



Propriétés acoustiques de planchers alvéolaires en béton précontraint : modèles de prédiction et optimisation de l'isolation acoustique

G. Jacques^a, T. Blinet^a, J.-B. Chéné^a et P. Jean^b

^aCentre Scientifique et Technique du Bâtiment, 84 avenue Jean Jaures, 77447 Champs Sur Marne, France

^bCSTB, 24 rue Joseph Fourier, 38400 Saint Martin D'Hères, France

gary.jacques@cstb.fr

Ce travail traite de la prédiction des performances acoustiques de planchers alvéolaires en béton précontraint. Utilisés dans le domaine du bâtiment, l'évaluation de leurs propriétés en laboratoire nécessite souvent des mises en œuvre assez lourdes. La simulation se révèle ainsi être un complément utile à la démarche expérimentale, tout en offrant la possibilité d'optimiser le système. Un modèle homogénéisé, couplé à la méthode des éléments finis et à une hypothèse SEA pour le rayonnement acoustique, permet une prédiction robuste et rapide sur l'ensemble du spectre [100Hz-5000Hz]. Après une première phase de validation du modèle, plusieurs leviers d'optimisation sont analysés afin d'améliorer le comportement acoustique de ces composants.

1 Introduction

Les dalles alvéolées précontraintes (cf. Figure 1) sont couramment utilisées pour la réalisation de planchers de bâtiments industriels, de parkings, mais aussi de constructions tertiaires (bureaux) et de bâtiments d'habitation. Elles font l'objet d'un engouement croissant, en raison notamment de leur facilité de mise en œuvre (préfabrication en usine) et de manutention (faible poids propre) mais surtout de leurs bonnes performances mécaniques. L'apport de la précontrainte (torons en acier) leur permet en effet, à épaisseur égale, d'obtenir des planchers de plus grande portée qu'avec d'autres techniques traditionnelles (coulé en place, prédalles,...). Cela se traduit par des possibilités accrues en termes de conception architecturale avec une plus grande souplesse dans la conception des pièces (réduction du nombre d'éléments verticaux porteurs).

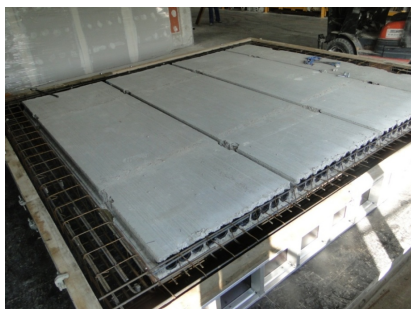


Figure 1 Exemple de plancher alvéolaire en béton précontraint (avant coulage au béton du chaînage périphérique et des espaces entre éléments)

De par leur structure inhomogène et la présence de torons qui rigidifient le matériau (béton), le comportement acoustique de ce type de plancher est complexe : les niveaux comme les pentes des isolations acoustiques mesurées en moyennes et hautes fréquences sont plus faibles que celles mesurées sur un élément homogène.

Le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) travaille depuis plusieurs années sur le développement de méthode de prédiction adaptée aux systèmes complexes rencontrés dans les industries du bâtiment ou du transport. En particulier, une approche découplée par éléments finis a été développée (code LAVANDE, cf. [1]) afin de simuler la réponse vibro-acoustique de ce type d'élément. Bien que précise et performante en basses fréquences, les temps de calcul restent rédhibitoires en moyennes et hautes fréquences (typiquement au-delà de 1kHz) et ne permettent pas toujours d'identifier clairement les phénomènes physiques en jeu.

Cette publication vise à lever un certain nombre de verrous techniques afin de disposer d'une méthode de simulation robuste et simplifiée. Dans une première partie, les différentes approches envisagées sont présentées ainsi que les moyens d'obtention des données d'entrée nécessaires

aux calculs. La forte influence des conditions aux limites est mise en évidence pour des planchers de forte épaisseur. Le modèle retenu est ensuite mis en œuvre dans différents cas pratiques (avec dalle de compression, revêtement de sol,...). La seconde partie de l'article propose quelques pistes d'amélioration des propriétés acoustiques de ces planchers : influence de la tension de précontrainte, d'une dalle de compression,... Enfin, l'influence de la géométrie des alvéoles est étudiée. Les simulations mettent en évidence l'apparition du phénomène de piégeage des vibrations dès lors que la répartition des inhomogénéités (alvéoles) dans le milieu est irrégulière.

