

Propagation d'ondes en milieux granulaires humides

K. Chrzaszcz^a, F. Santibanez^b, S. Job^a et F. Melo^c

^aSupméca, 3 rue Fernand Hainaut, 93407 Saint-Ouen, France

^bPontificia Universidad Catolica de Valparaiso, Instituto de Fisica, Facultad de Ciencias, Avenida Universidad 330, Curauma, Valparaiso, Chili

^cUniversidad de Santiago de Chile, Departamento de Fisica, Avenida Ecuador 3493, 9160000, Santiago De Chile, Chili

kamil.chrzaszcz@supmeca.fr

Un milieu granulaire de laboratoire, par exemple constitué d'un alignement de sphères élastiques, possède un comportement ondulatoire non linéaire en raison du potentiel d'interaction de Hertz entre particules. Ce comportement est relativement bien compris et maîtrisé et il permet de prévoir assez fidèlement la vitesse de propagation des ondes dans un milieu granulaire, qu'il soit unidimensionnel ou non. En revanche, lorsqu'on ajoute une petite quantité de fluide visqueux à chacun des contacts, le système présente alors des caractéristiques intéressantes, dont certaines sont non intuitives. Dans cet article, nous rapportons l'étude expérimentale et analytique concernant la propagation d'ondes acoustiques dans une chaîne de sphères en polyacétal, d'abord sans fluide pour valider notre dispositif expérimental et obtenir une mesure de référence, puis en présence de fluide interstitiel. La présence de fluide interstitiel atténue bien évidemment les ondes, mais induit également une augmentation notable de la vitesse de propagation. Nos résultats tendent à montrer que le potentiel d'interaction de Hertz doit alors être remis en question pour décrire la dynamique d'un milieu granulaire mouillé.

1 Introduction

Lorsqu'un milieu granulaire est comprimé par une charge statique, par exemple sous l'effet de son propre poids, il présente une très forte hétérogénéité de la distribution des contraintes internes. Une visualisation de ces contraintes par photoélasticité [1] révèle en effet la présence de chaînes de force unidimensionnelles, qui transportent la plupart de la charge statique et dynamique. Une chaîne de particules unidimensionnelle est donc, dans une certaine mesure, l'outil idéal pour sonder la physique des ondes qui se propagent dans les milieux granulaires réels [2, 3]. De manière générale, les milieux granulaires présentent de nombreux intérêts, y compris en terme d'applications pratiques, principalement du fait de la non-linéarité du potentiel d'interaction entre les particules [4] : systèmes d'absorption de choc et d'énergie [5, 6, 7], localisation d'ondes et piégeage d'énergie [8, 9, 10], diodes acoustiques [11] ou encore lentilles acoustiques [12]. Comprendre comment l'énergie se propage dans un milieu granulaire est également crucial en géophysique [13] ou pour comprendre certaines anomalies des lois de comportement macroscopique qui les régissent [14]. Un des challenges aujourd'hui consisterait à comprendre comment se propagent le son dans les milieux granulaires mouillés [15, 16] : c'est cet objectif que nous poursuivons.

Dans ce document, nous nous intéressons à l'étude expérimentale et analytique de la propagation de phonons dans un alignement de sphères en polyacétal, et comment l'ajout de fluide visqueux influence la dynamique du système. L'influence d'un fluide interstitiel sur la propagation d'ondes a déjà fait l'objet de quelques études expérimentales [15, 16]. L'article est organisé comme suit. Dans un premier temps, nous présentons des mesures par ultrasons des caractéristiques intrinsèques d'un échantillon de polyacétal. Ensuite, nous rapportons des expériences et une modélisation analytique que nous avons menées sur un alignement de grains secs, sans fluide. Ces résultats valident notre dispositif expérimental et servent de référence pour la suite de l'étude. Nous montrons notamment que la vitesse de propagation des ondes dépend de la précontrainte statique, en bon accord avec le potentiel de Hertz. Enfin, dans la dernière partie, nous examinons comment l'ajout d'une petite quantité de fluide visqueux entre chacun des grains modifie l'atténuation et la vitesse de propagation des ondes qui s'y propagent. Nous montrons notamment que le fluide induit une augmentation très importante de la vitesse de propagation et qu'elle ne dépend plus de la précontrainte statique.

