps de trajet de l'onde.

Grâce à l'utilisation de la théorie des rayons, les intégrales dans l'équation 21 pour le champ diffusé peu se simplifier en utilisant l'approximation hautes fréquences qui permet d'écrire :

$$\nabla_n \mathcal{G}_{0 \rightarrow q}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \approx ik_q \mathbf{u}_q \cdot \mathbf{n} \mathcal{G}_{0 \rightarrow q}(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \quad (26)$$

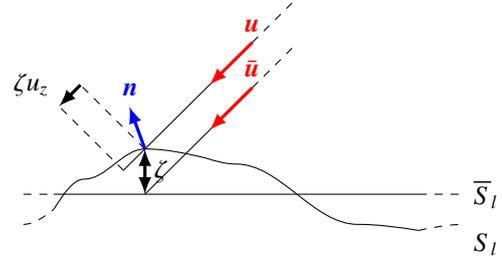


FIGURE 2 – Zoom sur l'intersection entre un rayon et une interface avec ou sans rugosité.

où \mathbf{u}_q est le vecteur direction du rayon dans le domaine \mathcal{D}_q .

L'intégrale de l'équation 22 peut alors prendre la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{S_l}(\mathbf{r}_B) \approx & -4\pi S \int_{S_l} R_{l-1l} (ik_{l-1} \mathbf{u}^i \cdot \mathbf{n} + ik_{l-1} \mathbf{u}^r \cdot \mathbf{n}) \\ & \times A(\mathbf{r}_{S_l}, \mathbf{r}_A) A(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_{S_l}) e^{i\omega(\tau^i + \tau^r)} d\mathbf{r}_{S_l}. \end{aligned} \quad (27)$$

où \mathbf{u}^i et \mathbf{u}^r sont les vecteurs direction des rayons allant de \mathbf{r}_A et \mathbf{r}_B vers \mathbf{r}_{S_l} , τ^i est le temps de trajet entre \mathbf{r}_A et \mathbf{r}_{S_l} , et τ^r est le temps de trajet entre \mathbf{r}_{S_l} et \mathbf{r}_B (les indexes i et r précisent incident et réfléchi).

Par convention, les vecteurs \mathbf{u} et \mathbf{n} sont pointés respectivement vers le haut et vers le bas. Dans le cas où $\mathbf{u}^i \cdot \mathbf{n} > 0$ ou $\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{n} > 0$, l'élément de surface $d\mathbf{r}_{S_l}$ n'est pas insonifié. Les amplitudes dans ces zones d'ombres sont donc forcées à zéro ce qui permet d'accroître le domaine de validité de l'approximation de Kirchhoff [18].

L'amplitude de la rugosité ζ et sa normale en chaque point de l'interface est une donnée du problème. Comme une rugosité de faible amplitude est supposée, le vecteur direction \mathbf{u} est peu différent du vecteur direction $\bar{\mathbf{u}}$ pointant sur le plan moyen de l'interface \bar{S}_l (figure 2). Ainsi, le temps de trajet du rayon peut être approché par :

$$\tau \approx \bar{\tau} - \zeta u_z / c_{l-1}, \quad (28)$$

où $\bar{\tau}$ est le temps de trajet du rayon vers le plan moyen \bar{S}_l de l'interface.

On peut montrer que l'élément de surface $d\mathbf{r}_{S_l} = d\bar{\mathbf{r}}_{S_l} / n_z$ où $d\bar{\mathbf{r}}_{S_l}$ est l'élément de surface du plan moyen. Finalement, si on néglige la rugosité sur la divergence géométrique, l'équation 27 peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{S_l}(\mathbf{r}_B) \approx & -4\pi S \int_{\bar{S}_l} R_{l-1l} A(\bar{\mathbf{r}}_{S_l}, \mathbf{r}_A) A(\mathbf{r}_B, \bar{\mathbf{r}}_{S_l}) \\ & \times (ik_{l-1} \bar{\mathbf{u}}^i \cdot \mathbf{n} + ik_{l-1} \bar{\mathbf{u}}^r \cdot \mathbf{n}) \\ & \times \exp \left\{ i\omega \left(\bar{\tau}^{i*} + \bar{\tau}^{r*} - \frac{\zeta u_z^i + \zeta u_z^r}{c_{l-1}} \right) \right\} \frac{d\bar{\mathbf{r}}_{S_l}}{n_z}, \end{aligned} \quad (29)$$