2 Simulation des performances acoustiques

2.1 Les modèles physiques et hypothèses associées

Le calcul de la transmission acoustique au travers d'une dalle creuse repose sur une approche découplée basée sur la méthode des éléments finis pour la structure (plancher) et l'analyse modale analytique pour les volumes [2] (les salles d'émission et de réception). Cette méthode [1] permet de profiter des avantages de chaque technique : les éléments finis permettent de modéliser finement des éléments complexes tandis que le calcul modal analytique permet des calculs acoustiques avec des temps réduits. Le schéma de principe est rappelé Figure 2.

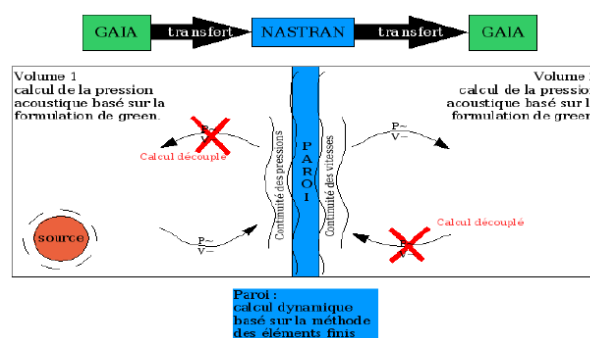


Figure 2 Schéma descriptif de l'approche LAVANDE (CSTB)

Ce modèle (noté « modèle de référence » par la suite) nécessite néanmoins des raffinements afin d'obtenir des performances sur l'ensemble du spectre [100 Hz, 5000 Hz]. Plusieurs alternatives ont donc été considérées :

- Modèle 1 : calcul assimilant le plancher creux précontraint à une plaque épaisse orthotrope homogénéisée. Une technique d'homogénéisation par éléments finis [3,4] permet d'évaluer le tenseur des rigidités élastiques effectif (9 composantes associées

aux 3 modules d'Young, 3 modules de cisaillement et 3 coefficients de Poisson dans les directions principales X, Y, Z).

Ce modèle se traduit par un gain de temps significatif car la discrétisation (via des éléments HEXA à 8 nœuds) se limite à une structure anisotrope mais homogène.

- **Modèle 2** : basé sur la méthode d'homogénéisation (modèle 1) avec une hypothèse supplémentaire sur le facteur de rayonnement du plancher équivalent.

Au-delà de 1kHz, le calcul de la puissance acoustique rayonnée en réception devient lourd du fait de la forte densité modale associée. Une approche énergétique de type SEA est donc préférable dans cette gamme de fréquences. Partant de l'expression suivante de la puissance rayonnée [5] :

$$W_{ray} = \rho_{air} c_{air} S \sigma \langle v^2 \rangle \quad (1)$$

(S étant la surface vibrante, σ son facteur de rayonnement et $\langle v^2 \rangle$ sa vitesse quadratique moyenne côté réception) Une simplification consiste à considérer un facteur de rayonnement égal à l'unité, ce qui est *a priori* pertinent car les planchers creux homogénéisés ont généralement des fréquences critiques localisées en basses fréquences [5] (entre 50Hz et 400Hz typiquement). Supposant un champ diffus dans le local émetteur, l'affaiblissement acoustique du système devient :

$$R = -10 \log(\tau)$$

$$\tau = \frac{W_{ray}}{W_{inc}} \cong \frac{4(\rho_{air} c_{air})^2 \langle v^2 \rangle}{\langle P_{em}^2 \rangle} \quad (2)$$

Dans cette expression, $\langle P_{em}^2 \rangle$ est la pression quadratique moyenne dans le local source, obtenue par formulation modale [2], tandis que la vitesse quadratique moyenne est calculée par éléments finis.

Terminons par quelques remarques et hypothèses faites dans les modèles :

- La partie périphérique du système (cf. Figure 1) est négligée dans la modélisation (seule la partie courante de 4.22x3.62m² est traitée).
- Le plancher est modélisé comme une répétition périodique d'alvéoles alors qu'en réalité il est composé de plusieurs éléments isolés. Du béton est coulé en partie courante de la maquette pour liaisonner le système.
- Contrairement au modèle hybride décrit en [3,4], la transmission acoustique est évaluée numériquement du fait de l'importance des conditions aux limites sur ce type de composant (cf. § 2.4).

2.2 Obtention des données d'entrée

Les modèles décrits ci-dessus nécessitent de connaître deux grandeurs en entrée : la dissipation dans le système ainsi que les modules d'élasticité du matériau constitués par le béton précontraint.

Le premier paramètre, couramment appelé facteur de pertes structural dans le bâtiment, est obtenu expérimentalement

via la mesure du temps de réverbération structural moyennée sur plusieurs accéléromètres [5].

