



Une méthode d'homogénéisation pour le calcul de la matrice de diffusion acoustique d'un tronçon d'échangeur thermique

N. Zerbib^a, M.A. Hamdi^b et L. Mebarek^a

^aESI Group, 20 rue du Fonds Pernant, 60471 Compiègne Cedex, France

^bUniversité de Technologie de Compiègne, Rue du Dr Schweitzer, 60200 Compiègne, France
mohamed-ali.hamdi@utc.fr

Une méthode d'homogénéisation est proposée pour le calcul de la propagation des ondes acoustiques dans une conduite rectangulaire obstruée par un tronçon d'échangeur thermique d'un système de conditionnement d'air d'une automobile. La méthode repose sur un développement asymptotique à l'échelle de la plus petite dimension de la cellule élémentaire permettant de générer le tronçon de l'échangeur de façon doublement périodique dans la section droite de la conduite. La méthode conduit à une équation de Helmholtz modifiée faisant intervenir des coefficients supplémentaires qui s'obtiennent par la résolution d'un problème de Laplace dans le domaine de la cellule élémentaire. Associée à une discrétisation par éléments finis, la méthode évite de discrétiser à l'échelle de la cellule élémentaire et permet de calculer de façon très rapide la matrice de diffusion du tronçon de l'échangeur thermique. Les résultats numériques obtenus par la méthode d'homogénéisation proposée sont validés numériquement par comparaison à la méthode conventionnelle des éléments finis en maillant à l'échelle de la cellule élémentaire et expérimentalement par comparaison à des mesures effectuées au Laboratoire Roberval de l'UTC. La méthode proposée permet d'obtenir des résultats précis et a le l'avantage de faciliter la tâche de maillage et de réduire considérablement l'espace mémoire et le temps de calcul

1 Introduction

Dans de nombreux produits industriels, les composants ayant des structures périodiques avec des parties dont les dimensions sont très petites par rapport à la dimension caractéristique de la structure globale ou à la longueur d'onde acoustique sont très fréquents. Nous pouvons citer par exemple des échangeurs de chaleur dans les systèmes de conditionnement d'air, mais aussi les pots d'échappements, les murs absorbants autour d'autoroutes...etc. L'un des problèmes rencontrés par les fabricants lors de la conception d'un tel composant est de savoir comment se comportent ces structures en termes de propagation acoustique.

Ces problèmes restent très difficiles à résoudre en utilisant des méthodes numériques classiques. En effet, en raison des très petites dimensions des parties périodiques de la structure, la finesse du maillage est alors imposée par les petites dimensions du système tandis que la gamme de fréquence de l'étude ne nécessite pas nécessairement les mêmes degrés de finesse.

Dans le cas d'un système de conditionnement d'air par exemple, si l'on désire étudier la propagation d'une onde acoustique à travers l'ensemble du système (volets de distribution, filtres, échangeurs de chaleur, conduits, diaphragmes, etc...), le problème à résoudre devient prohibitif à cause des petites dimensions des ailettes et persiennes dans l'échangeur thermique.

En effet, pour des études jusqu'à 3500 Hz, la taille d'un maillage raisonnable est d'environ 1 cm tandis que le pas du maillage au niveau de l'échangeur thermique est d'environ 1 mm, ce qui a pour effet de rendre pratiquement impossible d'appliquer les méthodes d'éléments finis conventionnelles à la résolution de ce cas.

La section 2 de l'article rappelle la définition de la matrice de diffusion [1,2] et les sections 3 à 4 présentent les différentes étapes de la méthode d'homogénéisation proposée. La section 5 présente l'application de la méthode au cas d'un échangeur thermique avec des corrélations entre les résultats numériques et expérimentaux. Enfin la section 6 correspond à la conclusion de l'article.

2 Matrice de diffusion

La matrice de diffusion multimodale $[\mathbf{D}]_{2N \times 2N}$ d'un conduit compris entre les coordonnées z_g et z_d , voir Figure 1, relie linéairement le vecteur des pressions modales sortantes

$\{\mathbf{P}^{so}\}_{2N} = \langle \mathbf{P}_{00}^{I-}(z_g), \dots, \mathbf{P}_{PQ}^{I-}(z_g), \mathbf{P}_{00}^{II+}(z_d), \dots, \mathbf{P}_{PQ}^{II+}(z_d) \rangle_{2N}^T$
et le vecteur des pressions modales entrantes