où les coefficients de réflexion et de transmission sont donnés par [3] :

$$\begin{aligned} R_{l-1l} &= \frac{m \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{m \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}, \\ T_{p-1p} &= \frac{2m \cos \theta}{m \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}, \end{aligned} \quad (30)$$

avec $m = \rho_l / \rho_{l-1}$, $n = c_{l-1}^* / c_l^*$ et $\cos \theta = |\mathbf{u}_{l-1} \cdot \mathbf{n}|$ est le cosinus de l'angle d'incidence au dessus de l'interface. Pour

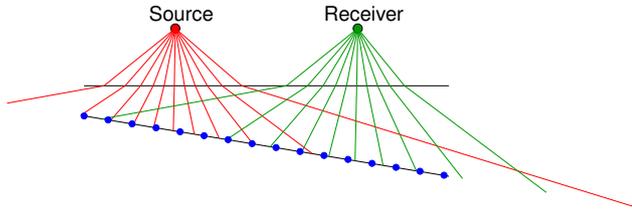


FIGURE 3 – Rayons envoyés depuis la source et le récepteur vers le plan moyen de l'interface. Les points bleus représentent les points de la grille où la rugosité est définie. L'intersection des rayons avec le plan ne correspondent pas avec les points de la grille.

le coefficient de transmission, la normale \mathbf{n} est celle du plan moyen.

Pour calculer les tracés de rayons, la méthode décrite par Langston [10] est utilisée. Elle peut se décomposer selon les étapes suivantes :

1. envoyer un rayon caractérisé par une incidence de départ θ_0 et un azimut ψ_0 depuis la source et le récepteur,
2. calculer l'intersection avec le plan moyen de l'interface,
3. calculer le coefficient de transmission et la réfraction de Snell-Descartes,
4. itérer 2 et 3 jusqu'à l'interface voulue,
5. calculer le coefficient de réflexion R_{l-1} pour le rayon provenant de la source \mathbf{r}_A .

Pour un rayon donné de paramètres (θ_0, ψ_0) , deux autres rayons paramétrisés par $(\theta_0 + \delta\theta, \psi_0)$ et $(\theta_0, \psi_0 + \delta\psi)$ sont également envoyés afin de pouvoir calculer la divergence géométrique.

Il est à noter qu'en utilisant la méthode de Langston, les interfaces peuvent posséder une inclinaison.

À ce stade il reste un problème pratique à résoudre. En effet, pour un rayon paramétriser par les angles θ_0 et ψ_0 , il est difficile de connaître sa coordonnée d'intersection avec le plan de l'interface (voir figure 3). Ce problème est résolu en remarquant que les quantités calculées pour le rayon (divergence géométrique, coefficients de transmission et temps de trajet) varient lentement dans le plan moyen de l'interface. Après avoir envoyer un grand nombre de rayons, il devient alors possible d'interpoler ces quantités sur la grille où est définie la rugosité. Il reste enfin à inclure la correction de temps de trajet ζ_{u_z}/c_{l-1} due à la rugosité dans les temps de trajets pour que l'intégrale 29 puisse être calculée.