La détermination expérimentale du second jeu de paramètres est plus délicate du fait de la présence de torons métalliques dans le matériau (cf. Figure 3). Une estimation, basée par exemple sur des méthodes dynamiques résonantes « basses fréquences » [6-7] ou ultrasonores [3] n'est pas évidente ici. Mentionnons également l'existence de règles d'ingénierie [8] reliant le module d'Young effectif du matériau à sa résistance statique à la compression (notée R_{c28} , en Pa) via une loi de puissance du type $E_{eq} = 11.10^6 \times (R_{c28})^{1/3}$. Bien que simple à utiliser, ce type d'approche empirique n'est pas robuste.



Figure 3 Gros plan sur le matériau à caractériser

L'approche retenue consiste à mesurer la mobilité d'entrée (rapport de la vitesse normale sur la force injectée en un point) en différents points de la dalle. A partir d'un recalage entre la mesure et une simulation numérique de l'essai, il est possible d'estimer un module d'Young effectif « quasi-statique » du béton précontraint. Cette méthode inverse nécessite par contre une description précise des conditions aux limites à imposer aux nœuds périphériques du maillage.

2.3 Validation des hypothèses

On considère tout d'abord un plancher de 240mm d'épaisseur sur lequel un essai numérique de mobilités d'entrée est réalisé. Les conditions aux limites appliquées sont un encastrement en périphérie de la partie courante.

La comparaison calcul/mesure (cf.

Figure 4) conduit à une bonne estimation des premiers pics avec un module d'Young effectif $E_{eq} = 33 \text{ GPa}$ ¹. Ce recalage se fait uniquement au niveau des premiers modes vibratoires car leur excitation dépend peu de la position précise du marteau d'impact.

Ces données, associées à une description du profil alvéolaire, permettent de calculer les propriétés effectives du plancher orthotrope équivalent :

$$\langle C_{\alpha\beta} \rangle = \begin{pmatrix} 12.7 & 7.1 & 4.6 & 0 & 0 & 0 \\ 7.1 & 23 & 5.4 & 0 & 0 & 0 \\ 4.6 & 5.4 & 15.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.4 \end{pmatrix}_{GPa} \quad (3)$$

$$\langle \rho \rangle = 1330 \text{ kg.m}^{-3}$$

¹ Cette valeur est bien inférieure à celle estimée par $E_{eq} = 11.10^6 \times (R_{c28})^{1/3} = 40 \text{ GPa}$ sachant que $R_{c28} \approx 53 \text{ MPa}$

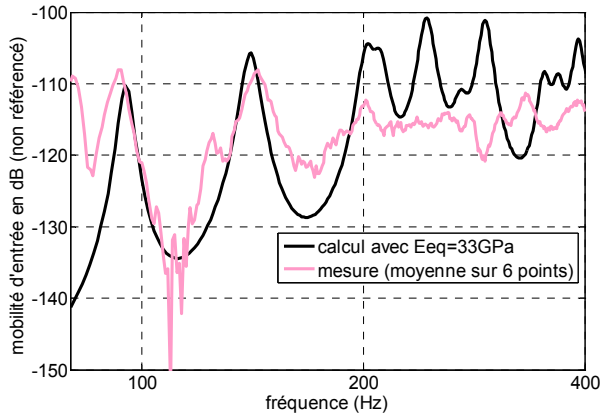


Figure 4 Détermination du module d'élasticité équivalent par méthode inverse (plancher de 240mm)

Les pertes par transmission mesurées et simulées via les différents modèles sont représentées

Figure 5.

En basses fréquences, les accidents observés sont associés aux phénomènes usuels de plaques minces orthotropes finies (fréquences critiques et résonances des premiers modes propres). En hautes fréquences, les faibles pentes obtenues sont attribuables au comportement de plaque épaisse de la dalle [3] (résonances des modes de Lamb d'ordre supérieur). Notez que les écarts en hautes fréquences sont dus à un défaut d'étanchéité du fait de la présence de trous de drainage en sous face du plancher. En particulier, ces écarts sont atténués lorsque ces trous sont bouchés ou que le système est testé avec une table de compression en surface du plancher.

