



Méthode parcimonieuse pour la localisation de sources en milieux réverbérants hétérogènes

T. Nowakowski, L. Daudet et J. De Rosny
Institut Langevin, 1 rue Jussieu, 75005 Paris, France
laurent.daudet@espci.fr

Nous étudions le problème de la localisation de sources sonores dans un milieu réverbérant qui contient des hétérogénéités. À cette fin, nous étendons un modèle parcimonieux valable uniquement en milieu réverbérant homogène. Cette nouvelle approche nécessite une étape de calibration où une base de réponses fréquentielles est constituée à partir d'une centaine d'acquisitions. En construisant le projecteur orthogonal à cette base, les contributions issues des réverbérations et de la diffusion sur les hétérogénéités sont supprimées des mesures. Le champ ainsi filtré se comporte comme si la source avait émis dans un milieu libre homogène. En utilisant alors des techniques de régularisation parcimonieuse telles que l'*Orthogonal Matching Pursuit*, la position de la source est estimée. Cette approche est validée numériquement et expérimentalement en acoustique audible.

1 Introduction

La localisation de sources acoustiques est un problème pour lequel un grand nombre de méthodes a été proposé dans le cas d'une propagation dans un milieu homogène, en champ-libre [1, 2]. Si pour ces milieux, les fonctions de Green entre émetteurs et récepteurs sont connues théoriquement, le cas de la localisation en milieu très réverbérant est beaucoup plus difficile [3], d'autant plus si le milieu est inconnu, ou si la source émet en bande étroite.

De récents travaux [4], basés sur l'application du *Compressed Sensing* (CS) [5] à l'acoustique, ont proposé une méthode originale pour la localisation de sources en milieux réverbérants. Cette méthode est basée sur la décomposition du champ acoustique mesuré, à l'aide d'une formulation mathématique permettant d'approcher les modes propres du laplacien de l'équation de Helmholtz [6]. Le champ acoustique est mesuré en plusieurs positions aléatoires puis séparé en deux parties modélisant le trajet direct de l'onde et sa réverbération, cette dernière se décomposant sur une base d'ondes planes. Le couplage de cette formulation avec des *a priori* parcimonieux permet de résoudre le problème inverse à l'aide d'algorithmes utilisés en CS, et finalement de localiser la source.

Cependant, l'application de cette méthode dans un milieu totalement inconnu se traduit par un accroissement du nombre de mesures nécessaires pour assurer une bonne décomposition des champs acoustiques. De plus, ce modèle est valable uniquement en milieu homogène. En pratique, ceci est rarement le cas dans une salle. En effet, des objets présents dans le milieu peuvent venir perturber la propagation acoustique en changeant localement ses propriétés, par exemple en causant de la diffusion ou diffraction de l'onde acoustique.

Pour remédier à ces limitations expérimentales dans les milieux hétérogènes, une adaptation du modèle original est proposée pour prendre en compte les hétérogénéités du milieu. Pour cela, une procédure d'apprentissage semi-aveugle de ces propriétés requérant quelques mesures expérimentales de calibration est mise en place. Afin de simplifier cette procédure en réduisant le nombre de mesures de calibration, une phase de traitement des données collectées est proposée. Plusieurs simulations viennent illustrer la méthode et permettent sa comparaison avec le modèle pour les milieux homogènes. Enfin, une première phase expérimentale confirme la pertinence de la méthode.

2 Modèle en milieu homogène

Soit \mathcal{D} un milieu bi-dimensionnel et $\Omega \in \mathcal{D}$ une de ses sous-parties. Ω peut être considéré localement comme un milieu homogène (avec conditions de radiation

de Sommerfeld), et contient les sources $s(\mathbf{x}, \omega)$. Le champ acoustique \mathbf{p} est échantillonné en N positions aléatoirement choisies $\mathbf{x}_n \in \Omega$ tel que les bords de Ω sont approximativement donnés par l'enveloppe convexe des positions d'échantillonnage. Dans [4], le champ de pression mesuré \mathbf{p} est décomposé en deux parties : une solution particulière \mathbf{p}_s de l'équation de Helmholtz avec un terme source (1) décrivant la propagation du champ direct des sources émettant et mesurées dans le sous-espace Ω ,

$$\Delta p_s + k^2 p_s = s \quad (1)$$

et une solution \mathbf{p}_0 à l'équation de Helmholtz homogène (2) décrivant tous les phénomènes acoustiques survenant dans $\mathcal{D} \setminus \{\Omega\}$ et mesurés dans Ω .

$$\Delta p_0 + k^2 p_0 = 0 \quad (2)$$

La solution particulière \mathbf{p}_s est une somme de sources modélisées par des fonctions de Bessel de seconde espèce $Y_0(kr_{in})$ (ou encore $y_0(kr_{in})$ si \mathcal{D} est tri-dimensionnel), où k est le nombre d'onde et r_{in} est la distance entre la $i^{\text{ème}}$ source d'amplitude s_i et de coordonnées \mathbf{x}_i et le microphone de coordonnées \mathbf{x}_n . La solution \mathbf{p}_0 de l'équation de Helmholtz homogène peut être décrite comme une somme de L_O ondes planes dont les directions sont définies par le vecteur d'onde \mathbf{k}_l tel que $\|\mathbf{k}_l\| = k$.