$\{\mathbf{P}^{en}\}_{2N} = \langle \mathbf{P}_{00}^{I+}(z_g), \dots, \mathbf{P}_{PQ}^{I+}(z_g), \mathbf{P}_{00}^{II-}(z_d), \dots, \mathbf{P}_{PQ}^{II-}(z_d) \rangle_{2N}^T$

par l'expression suivante :

$$\{\mathbf{P}^{so}\}_{2N} = [\mathbf{D}]_{2N \times 2N} \cdot \{\mathbf{P}^{en}\}_{2N} \quad (1)$$

$$[\mathbf{D}]_{2N \times 2N} = \begin{pmatrix} [\mathbf{D}^{11}]_{N \times N} & [\mathbf{D}^{12}]_{N \times N} \\ [\mathbf{D}^{21}]_{N \times N} & [\mathbf{D}^{22}]_{N \times N} \end{pmatrix}_{2N \times 2N}$$

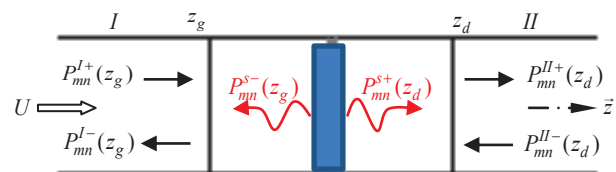


Figure 1 : Présentation des pressions étudiées

Le vecteur $\{\mathbf{P}^{en}\}_{2N}$ contient les pressions modales incidentes $\mathbf{P}_{mn}^{I+}(z_g)$ et les pressions modales rétrogrades $\mathbf{P}_{mn}^{II-}(z_d)$. Le vecteur $\{\mathbf{P}^{so}\}_{2N}$ contient les pressions modales réfléchies $\mathbf{P}_{mn}^{I-}(z_g)$ et les pressions modales transmises $\mathbf{P}_{mn}^{II+}(z_d)$.

Cette matrice représente une caractérisation intrinsèque de discontinuités dans les conduits indépendante des conditions acoustiques en amont et en aval de l'élément. Ces éléments ne dépendent que des caractéristiques géométriques et acoustiques du conduit. Elle est composée de $(2N)^2$ coefficients $\mathbf{D}_{mn,pq}^{kl}$; $k, l = 1, 2$ et $m, n, p, q = 1, 2, \dots, N$.

La matrice de diffusion contient des informations détaillées par mode des propriétés de réflexion, de transmission et de conversion. La signification physique de chaque matrice élémentaire est la suivante :

- $\left[\mathbf{D}_{mn,pq}^{I1} \right]_{N \times N}$ contient les coefficients définissant la réflexion des modes arrivant du côté gauche du conduit $\mathbf{P}_{pq}^{I+}(\mathbf{z}_g)$ sur les modes sortants $\mathbf{P}_{mn}^{I-}(\mathbf{z}_g)$ du même côté,

- $\left[\mathbf{D}_{mn,pq}^{21} \right]_{N \times N}$ contient les coefficients définissant la transmission des modes arrivant du côté gauche du conduit $\mathbf{P}_{pq}^{I+}(\mathbf{z}_g)$ sur les modes sortants $\mathbf{P}_{mn}^{II+}(\mathbf{z}_d)$ du côté droit du conduit,

- $\left[\mathbf{D}_{mn,pq}^{22} \right]_{N \times N}$ contient les coefficients définissant la réflexion des modes arrivant du côté droit du conduit $\mathbf{P}_{pq}^{II-}(\mathbf{z}_d)$ sur les modes sortants $\mathbf{P}_{mn}^{II+}(\mathbf{z}_d)$ du même côté,

- $\left[\mathbf{D}_{mn,pq}^{12} \right]_{N \times N}$ contient les coefficients définissant la transmission des modes arrivant du côté droit du conduit $\mathbf{P}_{pq}^{II-}(\mathbf{z}_d)$ sur les modes sortants $\mathbf{P}_{mn}^{I-}(\mathbf{z}_g)$ du côté gauche du conduit.

3 Le problème modèle

Dans cet article, nous traitons le problème de la propagation d'une onde acoustique à travers un obstacle périodique tridimensionnel de forme complexe. Plus précisément, nous considérons un objet dont la constitution macroscopique est basée sur la répétition spatiale d'un motif élémentaire appelée cellule de base. La répétition de cette cellule de base par translation ou rotation compose sa structure globale. Dans ce travail, seulement le cas de la périodicité par translation est considéré, mais la même approche est applicable pour une périodicité par rotation.

Le motif de base présente également des parties avec de très petites dimensions par rapport aux dimensions caractéristiques globale de la structure ($\epsilon_i \ll D_i$) et à la longueur d'onde acoustique λ ($\epsilon_i \ll \lambda$) comme illustrée dans la Figure 2 pour une structure $D_1 * D_2$ doublement périodique. C'est le cas par exemple des volets ou des ailettes à l'intérieur d'un échangeur de chaleur d'une automobile. Le squelette de la structure est considéré parfaitement rigide et aucun écoulement n'est pris en compte dans cette étude.