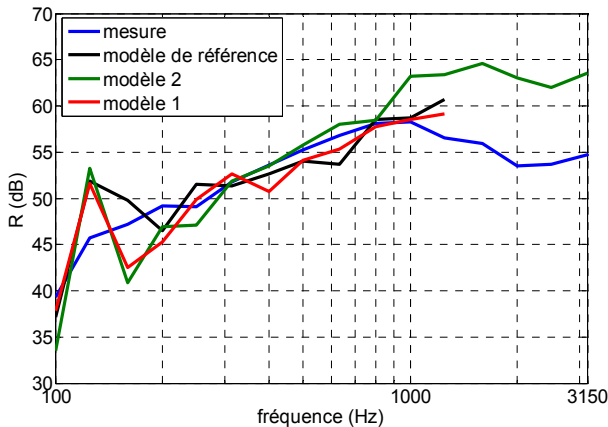


Figure 5 Affaiblissement acoustique mesuré et calculé sur plancher précontraint de 240mm d'épaisseur

La 2^{nde} dalle étudiée est une structure de 180mm d'épaisseur testée avec une couche additionnelle de béton de 50mm (table de compression). La Figure 6 montre que la méthode d'inversion basée sur le recalage des mobilités d'entrée est cohérente puisqu'elle conduit au même module d'élasticité effectif (33GPa). L'homogénéisation mécanique conduit aux propriétés effectives rappelées dans l'Eq. (4) tandis que la Figure 7 présente les courbes d'affaiblissement acoustique mesurée et simulée via le modèle 2 (cf. § 2.1). La corrélation avec l'essai est globalement bonne, tant du point de vue fréquentiel que des indices uniques : $R_A=R_W+C=61\text{dB}$ en essai à comparer à $R_A=60\text{dB}$ par calcul.

L'approche hybride proposée permet en définitive une bonne estimation du comportement acoustique sur l'ensemble du spectre avec des temps de calcul réduits.

$$\langle C_{\alpha\beta} \rangle = \begin{pmatrix} 13.7 & 7.1 & 5.7 & 0 & 0 & 0 \\ 7.1 & 24.7 & 6.6 & 0 & 0 & 0 \\ 5.7 & 6.6 & 19.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.1 \end{pmatrix}_{GPa} \quad (4)$$

$$\langle \rho \rangle = 1555 \text{kg.m}^{-3}$$

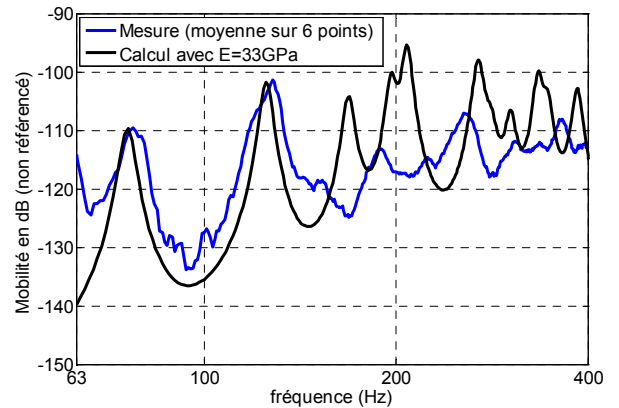


Figure 6 Détermination du module équivalent d'une dalle de 180mm d'épaisseur (seule)

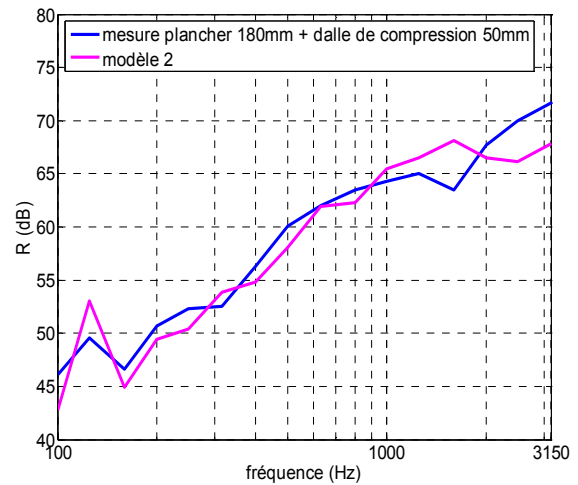


Figure 7 Comparaison calcul/mesure sur un plancher de 180mm testé avec dalle de compression

2.4 Influence des conditions aux limites

L'étude de plancher de forte épaisseur s'est révélée plus délicate du fait de l'influence des conditions de montage du système. Pour le mettre en évidence, considérons une dalle de 320mm d'épaisseur sur laquelle des mobilités d'entrée ont été réalisées.

Comme le montre la Figure 8, l'hypothèse d'un encastrement des nœuds périphériques (ie situés en $(x=4.22, y=3.62, z)$) ne semble pas adaptée, notamment en dessous de 100Hz où des modes apparaissent en essai mais pas par calcul.