Le champ mesuré peut finalement se décomposer comme une somme de solutions particulières et homogènes :

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_s + \mathbf{p}_0 \approx \sum_{i=1}^S s_i Y_0(kr_{in}) + \sum_{l=1}^{L_O} \varepsilon_l e^{j\mathbf{k}_l \mathbf{x}_n} \quad (3)$$

Quand peu de sources émettent dans le milieu, \mathbf{p}_s a des propriétés de parcimonie spatiale. Cet *a priori* parcimonieux permet une régularisation du problème inverse ("à partir des mesures, estimer les positions des sources"). L'équation (3) peut être réécrite sous une forme discrétisée en introduisant un dictionnaire de sources \mathbf{S} (avec $S_{ni} = Y_0(kr_{ni})$ et $\|S_{\cdot, i}\| = 1$) et un dictionnaire d'ondes planes \mathbf{W} (avec $W_{nl} = e^{j\mathbf{k}_l \mathbf{x}_n}$) :

$$\mathbf{p} = \mathbf{S}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

où $\boldsymbol{\beta}$ est un vecteur parcimonieux, dont les coefficients non-nuls représentent les sources (les indices de ces coefficients dans le vecteur permettent ensuite de remonter aux positions des sources dans \mathbf{S}). À l'opposé, aucune hypothèse de parcimonie n'est faite sur les coefficients $\boldsymbol{\alpha}$ des ondes planes.

Plusieurs méthodes peuvent être mises en pratique pour résoudre le problème (4). Les méthodes parcimonieuses telles que la minimisation de la norme ℓ_1 du signal [7] peuvent être adaptées au cas où une contrainte de norme ℓ_2 sur les coefficients $\boldsymbol{\alpha}$ s'ajoute à la contrainte de norme ℓ_1 sur $\boldsymbol{\beta}$. Le problème devient :

$$(\hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \min_{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \|\boldsymbol{\beta}\|_1 \quad \text{t.q.} \quad \|\mathbf{S}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{W}\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{p}\|_2 < \sigma \quad (5)$$

où σ est un paramètre de bruit lié aux mesures.

Une autre classe d'algorithmes dits "itératifs", tels que *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) [8] sera préférée dans cette étude. La méthode OMP permet d'identifier les composantes non-nulles du vecteur β . Pour cela, il est dans un premier temps nécessaire d'identifier les contributions de \mathbf{p}_0 afin de les supprimer des mesures. A cette fin, la méthode décrite dans [4] utilise le fait que le sous-espace lié à la solution particulière de (1) est approximativement orthogonal au sous-espace lié à la solution homogène de (2). Il est alors possible de construire un projecteur $\mathbf{\Pi}$ à partir du dictionnaire d'ondes planes \mathbf{W} , tel que :

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{W}\mathbf{W}^\dagger \quad (6)$$

où \mathbf{W}^\dagger est la matrice pseudo-inverse de \mathbf{W} . Le vecteur de mesures \mathbf{p} peut alors être projeté sur le noyau de $\mathbf{\Pi}$, c'est-à-dire sur l'espace orthogonal à la solution homogène :

$$\mathbf{p}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi})\mathbf{p} \quad (7)$$

avec $\mathbf{\Pi}\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$.

Le maximum de la corrélation de \mathbf{p}_s avec les colonnes de \mathbf{S} permet finalement d'identifier la source, dont la contribution est ensuite ôtée aux mesures. Les deux étapes sont répétées jusqu'à avoir identifié la totalité des sources.

Pour que la localisation soit possible, le rang de $\mathbf{\Pi}$ doit être inférieur à $\min(N - 1; L_O - 1)$. Nous choisissons ici de construire $\mathbf{\Pi}$ à l'aide de la matrice de covariance $\mathbf{W}\mathbf{W}^H$ plutôt que par pseudo-inversion, les deux méthodes étant équivalentes : en effet, $\mathbf{\Pi}$ peut être réécrit à l'aide des vecteurs singuliers obtenus par décompositions en valeurs singulières (SVD). Nous choisissons un grand nombre d'ondes planes L_O , dont les directions sont finement échantillonnées sur la sphère de rayon k . Le rang de $\mathbf{\Pi}$ est ensuite réduit par SVD.

3 Modèle en milieu hétérogène

3.1 Apprentissage expérimental de \mathbf{W}

Dans de nombreuses applications expérimentales, le milieu de propagation n'est pas homogène. Plusieurs obstacles peuvent causer des phénomènes acoustiques comme de la diffusion ou de la diffraction. L'antenne de microphones est elle-même une hétérogénéité dans le milieu, à cause de sa structure ou bien parce que les microphones ne sont pas acoustiquement transparents.