Le système d'équations à résoudre pour étudier la propagation des ondes acoustiques produites par une source harmonique $\mathbf{f}(\mathbf{x})e^{i\omega t}$ situées à l'intérieur du domaine Ω borné est le suivant :

$$\begin{cases} (\Delta_{\mathbf{x}} + k^2)\mathbf{p}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \text{ dans } \Omega \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{x})|_{\mathcal{S}} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2)$$

où \mathcal{S} est la partie rigide du contour $\partial\Omega$ du domaine Ω .

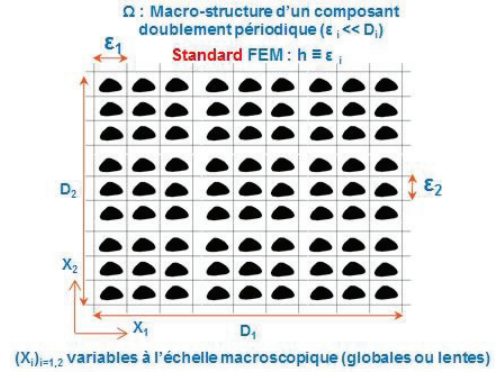


Figure 2 : Structure complexe périodique et sa cellule de base de faibles dimensions.

$\mathbf{p}(\mathbf{x})$ est l'amplitude complexe de la pression acoustique considérée comme une fonction harmonique du temps ($\mathbf{p} = \mathbf{p}(\mathbf{x})e^{i\omega t}$), $\mathbf{k} = \omega/c$ est le nombre d'onde acoustique, ω la pulsation et c la célérité du son dans le domaine de propagation. Le vecteur unitaire \mathbf{n} normal au contour est orienté vers l'extérieur du domaine Ω . Les coordonnées globales $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ sont appelés les coordonnées macroscopiques ou lentes parcourant le domaine de définition de la pression à l'échelle de la structure. Comme le montre la Figure 1, les tailles (ϵ_1, ϵ_2) sont très petites par rapport à la longueur d'onde acoustique et aux autres dimensions de la structure.

Ce problème multi-échelle est très compliqué à résoudre par la méthode standard des éléments finis, car la discrétisation des détails géométriques conduit à un très grand nombre de degrés de liberté.

La méthode consiste à faire un développement asymptotique par rapport à un petit paramètre adimensionnel ϵ , et à mettre en œuvre une méthode d'homogénéisation [4] à deux échelles de coordonnées pour aboutir à une équation de propagation homogénéisée, faisant intervenir des coefficients caractéristiques de la cellule élémentaire. Ces coefficients caractéristiques sont obtenus en résolvant par éléments finis un système de Laplace posé à l'échelle de la cellule élémentaire avec des conditions aux limites périodiques sur le bord extérieur de la cellule. L'équation modifiée ainsi obtenue est ensuite résolue par la méthode des éléments finis où les cellules élémentaires sont ignorées, ce qui facilite grandement l'opération de maillage et réduit considérablement le nombre de degrés de liberté et par conséquent le temps de résolution.

4 La méthode asymptotique homogénéisée

La méthode se compose principalement de trois étapes : la première étape consiste à écrire les équations adimensionnelles du problème faisant intervenir le nombre d'onde non dimensionnel $\epsilon = ke \ll 1$; la seconde étape consiste à utiliser un double système de coordonnées et à développer les équations jusqu'à l'ordre ϵ^2 .

Enfin la troisième étape consiste à résoudre par éléments finis le problème local à l'échelle de la cellule élémentaire avec des conditions aux limites périodiques sur

le bord de la cellule, puis le problème global homogénéisé à l'échelle de la structure entière.

4.1 Définition de la cellule de base et du système de coordonnées associé

La première étape consiste à définir la cellule de base et son système de coordonnées microscopiques ou rapides associé en opposition aux variables globales ou lentes à l'échelle de la structure globale. Pour utiliser la méthode de développement asymptotique, nous devons définir les petites dimensions caractéristiques du problème et introduire le système de coordonnées microscopiques correspondant. On note $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_t \mathbf{e}_2$ les petites dimensions caractéristiques de la cellule comme le montre la Figure 1.

La dimension e est considérée comme très petite par rapport aux autres dimensions caractéristiques de la structure et de la longueur d'onde acoustique. On définit ensuite le système de coordonnées adimensionné par le paramètre \mathbf{e} petit:

$$\mathbf{y}_\alpha = \frac{x_\alpha}{e} \quad \text{pour } \alpha = 1, 2 \quad (2)$$

Dans ce nouveau système de coordonnées, la première équation du système (2) devient

$$(\Delta_{\mathbf{y}} + (k\mathbf{e})^2)q(\mathbf{y}) = 0 \quad (3)$$

avec $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ et $q(\mathbf{y}) = p/\rho c^2$ est la pression adimensionnée où ρ est la masse volumique du fluide dans le domaine. Par construction, le paramètre $k\mathbf{e}$ dans (3) est très petit ($k\mathbf{e} = \varepsilon \ll 1$).