Expérimentalement, les caissons d'émission et de réception compriment (via des joints, cf. Figure 9) les faces inférieures et supérieures de la dalle en périphérie de la partie courante et du système complet (comprenant le chaînage, cf. Figure 1). Etant donné que seule la première zone est discrétisée (cf. § 2.1), il nous a semblé plus pertinent d'imposer un appui simple (annulation du déplacement normal) des nœuds situés en $(x=4.22, y=3.62, z=0)$ et $(x=4.22, y=3.62, z=0.32)$ uniquement. La corrélation avec les mobilités d'entrée expérimentales s'en trouve nettement améliorée (cf. Figure 8) même si des écarts subsistent. Pour y remédier, une analyse plus approfondie mériterait d'être menée, en prenant notamment en compte la partie périphérique du plancher. Les propriétés équivalentes calculées pour cette dalle sont :

$$\langle C_{\alpha\beta} \rangle = \begin{pmatrix} 11.2 & 9.1 & 9.6 & 0 & 0 & 0 \\ 9.1 & 21.2 & 6.4 & 0 & 0 & 0 \\ 9.6 & 6.4 & 18.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.5 \end{pmatrix}_{GPa} \quad (5)$$

$$\langle \rho \rangle = 1237 kg.m^{-3}$$

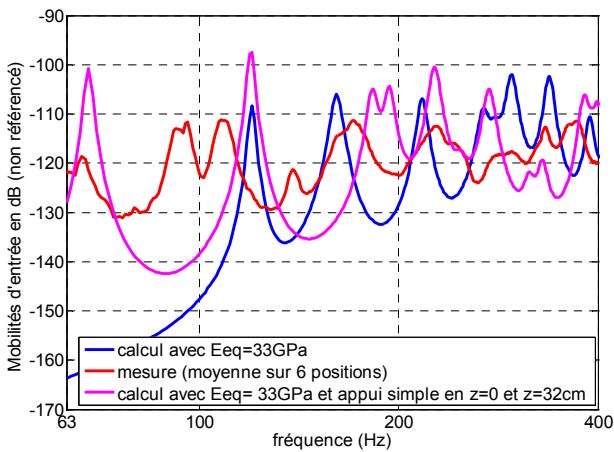


Figure 8 Mobilités d'entrée mesurées et calculées sur un plancher précontraint de 320mm d'épaisseur

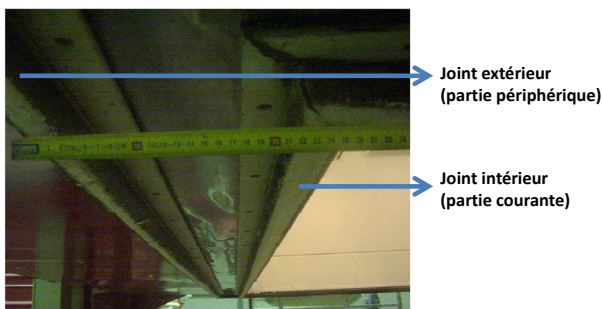


Figure 9 Photo des joints de la salle d'émission

Les pertes par transmission mesurées et prédites via le modèle hybride sont comparées ci-dessous. La corrélation avec l'essai est satisfaisante à condition de tenir compte dans le modèle de conditions aux limites « réalistes ». Notez que les forts écarts observés limitent, pour ce type de composant, l'intérêt d'une approche purement analytique

type FTMM (matrices de transfert couplées à une technique de filtrage spatial, cf. [9,10]) dès lors qu'une prédiction fine en basses fréquences est nécessaire.

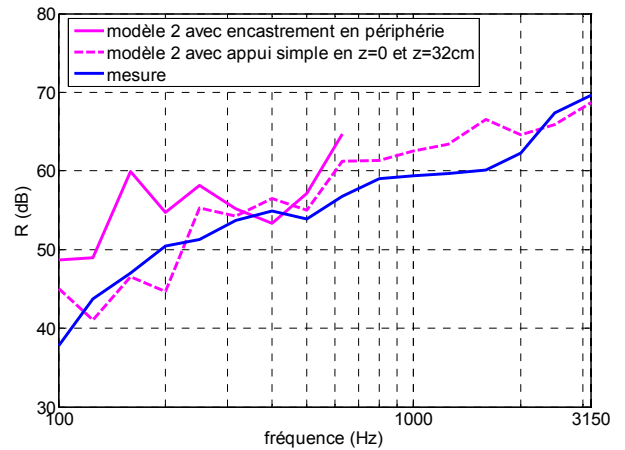


Figure 10 Comparaison calcul/mesure sur un plancher de 320mm d'épaisseur : influence des conditions aux limites

3 Exemples d'application

3.1 Influence de la tension de précontrainte

Un premier levier d'optimisation consiste à modifier la tension des torons afin de plus ou moins rigidifier le matériau. L'exemple considéré ici est celui d'un plancher alvéolaire de 180mm caractérisé par deux valeurs de résistance à la compression : $R_{c28}=53MPa$ ou $45MPa$. Dans le second cas, la même méthodologie que celle décrite plus haut est appliquée avec un module d'Young équivalent du béton de l'ordre de 28GPa. Les résultats obtenus sont synthétisés Figure 11.