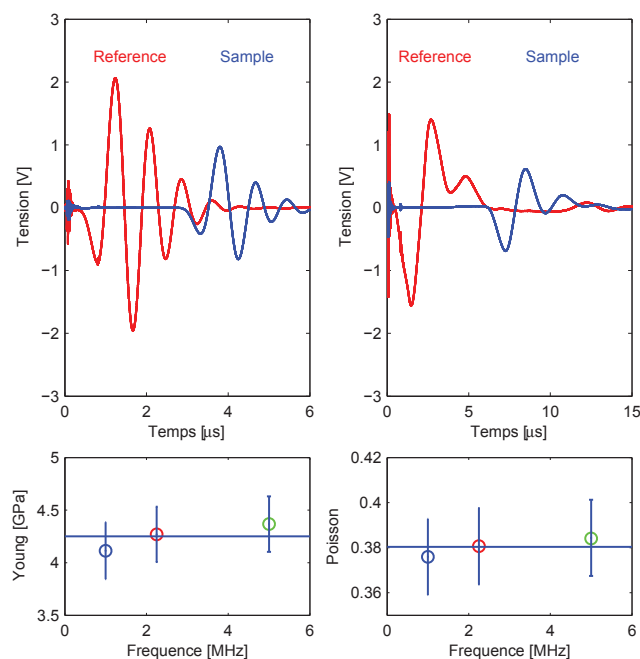


FIGURE 1 – Propriétés élastiques du polyacétal. En haut à gauche : exemple d'ondes longitudinales centrées sur 1 MHz. En haut à droite : exemple d'ondes transversales centrées sur 0.5 MHz. En bas à gauche : estimation du module d'Young E . En bas à droite : estimation du coefficient de Poisson ν .

2 Mesure des propriétés élastiques du polyacétal par ondes ultrasonores

Nous cherchons ici à déterminer les propriétés élastiques (module d'Young E et coefficient de Poisson ν) du polyacétal, qui constitue les particules utilisées dans la suite du document. Nous déterminons ces propriétés à partir de la mesure ultrasonore des vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales transmises au travers d'un échantillon plan provenant d'une bille que nous avons découpée. Dans cette partie, nous utilisons des transducteurs longitudinaux centrés sur 1 MHz (*Panametrics A103S-RB*), sur 2.25 MHz (*Panametrics V306-SU*) et sur 5 MHz (*Panametrics A109S-RB*) et un transducteur transversal centré sur 0.5 MHz (*Panametrics V151-RM*). La mesure consiste à déterminer la vitesse de groupe à partir du délai de groupe (temps de vol du maximum du paquet d'onde gaussien, obtenu par filtrage gaussien du signal acquis ; voir plus loin pour détails). Le temps de groupe est obtenu par différence entre une acquisition de référence, lorsque les

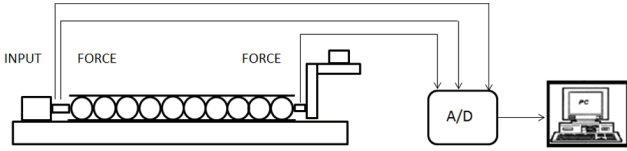


FIGURE 2 – Schéma du banc de mesure : alignement de sphères disposées entre un actionneur piézoélectrique (à gauche) et un levier (à droite). Les deux extrémités sont munies de capteurs de force dynamique.

transducteurs sont directement en contact, et une acquisition au travers de l'échantillon. Nous avons ainsi obtenu la vitesse longitudinale c_L et la vitesse transversale c_T à plusieurs fréquences, pour plus de précision. Les propriétés élastiques intrinsèques du matériau peuvent alors être déterminées à partir des équations suivantes :

$$E = \rho c_T^2 (3c_L^2 - 4c_T^2) / (c_L^2 - c_T^2) , \quad (1)$$

$$\nu = (c_L^2 - 2c_T^2) / [2(c_L^2 - c_T^2)] , \quad (2)$$

en supposant que l'échantillon de polyacétal est isotrope. Nos résultats sont illustrés dans la figure Fig. (1), et nous obtenons que le polyacétal a, pour une masse volumique mesurée de $\rho = 1384 \text{ kg/m}^3$, un module d'Young $E = 4.25 \pm 0.25 \text{ GPa}$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0.38 \pm 0.02$.