En outre, pour appliquer la théorie de l'homogénéisation, il est nécessaire de définir la cellule élémentaire constituant la structure périodique. Pour la simplicité de l'exposé, on considère que la structure est 2D périodique comme l'illustre la Figure 1 ci-dessous.

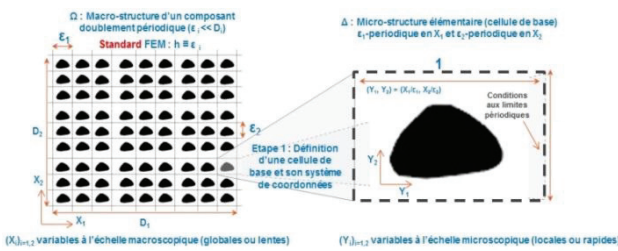


Figure 3 : Définition de la cellule de base et son système de coordonnées associé.

A la fin de cette première étape, la cellule de base est définie par l'élément rectangulaire $\mathbf{e}_1 * \mathbf{e}_2$ dans le système global de coordonnées.

Dans le nouveau système de coordonnées (2), la cellule de base est l'élément rectangulaire $\mathbf{1} * \mathbf{e}_2/e$ de la Figure 1.

4.2 Le problème sur la cellule de base

La cellule de base et son système de coordonnées microscopiques étant définis en tenant compte de la périodicité de la structure, nous allons maintenant définir le problème à résoudre sur le domaine de la cellule de base.

Dans le système de coordonnées microscopique la cellule de base est illustrée en figure 4 ci-dessous

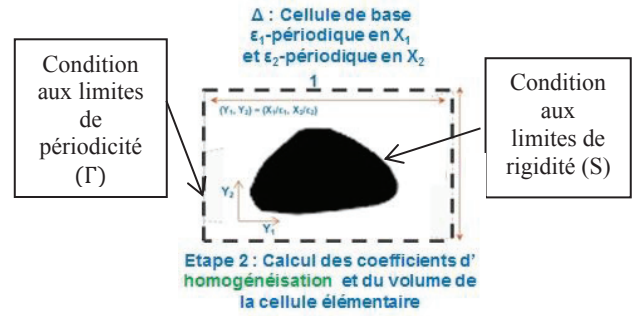


Figure 4 : Calcul des coefficients d'homogénéisation sur la cellule de base.

Pour appliquer la théorie de l'homogénéisation [4], nous introduisons un deuxième système de coordonnées:

$$\mathbf{y}_\alpha = \zeta_\alpha \text{ et } \mathbf{z}_\alpha = \mathbf{L}(\varepsilon)\mathbf{y}_\alpha \quad \text{pour } \alpha = 1, 2 \quad (4)$$

$$\text{Avec } \mathbf{L}(\varepsilon) = \varepsilon + \mathbf{L}_2\varepsilon^2 + o(\varepsilon^3) \quad (5)$$

La pression adimensionnelle est développée en puissance de ε sous la forme,

$$\mathbf{q}(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha) = \mathbf{q}_0(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha) + \varepsilon\mathbf{q}_1(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha) + \varepsilon^2\mathbf{q}_2(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha) + o(\varepsilon^3) \quad (6)$$

En séparant les équations obtenues à l'ordre ε^0 , ε^1 et ε^2 , on montre facilement que la fonction $\mathbf{q}_0(\mathbf{z}_\alpha)$ ne dépend pas en fait des coordonnées ζ_α .

Et en cherchant $\mathbf{q}_1(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha)$ sous la forme des variables séparées $\alpha, \beta = 1, 2$:

$$\mathbf{q}_1(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha) = \mathbf{u}_\beta(\zeta_\alpha) \frac{\partial \mathbf{q}_0}{\partial z_\beta}(\mathbf{z}_\alpha) + \mathbf{B}(\mathbf{z}_\alpha) \quad (7)$$