Bien que le gain prédit par calcul soit modéré (+2dB sur l'indice unique R_A), ce paramètre peut être modulé en vue de conférer au plancher une tenue mécanique et une isolation acoustique suffisantes.

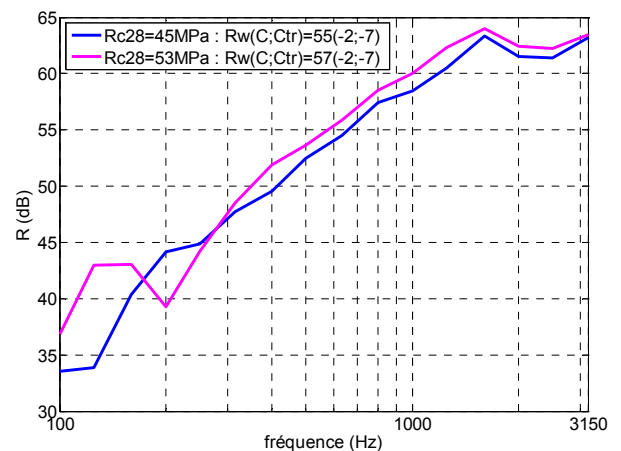


Figure 11 Influence de la tension de précontrainte ; cas d'un plancher de 180mm d'épaisseur

3.2 Influence d'une dalle de compression

Les dalles alvéolaires sont fréquemment recouvertes d'une couche « homogène » de béton afin d'augmenter la capacité portante du plancher et assurer une meilleure répartition des charges concentrées. Pour des raisons mécaniques, son épaisseur maximale est limitée à la demi-épaisseur du profil. Cette couche additionnelle est un moyen « simple » d'améliorer les performances acoustiques ; on l'illustre sur un plancher de 180mm d'épaisseur. Les calculs réalisés sont effectués en assimilant la dalle de compression à une couche isotrope homogène avec : $E=23\text{GPa}$, $\rho=2500\text{kg/m}^3$ et $\nu=0.31$.

Il apparaît Figure 12 que le gain apporté n'est pas proportionnel à l'épaisseur de la dalle de compression, à cause notamment du comportement modal en basses fréquences.

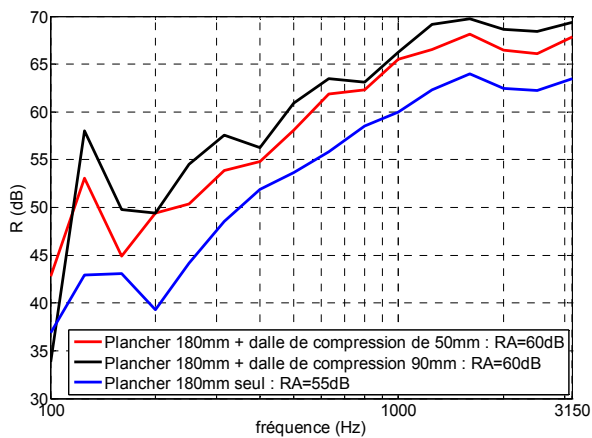


Figure 12 Affaiblissements acoustiques simulés pour différentes épaisseurs de dalle de compression sur un plancher de 180mm d'épaisseur

3.3 Influence d'un revêtement de sol

Une sous-couche (type polystyrène expansé/extrudé, mousse polyuréthane,...) peut être assemblée sur le plancher pour lui conférer des propriétés d'isolation thermique.

Associé à une chape mortier en surface, le système résultant (cf. Figure 13) peut généralement être vu en basses fréquences comme un équivalent de type « masse/ressort/masse » : la couche équivalente inférieure (plancher + dalle de compression) joue le rôle de première masse, la couche supérieure de finition (chape mortier) celui de seconde masse, tandis que la couche isolante (souple) joue le rôle de ressort. Les paramètres physiques relatifs aux différentes couches du système sont donnés Tableau 1 tandis que les affaiblissements acoustiques simulés sont reportés Figure 14.