Plusieurs travaux sur la localisation de sources ont montré qu'il est possible de résoudre ce problème dans des milieux complexes lorsque leurs propriétés sont bien connues. Par exemple, dans [9] les auteurs utilisent la méthode des éléments finis pour modéliser la salle et calculer numériquement les fonctions de Green entre chaque point du maillage et les microphones. Le dictionnaire constitué à partir de ces fonctions de transfert est ensuite comparé aux mesures expérimentales, les sources étant alors localisées. Cependant, de telles méthodes nécessitent une très bonne connaissance de la géométrie du domaine, de ses propriétés acoustiques ainsi que de celles des différents obstacles à la propagation du signal. De plus, si certains changements se produisent (par exemple, un objet est déplacé dans la salle), les réponses impulsionnelles doivent

être à nouveau calculées. Il en résulte un temps de calcul important.

Il est néanmoins possible d'effectuer une localisation de sources dans un milieu hétérogène inconnu en étendant le modèle de séparation des champs. Contrairement aux méthodes d'apprentissage numérique par éléments finis, cette méthode ne nécessite qu'une courte phase expérimentale de calibration.

En théorie, lorsque des discontinuités sont présentes dans le milieu Ω , le dictionnaire de sources \mathbf{S} devrait être adapté car les fonctions de Green en champ libre choisies précédemment ne conviennent plus pour expliquer le champ source. Une première stratégie pour adapter le modèle serait donc de mesurer précisément ces fonctions de Green, ou de les modéliser numériquement comme dans [9], les deux possibilités n'étant pas optimales.

Une solution plus séduisante est d'adapter le dictionnaire d'ondes planes \mathbf{W} utilisé pour approcher la partie homogène du champ mesuré. En effet, d'un point de vue physique, les ondes planes ne sont pas une bonne solution pour décrire le champ diffus lorsque le milieu est hétérogène. Ces ondes planes peuvent être remplacées par un apprentissage expérimental de sources émises à l'extérieur de l'enveloppe de l'antenne Ω et mesurées par les microphones. Ce problème peut être vu comme la mesure des déformations géométriques du front d'onde affectant les ondes planes provenant de diverses directions autour de l'antenne. Si l'on considère un nombre D de diffuseurs ponctuels dans le milieu, le dictionnaire \mathbf{W} peut aussi être vu comme la somme des ondes planes originales avec des fonctions de Bessel de seconde espèce modélisant les diffuseurs (8) d'amplitudes γ , comme si ces derniers se comportaient comme des sources additionnelles dont les contributions au champ mesuré devraient être ôtées des mesures :

$$\mathbf{W} \equiv \sum_{l=1}^{L_{pw}} e^{j\mathbf{k}_l \cdot \vec{x}_n} + \sum_{d=1}^D \gamma_d Y_0(k \cdot r_{nd}) \quad (8)$$

L'intérêt d'une telle méthode réside dans le fait que ni les positions des sources externes de calibration, ni celles des diffuseurs ne doivent être connues. Les propriétés du milieu sont implicitement apprises par la calibration. Les atomes de \mathbf{W} sont finalement obtenus par simple transformée de Fourier des sources externes, à la fréquence souhaitée pour la localisation.

3.2 Simulations

La méthode décrite est testée numériquement, dans un milieu bi-dimensionnel. L'antenne numérique est composée de 40 microphones dont la moitié est positionnée régulièrement sur le bord du disque Ω de rayon $r_\Omega = 1,5$ m. L'autre moitié est répartie aléatoirement dans Ω . Ce type de répartition des points de mesure a été étudié dans [10], et s'est montré plus robuste pour la reconstruction du champ homogène qu'une distribution aléatoire des mesures à l'intérieur de Ω . Le domaine de propagation \mathcal{D} a pour dimensions 6 m \times 5 m.

Les simulations sont effectuées à l'aide d'un code aux différences finies temporelles [11]. Des conditions de Neumann (parois rigides) sont imposées aux bords de \mathcal{D} . Six diffuseurs ponctuels sont placés dans Ω , en imposant des conditions de Dirichlet sur leurs positions.

Les pas de maillage et le pas temporel sont ajustés pour éviter la dispersion numérique et avoir une fréquence d'échantillonnage égale à $f_e = 40433$ Hz.