3 Exemple d'application

3.1 Configuration

En guise d'exemple d'application, on considère le cas d'un site étudié lors de la campagne de mesures en mer TREX13. Les paramètres du fond marin utilisés pour les simulations sont décrits dans le tableau 1. La géométrie de l'expérience consiste en un hydrophone ancrée au fond de l'eau à une hauteur de 4 m au dessus du fond et d'une source

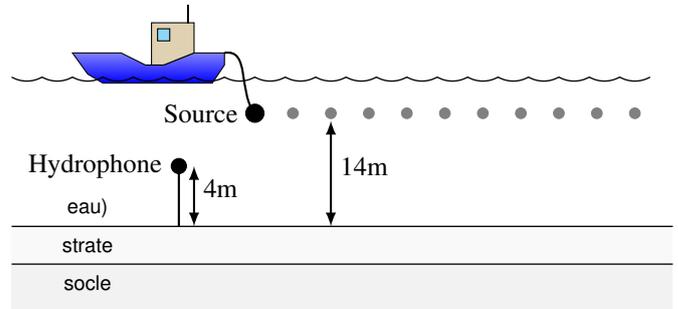


FIGURE 4 – Schéma de l'expérience réalisée lors de la campagne de mesures TREX13.

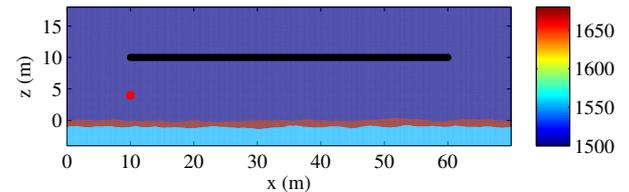


FIGURE 5 – Célérités (en m/s) du domaine de simulation. Le point rouge représente la position de l'hydrophone et les points noirs représentent les 126 positions successives de la source.

tractée par un navire à environ 14 m au dessus du fond est présentée dans la figure 4. La distance horizontale de la source par rapport à l'hydrophone varie de 0 à 50 m par pas de 40 cm.

Layer thickness	Sound speed (m/s)	Density (kg/m ³)
Water	1500	1000
.65 m	1680	1990
Basement	1555	1760

TABLEAU 1 – Paramètres du milieu.

Les rugosités d'interfaces sont générées de sorte que le spectre de puissance spatiale soit un spectre de "Von Karman" [8] :

$$W_2(k_x, k_y) = \frac{w_2}{(k_x^2 + k_y^2 + 1/L^2)^{\gamma_2/2}}, \quad (31)$$

où k_x et k_y sont les nombres d'ondes horizontaux, $2\pi L$ est la longueur de corrélation de la rugosité, γ_2 est l'exposant spectral, et w_2 est la force spectrale. Les valeurs pour L et γ_2 sont fixées respectivement à 10 m et 3, et la force spectrale est choisie à $w_2 = 3.18 \times 10^{-4}$. Avec ces valeurs de paramètres, la rugosité rms (root mean square) a une amplitude $\zeta_{rms} = 14$ cm. La valeur de rugosité rms ζ_{rms} est obtenue par :

$$\zeta_{rms}^2 = \frac{2\pi w_2}{(\gamma_2 - 2) L^{-(\gamma_2 - 2)}}. \quad (32)$$

Afin de pouvoir tester la méthode décrite ci-dessus une version 2D a été implémentée de sorte qu'elle puisse être comparée à un code d'éléments finis. Le code d'éléments finis utilisé est SimSonic2D©[2, 1]. Ce code consiste en la résolution de l'équation d'onde dans le domaine temporel par la éléments finis sur deux grilles en quinconce pour la contrainte et le déplacement. La géométrie est définie dans