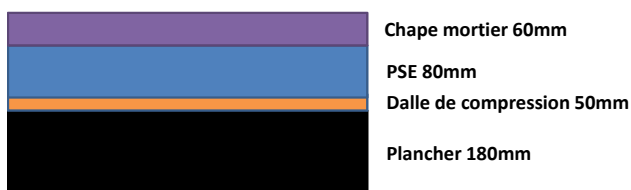


Figure 13 Exemple de plancher alvéolaire précontraint testé avec revêtement de sol

Tableau 1 : Caractéristiques des différentes couches

Type de couche	E (MPa)	ρ (kg/m ³)	ν
Table de compression	23000	2500	0.31
Chape mortier	20000	2100	0.15
Isolant type PSE « rigide »	11	25	0.2
Isolant type PSE « souple »	1	16	0.2

L'importance du module d'élasticité de l'isolant apparaît clairement ; sa valeur détermine la position de la fréquence de résonance du système [11] ainsi que les résonances d'épaisseur dans l'isolant (définies pour une épaisseur $h=n\lambda/2$, $n=1,2,\dots$).

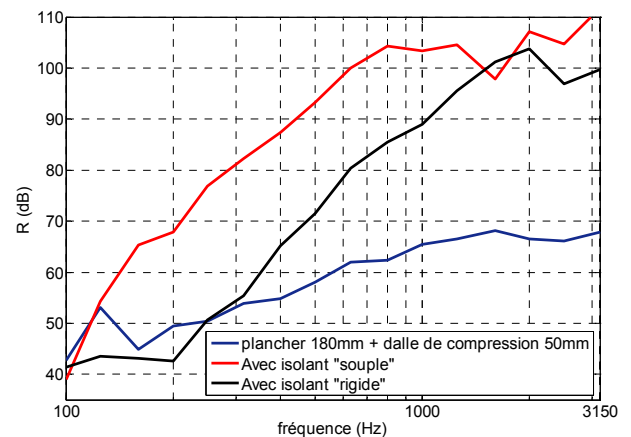


Figure 14 Effet d'un revêtement sur la performance acoustique d'un plancher béton précontraint

3.4 Influence de la géométrie des alvéoles

Les inhomogénéités (alvéoles) présentes dans la structure des planchers précontraints constituent une autre piste d'optimisation. Lorsque leur répartition spatiale est périodique, les vibrations du système donnent lieu à une alternance de bandes passantes et interdites. L'introduction d'un désordre dans cette répartition peut conduire à l'existence de modes piégés dans le système, lui conférant des propriétés de filtres et d'amortissant particulières. Cela a été mis en évidence sur diverses structures, monodimensionnelles (corde [12], guide d'onde [13],...) comme bidimensionnelles (cavité acoustique [14], membrane [12], plaque [15],...). Récemment, l'apport d'irrégularités s'est révélé intéressant dans le contexte de l'isolation acoustique de parois [16].

Afin d'illustrer le principe considérons un schéma d'alvéoles basé sur des fractales de masse déterministes (cf. [12]) : le motif du tapis de Sierpinski et son homologue à une dimension ; l'ensemble de Cantor. L'intérêt du « langage » fractal est d'approcher le comportement de milieux plus ou moins désordonnés au moyen de lois mathématiques simples (cf. [14] pour plus de détails).

Trois planchers de même épaisseur sont donc modélisés Figure 15. Pour des raisons de temps de calcul, la discrétisation se limite à 2D, sans hypothèse d'homogénéisation afin de décrire finement le couplage vibro-acoustique dans ces deux réseaux d'inhomogénéités². Les pertes par transmission simulées sont données Figure 16. La simulation met en évidence des niveaux d'isolation globalement beaucoup plus importants via une structure interne auto-similaire. Une analyse plus approfondie, faisant intervenir densité d'état, ratio de participation et pertes par transmission [12] fera l'objet d'une communication ultérieure.

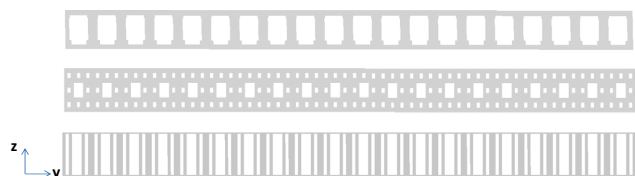


Figure 15 Planchers alvéolaires en béton précontraint de dimensions YZ 4.22x0.32m² avec deux types de répartitions d'alvéoles : périodique (en haut) ou pré-fractale d'ordre 2 (au centre et en bas)