3 Dispositif expérimental et modèle de propagation d'ondes dans un milieu granulaire sec

Le dispositif expérimental représenté sur la figure Fig. (2) se compose de 31 sphères identiques alignées par quatre tiges en plexiglas (diamètre 10 mm). Toutes les sphères sont en polyacétal (module d'Young $E = 4.25 \text{ GPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.38$, rayon $R = 12.5 \text{ mm}$, masse volumique $\rho = 1384 \text{ kg/m}^3$, masse $m \approx 11 \text{ g}$). La chaîne de billes est initialement comprimée par un levier disposé à une extrémité et sur lequel est placée une masse. Le levier génère une force statique F_0 qui déforme élastiquement les billes. La distance d'approche entre deux billes voisines, numérotées n et $n + 1$, correspond à la déformation δ_n de leur point de contact. Une perturbation dynamique est alors émise par un actionneur piézoélectrique monté à l'autre extrémité de l'alignement, sur une pièce rigide et massive. Deux capteurs de force dynamique sont disposés à chaque extrémité de la chaîne, en contact avec la première et la dernière bille respectivement : l'un (une simple céramique piézoélectrique nue de sensibilité 25.5 mV/N) est fixé à l'extrémité de l'actionneur piézoélectrique et l'autre (*Brüel & Kjaer* 8230-001 de sensibilité 22.48 mV/N) au niveau du point d'application du levier.

En admettant que les particules interagissent selon le potentiel de Hertz [17], nous obtenons la relation entre la force appliquée F_0 et la distance d'approche δ_0 entre deux particules (toutes les billes étant identiques, elles se déforment toutes de la même manière, $\delta_n \equiv \delta_0$) :

$$F_0 = \kappa \delta_0^{3/2} , \quad (3)$$

où le coefficient de proportionnalité $\kappa = E \sqrt{2R} / [3(1 - \nu^2)]$

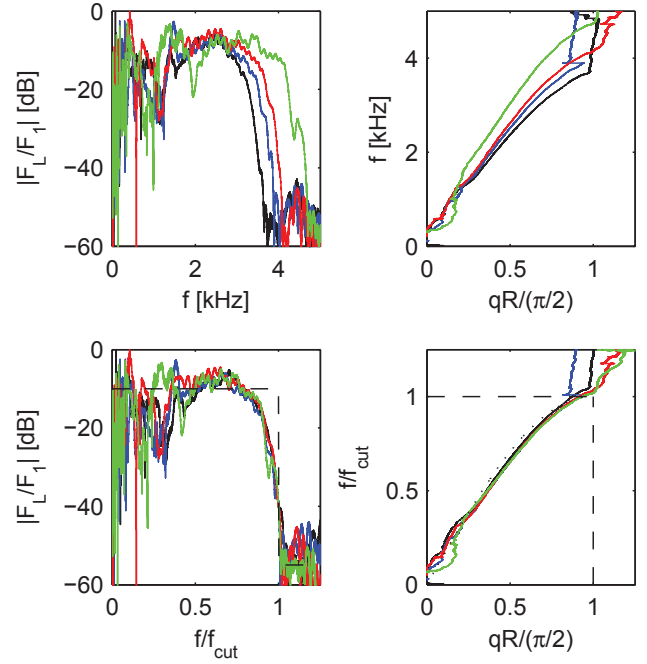


FIGURE 3 – En haut à gauche : module de la fonction de transfert entre la force mesurée au niveau de la première particule, F_1 , et de la dernière particule, F_L , obtenues en sollicitant l'actionneur avec un sinus glissants, pour une force statique F_0 de 8 N (noire), 12 N (bleu), 22 N (rouge) et 42 N (vert). En haut à droite : relation de dispersion obtenue à partir de la phase de la fonction de transfert $\phi = -qL$ où L est la longueur totale de la chaîne de particules. Les deux figures du bas correspondent aux courbes normalisées par rapport à la fréquence du coupure définie par l'Eq. (7) et mesurée expérimentalement à -40 dB . Les courbes en pointillés larges sont des guides de lecture. La courbe en pointillés fins, en bas à droite, représente l'Eq. (6).

dépend du rayon R des sphères et des propriétés élastiques, E et ν , du matériau qui les constituent.