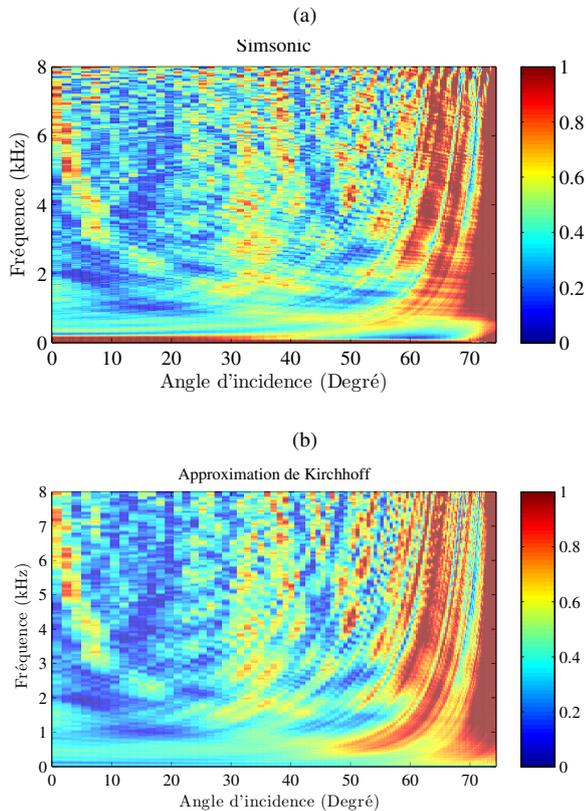


FIGURE 6 – Coefficient de réflexion en fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence calculés avec (a) Simsonic2D et (b) la méthode décrite ci-dessus en 2D.

un repère cartésien dont les éléments sont espacés de façon régulière. Les valeurs de célérités du domaine de simulation sont présentées dans la figure 5. Le pas d'échantillonnage spatial est de 5mm. Le point rouge sur la figure représente la position de l'hydrophone et les points noirs représentent les 126 positions successives de la source.

On choisit de représenter les résultats sous forme de coefficient de réflexion en fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence sur la première interface. Le pré-traitement des signaux consiste donc à supprimer l'onde directe entre la source et l'hydrophone en forçant le signal à 0 puis à compenser l'amplitude de la source en fonction de la fréquence et la divergence géométrique de la réflexion sur la première interface. Cette manière de représenter l'information peut être utilisée à des fins d'inversion géoacoustique [4]. Le résultat de la simulation pour le coefficient de réflexion obtenu avec Simsonic2D est présenté figure 6a et dans la figure 6b pour la méthode décrite ci-dessus.

On constate à partir de ces deux modèles des angles d'incidences pour lesquels il semble y avoir une amplification (par exemple à 32 degrés) et d'autres pour lesquels il semble y avoir une atténuation (par exemple aux environs de 10 degrés). On interprète ces modifications rapides du coefficient de réflexion en fonction de l'incidence comme étant dus à des phénomènes de focalisation/défocalisation de l'onde dus à la courbure des interfaces aux niveaux des zones de Fresnel. Pour des incidences élevées, on constate des différences entre les deux modèles. Elles proviennent des limites de l'approximation de Kirchhoff dont le domaine de validité est normalement

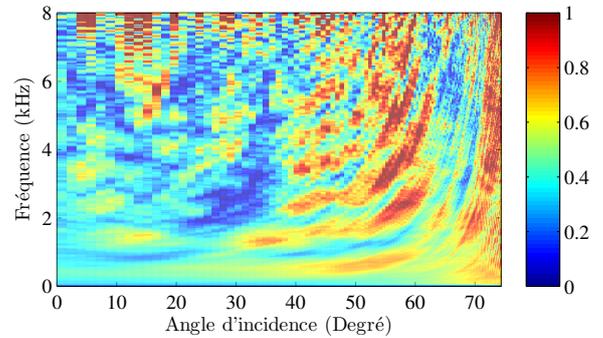


FIGURE 7 – Coefficient de réflexion en fonction de la fréquence et de l'angle d'incidence calculé avec le modèle 3D.

situé en dessous de l'angle critique (environ 60 degrés ici pour l'interface eau-strate 1). Concernant la forme des interférences, l'accord entre les deux modèles est globalement assez bon.

Dans la figure 7, on présente le résultat d'une simulation en 3D. Pour cette simulation, les interfaces ont la même longueur que pour le cas 2D (i.e. 70 m) et une largeur de 50 m pour un échantillonnage spatial de 2.5 cm. La rugosité des interfaces est différente du cas 2D mais le résultat montre des zones de focalisation/défocalisation en fonction de l'angle d'incidence dont les largeurs sont similaires. Toutefois, l'angle critique de réflexion totale apparaît ici moins clairement qu'en 2D même si cette zone est, en théorie, en dehors du domaine de validité de la méthode. La raison est peut-être due à la rugosité elle-même et une simulation en éléments finis 3D aurait probablement montré un comportement similaire.