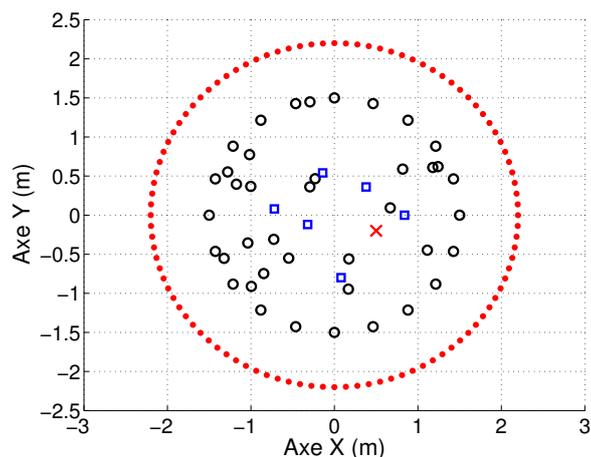


FIGURE 1 – Schéma de la simulation numérique. Cercles noirs : Positions des microphones. Points rouges : positions des sources externes de calibration. Croix rouge : position de la source. Rectangles bleus : positions des diffuseurs ponctuels.

Dans un premier temps, la répartition des sources externes est faite régulièrement le long d'un cercle de rayon $r_{SE} = 2,2$ m. Ainsi, un comparatif direct est possible avec des ondes planes dont les vecteurs d'onde suivent le même type d'échantillonnage, le long d'un cercle de rayon k . 100 sources externes sont émises et mesurées par les microphones (soit un espacement d'environ 0,14 m entre deux sources adjacentes). La figure 1 indique la configuration de la simulation.

Sur la figure 2 sont tracées les erreurs de localisation de la source pour différentes valeurs du rang du projecteur Π , à une fréquence d'étude $f = 701$ Hz. La méthode en milieu homogène (ondes planes) est comparée avec la méthode proposée ici pour prendre en compte les hétérogénéités du milieu lors de la phase de calibration (sources externes). Le cas où $L = 0$ correspond à du *beamforming* classique (les mesures \mathbf{p} ne sont pas projetées sur la base d'ondes planes). Comme le montre la figure, alors que le projecteur construit sur une base d'ondes planes ne permet pas de localiser la source, celui construit à l'aide des sources externes permet de bien retrouver sa position, quand $7 \leq L \leq 23$. Ce critère du choix du L optimal est encore mal compris, mais s'explique en partie : si L est trop petit, la source est mal isolée du champ réverbéré, mais si L est trop grand la contribution des sources commence à se projeter dans Π .

Dans un second temps, l'influence du nombre de sources externes à mesurer pour construire \mathbf{W} est étudiée. En effet, la figure 2 illustre le cas où ces sources sont réparties régulièrement autour de l'antenne, de sorte de permettre le maximum d'angles d'incidence des ondes mesurées. Cependant, dans la pratique il n'est pas toujours possible d'émettre des sources de calibration tout autour de l'antenne : il est par exemple difficile de les émettre au-dessus ou en dessous (dans un cas expérimental tridimensionnel). La figure 3 illustre l'erreur de localisation de la source en fonction du nombre de sources externes de calibration. Pour cela, Q sources externes sont tirées

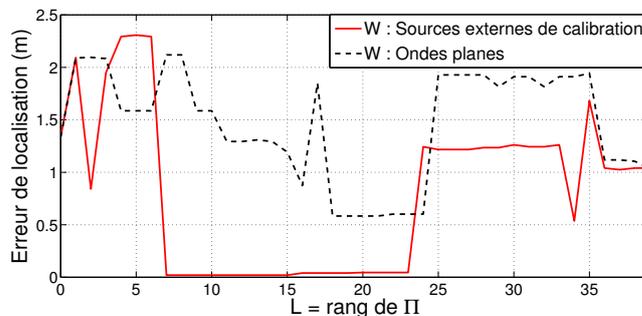


FIGURE 2 – Simulation : comparaison des erreurs de localisation obtenues avec le modèle homogène (i.e. ondes planes - courbe pointillée noire) et avec le modèle hétérogène (i.e. sources externes de calibration - courbe rouge), pour $f = 701$ Hz.

aléatoirement parmi les 100 représentées sur la figure 1. Le dictionnaire \mathbf{W} est ensuite généré à l'aide de ces Q sources. L'opération est répétée 20 fois pour chaque valeur Q , afin de tracer l'erreur moyenne sur l'ensemble des réalisations. Il est à noter que le rang maximal pour lequel la projection est possible est ici donné par $\min(N - 1; Q - 1)$.

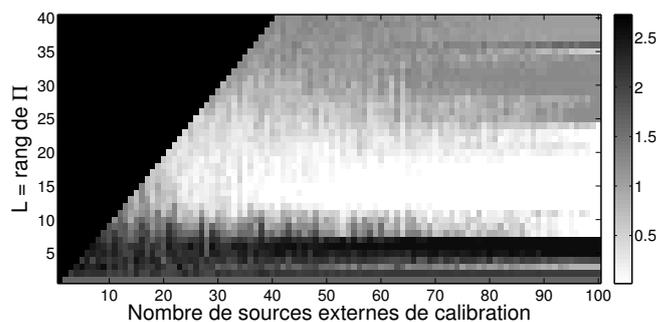


FIGURE 3 – Simulation : erreur de localisation (en m) en fonction du rang de Π et du nombre de sources de calibration, tirées aléatoirement parmi les 100 apprises. Moyennes sur 20 réalisations, pour $f = 701$ Hz.