Une perturbation dynamique se propage dans la chaîne en s'accompagnant du déplacement des particules autour de leurs positions d'équilibre, u_n . En appliquant le principe fondamental de la dynamique à chaque sphère n interagissant selon le potentiel de Hertz, on obtient [4] l'équation suivante :

$$m\ddot{u}_n = \kappa (\delta_0 + u_{n-1} - u_n)^{3/2} - \kappa (\delta_0 + u_n - u_{n+1})^{3/2} . \quad (4)$$

Ici, nous travaillons dans le régime linéaire, dans lequel la distance d'approche statique est plus grande que la perturbation dynamique, $(u_{n-1} - u_n) \ll \delta_0$. Sous cette hypothèse, il est alors possible d'effectuer un développement de Taylor à l'ordre deux de l'équation Eq. (4) :

$$m\ddot{u}_n \approx (3/2)\kappa\delta_0^{1/2}(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) . \quad (5)$$

L'équation Eq. (5) admet alors comme solution une onde harmonique $u_n(t) = u(x = 2nR, t) = \exp j(\omega t - qx)$ si la relation de dispersion suivante est vérifiée :

$$\omega = \omega_c \sin(qR) , \quad (6)$$

où $q = 2\pi/\lambda = \omega/c_\phi$ est le nombre d'onde (λ est la longueur d'onde et c_ϕ est la vitesse de phase), où

$$\omega_c = 2\sqrt{k/M} , \quad (7)$$

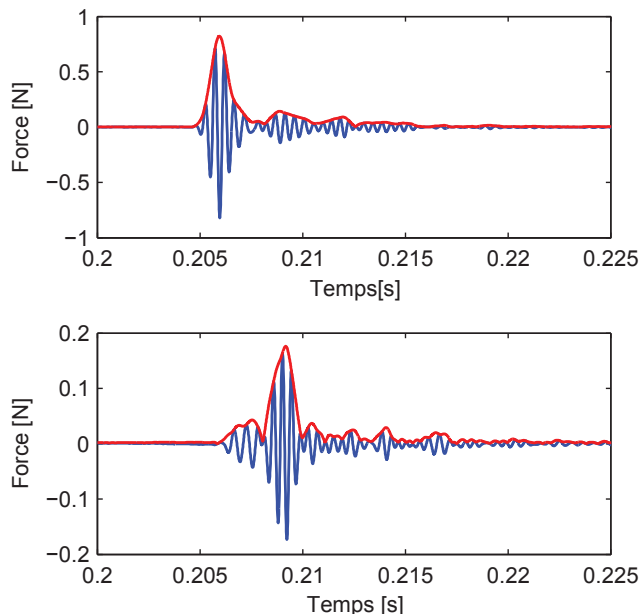


FIGURE 4 – En haut : exemple d’impulsion gaussienne mesurée au voisinage de l’actionneur. La courbe rouge correspond à l’enveloppe du signal extraite par une transformée de Hilbert. En bas : signal mesuré par le capteur de force dynamique disposé à l’autre extrémité, au niveau du levier. La précontrainte statique vaut ici 42 N.

est la fréquence de coupure de la chaîne de particules, au delà de laquelle les ondes sont purement évanescentes puisque le nombre d’onde devient imaginaire pur, et où

$$k = (3/2)\kappa\delta_0^{1/2} \quad , \quad (8)$$

représente la raideur du contact entre deux particules, linéarisée autour de l’état d’équilibre statique.