4 Conclusion

Un modèle 3D de réflexion d'onde sphérique sur milieu stratifié a été développé. La méthode utilise principalement 3 approximations : l'approximation de Kirchhoff (ou du plan tangent), l'approximation de Born (les réflexions multiples entre les interfaces sont négligées) et l'approximation d'interfaces planes pour les ondes transmises. À partir de ces approximations, on a montré que le problème peut s'écrire sous forme d'une somme d'intégrales sur chaque interface géologique. Pour de futures études, la méthode va pouvoir être utilisée pour analyser de façon statistique l'influence de la rugosité sur les mesures acoustiques quantitatives.

Remerciements

Ce travail est financé par le CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior from Brazil) par une bourse jeune talent.

Références

- [1] E. Bossy. *SimSonic suite user's guide for SimSonic2D*, November 2012. <http://www.simsonic.fr/> (07/30/2013).

- [2] E. Bossy, M. Talmant, and P. Laugier. Effect of bone cortical thickness on velocity measurements using ultrasonic axial transmission : A 2d simulation study. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112 :297–307, 2002.
- [3] L. Brekhovskikh and Y. Lysanov. *Fundamentals of Ocean Acoustics*. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [4] J. Dettmer and C.W. Dosso, S.and Holland. Model selection and bayesian inference for high-resolution seabed reflection inversion. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(2) :706–716, 2009.
- [5] L. Guillon and X. Lurton. Backscattering from buried sediment layers : The equivalent input backscattering strength model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 109(1) :122–132, 2001.
- [6] A. Ivakin. Models for seafloor roughness and volume scattering. In *OCEANS'98 Conference Proceedings*, volume 1, pages 518–521. IEEE, 1998.
- [7] A. Ivakin. A unified approach to volume and roughness scattering. *J. Acoust Soc. Am.*, 103(2) :827–837, 1998.
- [8] D. Jackson and M.D. Richardson. *High-frequency seafloor acoustics*. Springer, New York, 2007.
- [9] D. Jackson, R. Odom, M. Boyd, and A. Ivakin. A geoacoustic bottom interaction model (gabim). *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, 35(3) :603–617, 2010.
- [10] C. Langston. The effect of planar dipping structure on source and receiver responses for constant ray parameter. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67(4) :1029–1050, 1977.
- [11] T. Lieuwen. Explicit results for wave scattering and transmission through a rough fluid–fluid interface. *Applied acoustics*, 63(9) :1031–1050, 2002.
- [12] J.-Y. Liu, P.-C. Hsueh, and C.-F. Huang. Coherent reflection of acoustic plane wave from a rough seabed, with a random sediment layer overlying an elastic basement. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, 27(4) :853–861, Oct 2002.
- [13] W. Makinde, N. Favretto-Cristini, and E. De Bazelaire. Numerical modelling of interface scattering of seismic wavefield from a random rough interface in an acoustic medium : comparison between 2d and 3d cases. *Geophysical prospecting*, 53(3) :373–397, 2005.
- [14] S. Pinson, L. Guillon, and C.W. Holland. Range dependent sediment sound speed profile measurements using the image source method. *J. Acoust. Soc. Am.*, 134 :156–165, 2013.
- [15] E. Pouliquen, A.P. Lyons, and N.G. Pace. Penetration of acoustic waves into rippled sandy seafloors. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108(5) :2071–2081, 2000.
- [16] E. Pouliquen, A.P. Lyons, and N.G. Pace. The helmholtz–kirchhoff approach to modeling penetration of acoustic waves into rough seabeds. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(3) :1762–1762, 1998.
- [17] D. Tang and B. Hefner. Modeling interface roughness scattering in a layered seabed for normal-incident chirp sonar signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :EL302–EL308, 2012.
- [18] E. Thorsos. The validity of the kirchhoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum. *J. Acoust. Soc. Am.*, 83(1) :78–92, 1988.
- [19] C. Wu and X. Zhang. Second-order perturbative solutions for 3-d electromagnetic radiation and propagation in a layered structure with multilayer rough interfaces. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, 8(1) :180–194, Jan 2015.