On montre que les fonctions $\mathbf{u}_\alpha(\zeta_\alpha)$ vérifient alors le système de Laplace ci-dessous:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{u}_\alpha = 0 \\ \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial n}(\zeta_\alpha) + n_\alpha \right) |_S = 0 \end{cases} \quad \text{pour } \alpha = 1, 2 \quad (8)$$

avec \mathbf{u}_α doublement périodique en ζ_α . Ces deux problèmes sont résolus numériquement à l'aide de Matlab par exemple. Compte tenu de la forme symétrique de la cellule illustrée en Figure 1, les conditions aux limites de périodicité sur Γ sont données par:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} \mathbf{u}_\alpha \left(-\frac{b}{2e}, \zeta_2 \right) = \frac{\partial}{\partial \zeta_1} \mathbf{u}_\alpha \left(+\frac{b}{2e}, \zeta_2 \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{u}_\alpha \left(\zeta_1, -\frac{1}{2} \right) = \mathbf{u}_\alpha \left(\zeta_1, +\frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

La résolution des deux problèmes de Laplace (8) avec les conditions de périodicité (9) et (10) peut être réalisée en utilisant une méthode d'Eléments Finis standard.

En écrivant les équations obtenues à l'ordre ε^2 et après intégration sur le domaine de la cellule élémentaire on s'aperçoit que le terme $q_2(\zeta_\alpha, \mathbf{z}_\alpha)$ n'intervient pas.

Nous obtenons finalement l'équation homogénéisée vérifiée par la fonction $q_0(\mathbf{z})$:

$$(\Omega \Delta_z + A_{\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial z_\alpha \partial z_\beta} + \Omega) q_0(\mathbf{z}) = 0 \quad (11)$$

où les coefficients d'homogénéisation $A_{\alpha\beta}$, avec $\alpha, \beta = 1, 2$, sont donnés par les intégrales :

$$A_{\alpha\beta} = \int_S n_\alpha u_\beta(\zeta_\alpha) d\Gamma \quad (12)$$

4.3 Le problème final

Enfin, pour la troisième et dernière étape de notre méthode, nous revenons au problème exprimé en coordonnées dimensionnelles $x(x_1, x_2, x_3)$. En introduisant les changements de variable inverses et à l'aide d'une intégration par la formule Green, il est facile de montrer que la solution de l'équation (11) vérifiant les conditions aux limites de rigidité sur le bord du domaine Ω ($\partial_n p = 0$ sur S) vérifie alors l'équation variationnelle suivante ($\alpha, \beta = 1, 2$), pour toutes fonctions $p, p' \in C^1(\bar{\Omega})$,

$$-\int_\Omega (\nabla p \cdot \nabla p' - k^2 p p' + \frac{A_{\alpha\beta}}{\Omega} \partial_{x_\alpha} p \partial_{x_\beta} p') d\Omega + \int_\Gamma \frac{A_{\alpha\beta}}{\Omega} (\partial_{x_\alpha} p) n_\beta p' dS = 0 \quad (13)$$

Le problème global à l'échelle macroscopique se résume donc à résoudre l'équation variationnelle (13) sur la géométrie illustré Figure 5. Les détails de la géométrie initiale qui imposait un pas de maillage de l'ordre de la taille des plus petites dimensions de l'objet sont pris en compte non plus au niveau du maillage mais au travers des coefficients d'homogénéisation (12).

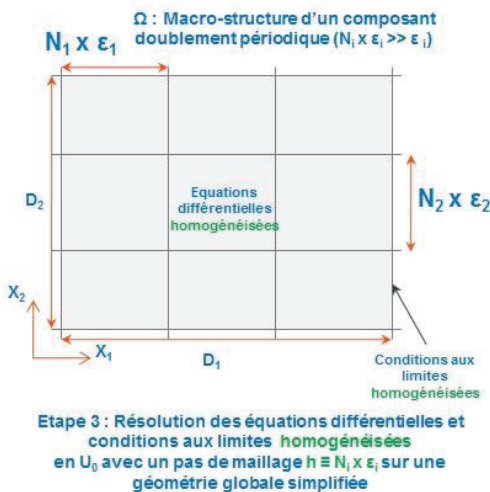


Figure 5: Résolution du problème global à l'échelle macroscopique.

5 Cas de validation

Dans cette partie, on présente une comparaison entre les résultats obtenus par la méthode d'homogénéisation proposée, à ceux obtenus par une méthode d'Eléments Finis volumiques classiques et par des mesures réalisées sur le banc d'essai de l'UTC pour la détermination de certains termes de la matrice de diffusion multimodale d'une portion d'un échangeur thermique sans présence d'écoulement.

Les caractéristiques réelles de l'échangeur thermique mis à disposition par Valeo Thermique Habitacle pour valider notre méthode est représenté en Figure 7. Une portion de ce composant est placée au niveau du tronçon test dans un guide à section rectangulaire dont la section du conduit est $S_c = 0.2 \times 0.1 m^2$ comme illustré en Figure 6 ci-dessous.