Les résultats indiquent qu'il faut en moyenne au moins 40 sources de calibration pour générer un projecteur permettant de localiser la source. Une interprétation possible est donnée en regardant l'écart moyen entre deux sources adjacentes vu sur le cercle de microphones délimitant Ω . Pour $Q = 40$, cet écart moyen vaut $\varepsilon = 2\pi r_{\Omega}/Q \approx 0,24$ m. Cette distance peut être reliée à la demie longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ car pour $\lambda = 2\varepsilon$, la fréquence correspondante vaut environ $f = 710$ Hz, soit quasiment la fréquence d'étude choisie ici.

4 Réduction du nombre de mesures de calibration

4.1 Construction du projecteur

D'un point de vue expérimental, il est intéressant de pouvoir faciliter au maximum la phase d'apprentissage de \mathbf{W} , tout en considérant qu'un bon échantillonnage spatial des sources externes de calibration autour de Ω n'est pas toujours possible. Cependant, dans les cas de salles réverbérantes, le signal émis est réfléchi sous

différents angles avant d'être complètement atténué. La réponse temporelle d'une source externe contient donc de nombreuses informations sur les fronts d'ondes (quasi plans après quelques réflexions), perturbés par les diffuseurs et provenant de nombreuses directions, dont celles qui n'ont pas été directement échantillonnées spatialement.

Il serait donc intéressant de pouvoir isoler les mesures de ces différentes réflexions afin de rehausser leur contribution lors de la construction de \mathbf{W} et de remplacer l'émission d'un certain nombre de sources de calibration. Les réflexions tardives étant mélangées dans le signal temporel (champ diffus), leur séparation directe est impossible. Une autre approche est utilisée, basée sur la construction d'une matrice de covariance à partir des sources externes. Cette approche revient à approcher la partie imaginaire de la fonction de Green du milieu hétérogène Ω [12] sur laquelle se projette théoriquement la partie réverbérée du champ acoustique mesuré.

Nous construisons la matrice de covariance $\mathbf{R} = (\mathbf{W}\mathbf{W}^H)$ permettant de récupérer les informations sur les ondes réfléchies cachées dans la réponse temporelle à l'aide d'une étape d'intercorrélations puis de fenêtrage des signaux (équivalent à la somme, sur les sources de calibration, des densités inter-spectrales de puissance lissées pour chaque paire de microphones). Les vecteurs propres de \mathbf{R} permettent finalement de construire le projecteur $\mathbf{\Pi}$.

Soit \mathbf{X}_{iq} le signal temporel généré par la source externe à la positions q et mesuré par le microphone i . Le calcul de la matrice de covariance est accompli en quatre étapes :

- ① Convoluer \mathbf{X}_{iq} et \mathbf{X}_{iq} ;
- ② Multiplier par la fenêtre \mathbf{H} de taille $2M-1$ (M en nombre d'échantillons) ;
- ③ Prendre la partie réelle de la transformée de Fourier à la valeur ω ;
- ④ Sommer sur l'ensemble des sources externes de calibration q .

La fenêtre \mathbf{H} est ici choisie rectangulaire. Les signaux intercorrélés possèdent une partie causale et anti-causale : la longueur M représente donc la moitié de la longueur totale de \mathbf{H} , symétrique par rapport au temps $m = 0$.

$$\mathbf{H}(m) = \begin{cases} 1 & \text{si } -M+1 \leq m \leq M-1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (9)$$

Le processus est résumé par l'équation (10).

$$\mathbf{R}_{il}(\omega) \equiv \Re \left\{ \sum_{q=1}^Q \sum_{m=-M+1}^{M-1} [\mathbf{H} \cdot (\mathbf{X}_{iq} * \mathbf{X}_{iq})](m) \cdot e^{-2j\pi\omega \frac{m}{(2M-1)}} \right\} \quad (10)$$

avec $-M+1 \leq \omega \leq M-1$.

La matrice de covariance \mathbf{R} est ensuite normalisée pour que ses termes diagonaux valent 1 (car ils correspondent aux termes d'autocorrélations). On a alors :

$$\hat{R}_{il} = \frac{R_{il}}{\sqrt{R_{ii} \cdot R_{ll}}} \quad (11)$$

4.2 Simulations

Pour illustrer la méthode proposée, nous reprenons le dispositif et les données générées numériquement à la section 3.2. En se basant sur les résultats obtenus sur la figure 3, le cas où seulement $Q = 10$ sources externes

de calibration sont mesurées est étudié. En effet, avec seulement 10 mesures de calibration, la localisation de la sources émettant dans le milieu hétérogène n'était pas possible.