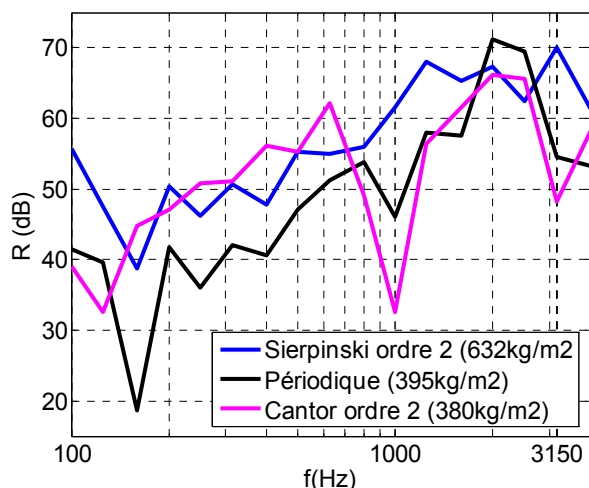


Figure 16 Affaiblissements acoustiques simulés (modèle de référence 2D) : influence de la répartition des alvéoles

5 Conclusion

Un modèle prédictif hybride adapté aux planchers alvéolaires en béton précontraint a été proposé. Ce dernier permet, à partir des paramètres mécaniques du béton précontraint et du profil de la dalle, de simuler le comportement acoustique sur l'ensemble du spectre avec des temps de calcul réduits. Différentes pistes d'amélioration ont ainsi pu être dégagées (tension de précontrainte, dalle de compression, revêtement de sol,...). L'influence de la géométrie des cavités a finalement été investiguée numériquement, ce qui ouvre la voie au design de filtre acoustique. Dans cette optique, des approches mathématiques telles que celles décrites par Filoche & Mayboroda dans [17] mériteraient d'être reprises afin d'optimiser la géométrie du milieu.

² Le couplage fluide/structure au niveau de l'air captif des alvéoles a été négligé ici.

Références

- [1] P. Jean, G. Joubert and H. Siwiak, *A decoupled vibro-acoustic development of FEM: application to laboratory modelling*, Journal of Building Acoustics vol 13 (2), (2006).
- [2] P. Jean, J.-F. Rondeau, *A simple decoupled modal calculation of sound transmission between volumes*, Acta Acustica united with Acustica vol 88, 924-933, (2002).
- [3] G. Jacques, S. Berger, V. Gibiat, P. Jean, M. Villot, S. Ciukaj, *A homogenized vibratory model for predicting the acoustic properties of hollow brick walls*, Journal of Sound and Vibration 330(14), 3400-3409 (2011).
- [4] G. Jacques, P. Jean, S. Berger, V. Gibiat, M. Villot, S. Ciukaj, *Experimental and numerical identification of Lamb waves in hollow brick walls*, Acta Acustica united with Acustica 98(6), 928-935 (2012).
- [5] C. Lesueur, *Rayonnement acoustique des structures*, Eyrolles, 1988.
- [6] NF EN 14146:2004-08, *Détermination du module d'élasticité dynamique (par la mesure de fréquence de résonance fondamentale)*.
- [7] Norme ISO 16940:2008, *Verre dans la construction -- Vitrages et isolation aux bruits aériens -- Mesurage de l'impédance mécanique du verre feuilleté*.
- [8] CPT, 1^{ère} partie – *Planchers confectionnés à partir de dalles alvéolées en béton précontraint*, CSTB (1996).
- [9] M.L. Munjal, *Response of a multi-layered infinite plate to an oblique plane wave by means of transfer matrices*, Journal of Sound and Vibration 162, 333-343, (1993).
- [10] M. Villot, C. Guigou, L. Gagliardini, *Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures*, Journal of Sound and Vibration 245, 433-455, (2001).
- [11] J. A. Moore et R. H. Lyon, *Sound transmission loss characteristics of sandwich panel constructions*, JASA. 89(2), 777-791, (1991).
- [12] E. Bertaud du Chazaud, *Contribution à l'étude de systèmes mécaniques à structure auto-similaire*, thèse de doctorat de l'université Paris VII, (2003).
- [13] V. Gibiat, A. Barjau, K. Castor, E. Bertaud, *Acoustical propagation in a prefractal waveguide*, Physical Review E 67 :066609, (2003).
- [14] B. Hébert, B. Sapoval, S. Russ, *Experimental study of a fractal acoustical cavity*, JASA 105(3), (1999).
- [15] M. Filoche, S. Mayboroda, *Strong localization induced by one clamped point in thin plate vibration*, PRL 103 254301, (2009).
- [16] G. Jacques, V. Gibiat, P. Jean, M. Villot, *Elément de construction à faible transmission sonore*, brevet n° 2973406-A1, (2012).
- [17] M. Filoche et S. Mayboroda, *Universal mechanism for Anderson and weak localization*, PNAS 109(37), 14761-14766, (2012).