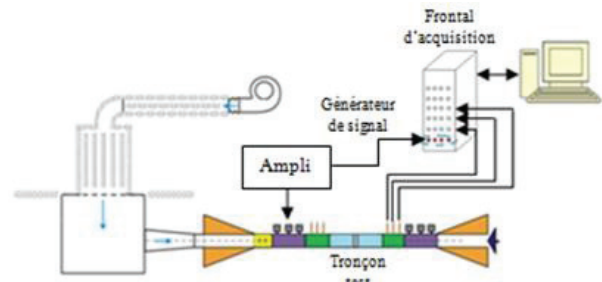


Figure 6 : schéma descriptif du banc d'essai

La première étape de notre méthode consiste dans la définition du motif unitaire et de son système de coordonnées microscopique associé. La cellule de base choisie est illustrée Figure 9. Il s'agit des persiennes qui se répètent dans la largeur et la profondeur de l'ailette représentée Figures 7 et 8 avec la période $e = 1 mm \ll D$ très petite devant la longueur caractéristique de l'objet.

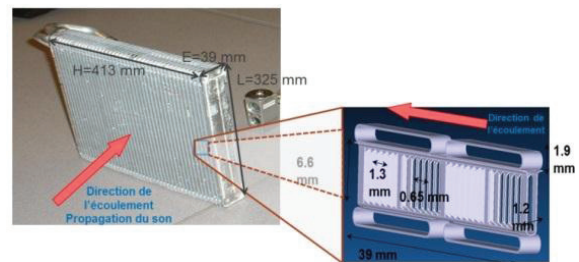


Figure 7: Définition d'une ailette dans un échangeur thermique.

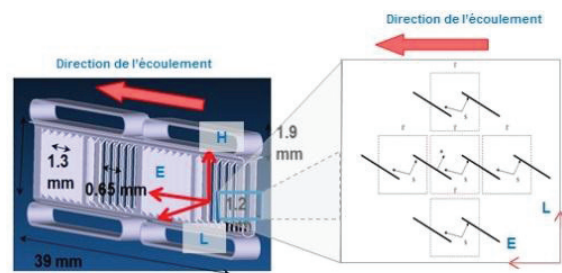


Figure 8: Définition de la cellule de base dans le cas de l'échangeur thermique.

La seconde étape consiste en la détermination des coefficients d'homogénéisation (12) en résolvant numériquement les deux systèmes de Laplace (8) pour $\alpha = 1, 2$ sur le maillage illustré Figure 11 avec les conditions aux limites de rigidité et de périodicité.

La dernière étape consiste à résoudre par la méthode des éléments finis volumiques, l'équation variationnelle (13) sur la géométrie représentée dans la Figure 12 (b) dans laquelle le motif de base a été supprimé.

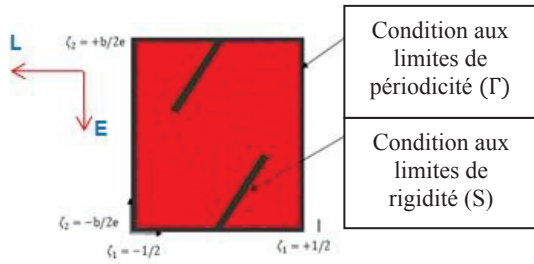


Figure 9: Maillage dans le plan $\zeta_1 \zeta_2$ de la cellule élémentaire adimensionnée par rapport à l'épaisseur ε d'une persienne. L'origine du repère est placée au centre de la cellule.

En comparaison, une approche standard consistant à mailler les ailettes en prenant en compte les persiennes explicitement dans le maillage est également appliquée comme illustré Figure 10(a) au niveau global.

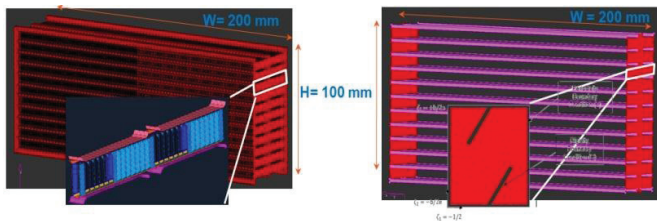


Figure 10 : Maillages des problèmes globaux : (a) à gauche, méthode standard avec prise en compte des persiennes et (b) à droite, méthode d'homogénéisation.

Les sources d'excitation sont des sources ponctuelles ou monopoles unitaires placés exactement aux mêmes positions que les haut-parleurs sur le banc d'essai mis en place à l'UTC. Le nombre de sources (10 en amont et 10 en aval de l'obstacle à caractériser) ainsi que leur position ont été spécifiées de telle sorte que les ondes incidentes associées permettent d'exciter les 10 premiers modes du guide rectangulaire de section 20 cm x 10 cm jusqu'à 3 500 Hz.