La figure 4 représente l'erreur de localisation de la source en fonction de la demi-longueur M de la fenêtre \mathbf{H} utilisée sur les signaux intercorrélés. Les résultats sont la moyenne de 20 réalisations où $Q = 10$ sources externes de calibration sont aléatoirement choisies parmi les 100 mesurées. Pour cette application, le critère de rang maximal pour la projection sur $\mathbf{\Pi}$ vaut $(N-1)$ et ne dépend plus du nombre de sources de calibration, car le fenêtrage des intercorrélations augmente le rang du projecteur, comme si un nombre plus important de sources de calibration était utilisé pour sa construction.

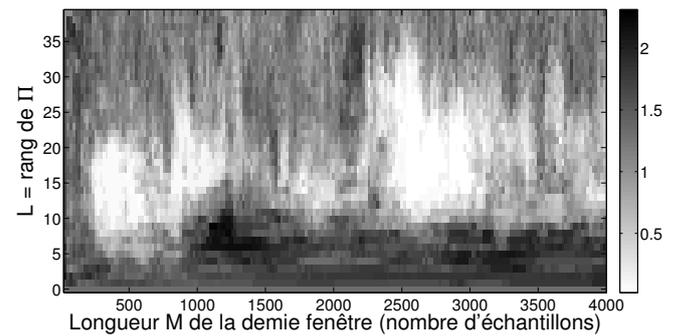


FIGURE 4 – Simulation : erreur de localisation (en m) en fonction du rang de $\mathbf{\Pi}$ et de la demi-longueur M de la fenêtre \mathbf{H} (en nombre d'échantillons). Moyennes sur 20 réalisations, pour $f = 701$ Hz.

La construction du projecteur à partir de $\hat{\mathbf{R}}$ permet bien de localiser la source avec seulement 10 mesures de calibration. La valeur optimale de M devrait *a priori* être reliée au temps de traversée de l'antenne, donc directement à la plus grande dimension du sous-espace Ω , soit ici :

$$M \simeq 2r_{\Omega} \cdot c_0 / f_e \simeq 357 \text{ échantillons}$$

Ce nombre semble concorder avec les premières valeurs de M de la figure 4 pour lesquelles la source est localisée. Cependant, il est visible que d'autres longueurs de fenêtre plus grandes permettent aussi de localiser la source ($2500 \leq M \leq 3000$ par exemple). Ceci peut être une conséquence du caractère peu bruité des intercorrélations, qui permet de bien approcher la partie imaginaire de la fonction de Green du milieu, même pour des temps plus longs que le temps de traversée du réseau. Toutefois, quand M devient trop grande ($M \geq 3000$ par exemple), la localisation finit par échouer.

5 Expériences

Afin de valider le modèle, quelques mesures ont été faites dans une salle réverbérante, avec une antenne constituée de 42 microphones omnidirectionnels. Le domaine spatial d'échantillonnage Ω est un cube ayant une arête d'une longueur de 1 m, et positionné près d'un des murs de la salle. La plupart des microphones est positionnée à la surface de Ω et quelques uns à l'intérieur. La salle de mesures a pour dimensions $5,7 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ et possède un temps de réverbération égal à $T_{60} = 4$ s environ. La fréquence d'échantillonnage est $f_e = 19200$ Hz.



FIGURE 5 – Dispositif expérimental.

Les coordonnées des microphones sont calibrées automatiquement à l'aide d'une méthode décrite dans [13]. Les atomes du dictionnaire \mathbf{W} sont appris expérimentalement en émettant 200 impulsions en des positions aléatoires, tout autour de l'antenne (excepté en dessous et au dessus de l'antenne, et du côté proche du mur).

La figure 6 montre l'erreur moyenne de localisation en fonction du nombre de sources externes utilisées pour construire le projecteur. Le tirage aléatoire de ces sources parmi les 200 apprises est réitéré 20 fois. La fréquence de travail est $f = 628$ Hz.

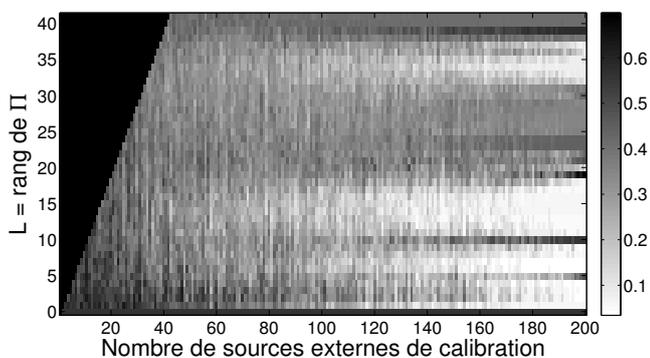


FIGURE 6 – Expérience : erreur de localisation (en m) en fonction du rang de Π et du nombre de sources de calibration, tirées aléatoirement parmi les 200 apprises. Moyennes sur 20 réalisations, pour $f = 628$ Hz.