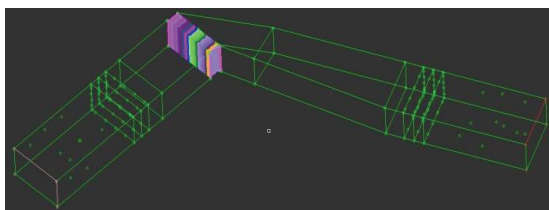


Figure 11 : Position des sources et des points de mesures pour les simulations numériques.

De manière similaire à ce qui a été mis en place pour les sources d'excitation, les points de mesure pour les calculs ont été définis aux mêmes positions que les microphones sur le banc d'essai, à savoir sur 12 micros par section sur 3 sections placées en amont de l'obstacle et sur 3 sections placées en aval (figure 11). Cela permet de décomposer les ondes totales ainsi mesurées ou calculées en ondes incidentes, ondes réfléchies en amont de l'obstacle et ondes transmises et ondes rétrogrades en aval. A partir des résultats de pression obtenus au niveau des sections de mesure, on construit la matrice des pressions entrantes et des pressions sortantes de l'obstacle, ce qui permet de calculer la matrice de diffusion qui caractérise l'obstacle de façon intrinsèque.

Des conditions d'impédance adéquates sont imposées aux extrémités du guide pour simuler des terminaisons anéchoïques [3] comme celles présentes sur le banc d'essai. L'étude est réalisée dans une configuration inclinée pour laquelle le tronçon test fait un angle de 75° avec la partie amont du conduit (figure 11). Cette configuration est représentative des problématiques d'intégration de l'échangeur thermique dans le système complet dans le but de réduire le volume global. Les informations relatives au maillage pour les deux méthodes de simulation sont données dans le Tableau 1. Il apparaît très clairement que le nombre d'inconnues est très inférieur pour la méthode d'homogénéisation en comparaison à la méthode standard d'un coefficient d'environ 10.

Modèle Éléments Finis	Maillage + Mise en Données	Calculs		
		Nb Noeuds	Mémoire	CPU
Modèle Standard	2 jours	1 184 142	8.05Go	20 Heures
Modèle Homogénéisé	3 Heures	106 991	1.2Go	3.5Heures

Tableau 1: Taille des modèles, Temps de Calcul et Espace mémoire en fonctions des modèles Eléments Finis.

Les résultats sont représentés Figure 12 à 14 représentant les deux coefficients de la matrice de diffusion $D_{00,00}^{11}$ et $D_{00,00}^{21}$ qui sont respectivement la réflexion et la transmission du mode plan sur lui-même.

Ces figures montrent un très bon accord entre les calculs et l'expérience sur toute la bande de fréquence étudiée.

Cette bonne corrélation est vérifiée aussi en conversions modales comme l'illustre la figure 14 concernant le coefficient $D_{01,00}^{21}$.

Cette figure montre un exemple de conversion modale : la conversion en transmission du mode 00 vers le mode 01 .

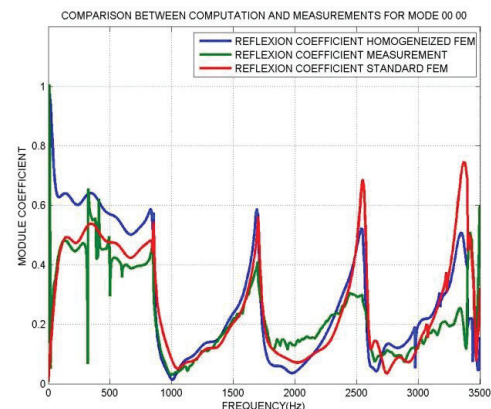


Figure 12: Comparaison essai-calcul sur la réflexion du mode 00 sur lui-même, $D_{00,00}^{11}$, pour la configuration inclinée à 75° .

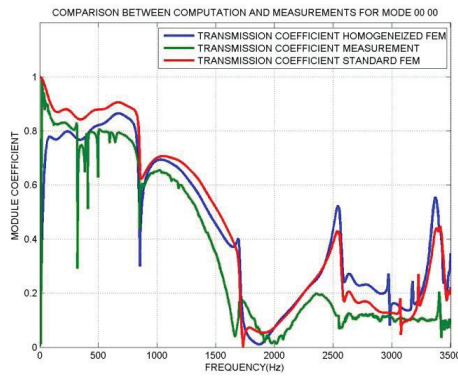


Figure 13: Comparaison essai-calcul sur la transmission du mode **00** sur lui-même, $D_{00,00}^{21}$, pour la configuration inclinée à 75° .

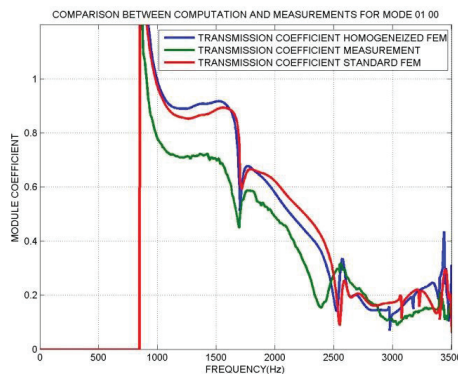


Figure 14: Comparaison essai-calcul sur la conversion en transmission du mode **00** sur le mode **01**, $D_{01,00}^{21}$, pour la configuration inclinée à 75° .

Le modèle homogénéisé donne des résultats tout à fait similaires au modèle avec les persiennes complexes sur toute la bande de fréquence de 0 à 3500 Hz. Cette théorie d'homogénéisation se présente donc comme une alternative intéressante pour obtenir un gain significatif sur les temps de calcul et les besoins en mémoire comme illustré dans le Tableau 1. En effet, on peut remarquer que le temps de calcul est réduit d'un facteur d'environ 6 et la taille mémoire est réduite aussi d'un facteur d'environ 7 entre le modèle fin et le modèle homogénéisé.

6 Conclusion

Au cours de cette étude, une méthode de calcul basée sur la théorie de l'homogénéisation a été mise au point permettant de simuler la propagation d'une onde acoustique au travers d'une section d'un échangeur thermique. En termes de validation, les résultats obtenus par cette méthode ont été comparés à ceux obtenus par une approche standard par éléments finis nécessitant un maillage fin ainsi qu'à des mesures expérimentales. Les résultats obtenus sont tout à fait cohérents entre eux ce qui valide la méthode de simulation présentée dans cet article. Des gains très significatifs sur le temps de construction du modèle et sur le temps de calcul ainsi que sur la réduction de l'espace mémoire ont été mis en évidence. Grâce à cette méthode, un calcul de propagation au travers d'un évaporateur à taille réelle et non plus une section 1/16 devient possible puisque le modèle n'excéderait pas plus de 1.6 millions

d'inconnues; ceci reste totalement impossible avec une approche standard qui conduirait à un problème à plus de 20 millions de degrés de liberté. En résumé, il a été montré que cette méthode d'homogénéisation permet tout en garantissant une bonne précision :

- Un gain de temps lors de la génération du maillage : 2 à 3 heures pour créer un modèle complet (maillage + modèle physique) contre 2 journées dans le cas d'une approche standard.

- Une réduction de la taille du problème à résoudre d'un facteur 10 environ puisque la complexité de la géométrie est prise en compte au niveau des équations du système à résoudre. Ceci implique donc des gains de temps de calcul et d'espace mémoire très significatifs.

- Les détails de la géométrie étant pris en compte au niveau de la cellule élémentaire et non plus au niveau du modèle global, cette méthode permet de faire varier les paramètres du modèle comme l'inclinaison des persiennes par exemple ou leur épaisseur sans avoir à refaire le modèle global.

Dans de futurs travaux, il pourrait être intéressant de généraliser la méthode proposée pour tenir compte de la présence d'écoulement, ainsi que des effets de couches limites thermique et visqueuse dans la formulation.

Remerciements

Les auteurs remercient le Conseil Régional de Picardie et la DGCIS pour leur soutien financier, ainsi que le Laboratoire Roberval de l'UTC et la société Valeo Thermique Habitacle pour la réalisation et la disponibilité des résultats expérimentaux réalisés dans le cadre du projet REVA/CESAM/SCA.

Bibliographie

- [1] Sitel. A, Ville. J-M, Foucart. F., "Multiload procedure to measure the acoustic scattering matrix of a duct discontinuity for higher order mode propagation conditions", *J. Acoust. Soc. Am.* 120 (5), 2478-2490 (2006).
- [2] H.Trabelsi, N.Zerbib, J.M Ville and F.Foucart."Passive and active acoustic properties of a diaphragm at low Mach number". *The European Journal of Computational Mechanics, Dynamics of materials*, vol 20, p49-71 2011
- [3] Bonnet-Ben Dhia A.S., and al., "Condition aux limites transparente pour la propagation acoustique dans un guide recouvert d'un matériau absorbant en présence d'écoulement uniforme". *18 congrès of mecanic.* Agust (2007).
- [4] W.J. Parnell, I.D. Abrahams, Dynamic homogenization in periodic fibre reinforced media. Quasi-static limit for SH waves, *Wave Motion* 43, 2006, 474-498.
- [5] Hamdi M.A., Mebarek L. "User's guide for RAYON-Ideas Vibro-Acoustic". October (1998).