Comme attendu, la localisation est difficile car les sources externes ne sont pas émises de façon isotrope autour de l'antenne. Pour une fréquence de 628 Hz, un bon échantillonnage spatial donné en fonction de $\frac{\lambda}{2}$ nécessiterait l'émission d'environ : $\frac{A}{\sqrt{\lambda/2}}$ sources de calibration, avec A la surface de Ω . En considérant la plus petite sphère dans laquelle est inscrite l'antenne expérimentale, il faudrait donc une quarantaine de sources de calibration si leur répartition était isotrope.

Néanmoins, comme il est visible sur la figure 6, lorsque plus de 160 sources de calibration sont mesurées,

la localisation devient possible, même sans avoir une répartition isotrope. Cela peut être une conséquence de la forte réverbération de la pièce. En effet, les premiers échos ayant une amplitude peu atténuée comparé au signal direct, ceux-ci apportent tout de même une information non négligeable lors de la construction de Π .

La réduction du nombre de mesures de calibration est ensuite testée pour un cas de 50 sources externes. La figure 7 décrivant l'erreur de localisation en fonction de M ne permet pas de retrouver le critère vérifié numériquement. En effet, la dimension la plus grande de l'antenne vaut ici $d_\Omega = 1,35m$, la valeur optimale de la demie fenêtre devrait donc se situer autour de $M = d_\Omega/c_0 \times fe = 76$ échantillons. Or cette valeur ne permet pas ici de localiser la source.

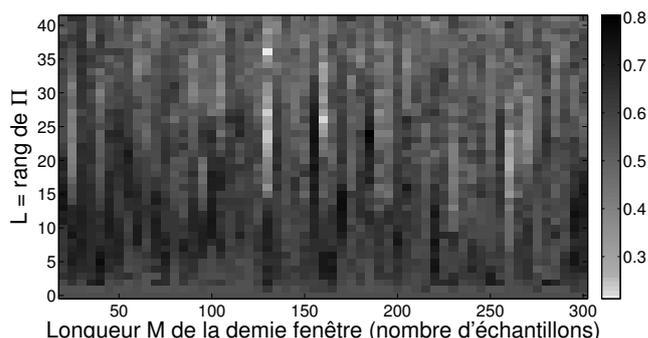


FIGURE 7 – Expérience : erreur de localisation (en m) en fonction du rang de Π et du nombre de sources de calibration, tirées aléatoirement parmi les 200 apprises. Moyennes sur 20 réalisations, pour $f = 628$ Hz.

Cela s'explique par le fait que les données expérimentales sont bruitées et que la matrice de covariance $\hat{\mathbf{R}}$ converge plus difficilement vers la partie imaginaire de la fonction de Green du milieu. Une solution est de considérer une demie fenêtre M variable, en fonction de la distance entre chaque couple de microphones constituant l'antenne, afin de limiter les perturbations occasionnant une mauvaise localisation de la source.

La figure 8 corrige ces résultats en adaptant M pour chaque distance entre les couples de microphones. Les résultats obtenus pour les diverses méthodes présentées y sont comparés, pour $f = 628$ Hz. Le cas de référence est le cas des ondes planes, tracé en pointillés noirs. On remarque également que le cas du *beamforming* sans déréverbération ($L = 0$) ne permet pas de localiser la source. La courbe rouge indique les résultats obtenus en remplaçant le dictionnaire d'ondes planes par un dictionnaire de 200 sources externes de calibration. Enfin, la méthode de construction du projecteur à partir d'un nombre restreint mesures de calibration est testée dans le cas de l'apprentissage de 50 sources externes de calibration. La courbe bleue foncée avec marqueurs circulaires montre que sans appliquer la procédure proposée, le dictionnaire \mathbf{W} constitué ne permet pas la localisation de la source. Au contraire, l'application de la méthode pour la construction du projecteur (avec une fenêtre de demie longueur M corrigée et variable), permet bien cette fois de localiser la source en effectuant seulement 50 mesures de calibration (courbe bleue claire avec marqueurs rectangulaires).

Ici, les hétérogénéités du milieu Ω sont essentiellement dues au support métallique de l'antenne et aux microphones

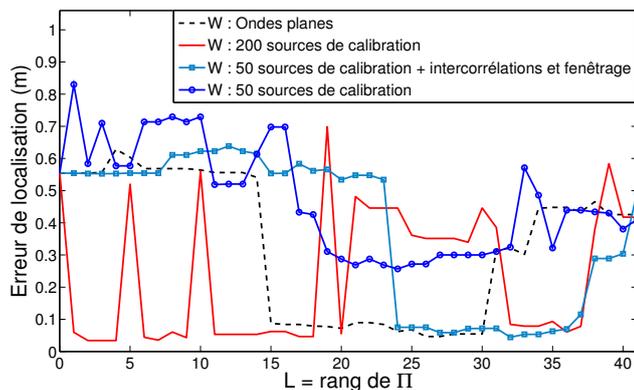


FIGURE 8 – Expérience : erreur de localisation (en m) en fonction du rang de Π pour plusieurs constructions de dictionnaire \mathbf{W} , pour $f = 628$ Hz.

eux-mêmes. Ce ne sont donc pas de fortes hétérogénéités, d'où la localisation possible avec les ondes planes. Cependant, la calibration du dictionnaire \mathbf{W} apporte une amélioration de quelques centimètres dans la position de la source localisée, quand le rang du projecteur vaut : $2 \leq L \leq 17$ (pour le cas des 200 sources externes) et une erreur similaire au cas des ondes planes pour le cas de la construction du projecteur à partir de 50 sources externes.

Cette expérience permet donc dans un premier temps de valider la pertinence de la méthode d'apprentissage et de construction du projecteur à partir d'un nombre réduit de mesures de calibration, en attendant de tester des configurations plus difficiles, où des perturbations plus importantes du milieu de propagations seront introduites.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons montré numériquement que la localisation de sources par séparation des champs acoustiques est possible dans un milieu hétérogène inconnu, si le dictionnaire d'ondes planes utilisé pour approcher la partie réverbérée du champ mesuré est remplacé par des sources de calibration émises à l'extérieur de l'enveloppe convexe de l'antenne. Cette méthode a été testée expérimentalement dans le cas d'hétérogénéités perturbant peu le champ acoustique.

L'intérêt de cette phase de calibration est qu'au contraire de plusieurs méthodes de localisation, aucune connaissance n'est nécessaire *a priori* sur le milieu de propagation. L'apprentissage expérimental du dictionnaire \mathbf{W} prend implicitement en compte les distorsions des ondes planes propagées à travers le milieu discontinu.

Quand la disposition du matériel expérimental ne permet pas une bonne répartition spatiale de ces sources externes de calibration, il est possible de récupérer l'information contenue dans les réflexions mélangées du signal temporel en construisant le projecteur Π à l'aide d'intercorrélations des signaux temporels assorties d'une étape de fenêtrage. Cette méthode permet de réduire le nombre de sources de calibration à mesurer pour construire un dictionnaire efficace pour localiser ensuite les sources présentes dans le milieu.

De futurs travaux permettront des expériences introduisant des hétérogénéités plus importantes dans le milieu de propagation.

Remerciements

This work is supported by DGA (Direction Générale de l'Armement) and by LABEX WIFI (Laboratory of Excellence within the French Program "Investments for the Future") under references ANR-10-LABX-24 and ANR-10-IDEX-0001-02 PSL*.

Références

- [1] B. D. Van Veen, L. M. Buckley, Beamforming : A Versatile Approach to Spatial Filtering, *IEEE ASSP Magazine*, Vol. 5, Issue 2, pp. 4-24, 1988.
- [2] D. Malioutov, M. Cetin and A. S. Willsky, A Sparse Signal Reconstruction Perspective for Source Localization with Sensor Arrays, *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol. 53, No 8, 2005.
- [3] T. Gustafsson, B. D. Rao, M. Trivedi, Source localization in reverberant environments : modeling and statistical analysis *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, Vol.11, Issue 6, pp. 791-803, 2003.
- [4] G. Chardon, L Daudet, Source Localization in an unknown Reverberant Environment Using Compressive Sampling in the Frequency Domain, *Proc. ICASSP*, 2012.
- [5] D. L. Donoho, Compressed Sensing, *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 52, Issue 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [6] A. Moiola, R. Hiptmair, I. Perugia, Plane Wave Approximation of Homogeneous Helmholtz Solutions, *Z. Angew. Math. Phys.*, No 62, Issue 5, pp. 809-837, 2011.
- [7] S. Shaobing Chen, D. L. Donoho and M. A. Saunders, Atomic Decomposition by Basis Pursuit, *SIAM Review*, Vol. 43, No 1, pp. 129-159, 2001.
- [8] J. A. Tropp, A. C. Gilbert, Signal Recovery from Random Measurements via Orthogonal Matching Pursuit, *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 53, No 12, pp. 4655-4666, 2007.
- [9] M. Vetterli, I. Dokmanic, Room Helps : Acoustic Localization with Finite Elements, *Proc. ICASSP*, 2012.
- [10] G. Chardon, A Cohen and L Daudet, Reconstruction of Solutions to the Helmholtz Equation from Punctual Measurements, *Proceedings of Sampta*, 2013.
- [11] A. Taflove, Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method, 3rd ed., *Artech House Publishers*, 2005.
- [12] A. Derode et al., Recovering the Green's Function From Field-Field Correlations in an Open Scattering Medium, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 113, No 6, pp. 2973-2976, 2003.
- [13] M. Crocco, A. Del Blue, M. Bustreo and V. Murino, A Closed Form Solution to the Microphone Position Self-Calibration Problem, *Proc. ICASSP*, 2012.