La vitesse de groupe des ondes est alors obtenue en dérivant la pulsation par rapport au nombre d’onde, soit d’après l’équation Eq. (6) :

$$c_g(\omega) = \partial\omega/\partial q = R\sqrt{\omega_c^2 - \omega^2} \quad . \quad (9)$$

4 Validation du dispositif expérimental dans un milieu granulaire sec

Dans cette section, nous présentons les résultats de mesures de propagation d’ondes réalisées dans un alignement de sphères en polyacétal, en l’absence de fluide, en fonction de la charge statique appliquée (8, 12, 22 et 42 N). Dans toutes ces expériences, l’amplitude de la perturbation n’excède pas 1 N, afin de rester dans le régime linéaire compatible avec les hypothèses du modèle présenté dans la section précédente, et le précontrainte statique reste bien en dessous du seuil de plasticité typique du polyacétal.

Nous mesurons tout d’abord la fonction de transfert, $H(\omega)$, entre les forces d’entrée F_1 et de sortie F_L en sollicitant l’actionneur piézoélectrique avec un sinus glissant entre 100 Hz et 10 kHz. Les résultats de cette mesure sont présentés dans la figure Fig. (3). Le module de la fonction de transfert, $|H(\omega)|$, montre clairement l’existence d’une fréquence de coupure qui dépend de la précontrainte statique. Au delà de la fréquence de coupure, le signal est

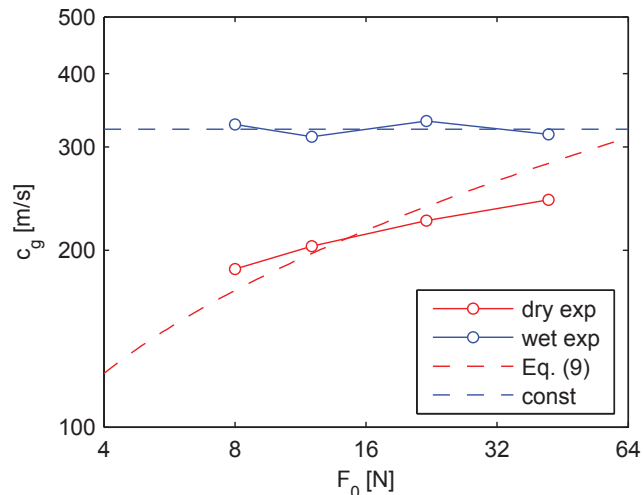


FIGURE 5 – Vitesse de groupe mesurée dans un milieu granulaire sec (points rouges) ou mouillé (points bleus). La courbe en pointillés rouge correspond à l’Eq. (9). La courbe en pointillés bleu est un guide de lecture.

très fortement atténué, de près de 50 dB. La phase $\phi_H(\omega)$ de la fonction de transfert permet d’accéder à la mesure du nombre d’onde, $q = -\phi_H(\omega)/L$ où L est la longueur de l’alignement, et donc à la détermination expérimentale de la relation de dispersion. Il est important de remarquer que toutes nos mesures s’alignent sur une courbe maîtresse lorsqu’elles sont tracées en fonction de la fréquence normalisée à la fréquence de coupure mesurée à -40 dB. De même, l’accord obtenu entre la relation de dispersion expérimentale et le modèle donné par l’équation Eq. (6) est jugé satisfaisant. Notre dispositif expérimental permet donc de mesurer fidèlement la vitesse de propagation des ondes, sans biais notable.

Nous déterminons ensuite plus précisément la vitesse de groupe en émettant une impulsion gaussienne (une onde harmonique modulée par une enveloppe gaussienne ; la largeur de l’enveloppe détermine la largeur de bande couverte par une telle impulsion. Ici, nous émettons une impulsion gaussienne centrée sur 2 kHz (approximativement au centre de la bande passante) dont la largeur de bande vaut 50 % de la fréquence centrale à -3 dB (ce qui correspond à une impulsion relativement courte qui couvre presque toute la gamme de fréquence jusqu’à la fréquence de coupure). Nous montrons un exemple de mesure en figure Fig. (4). La vitesse de groupe est obtenue comme suit. Les mesures sont tout d’abord tronquées des réflexions multiples pour ne garder que la partie du signal qui correspond à l’impulsion directe. Le signal ainsi obtenu est ensuite convolué par un filtre dont le gabarit fréquentiel est gaussien et dont la largeur de bande vaut 5 % de la fréquence centrale, pour ne retenir qu’une petite partie du contenu fréquentiel. Ce filtrage conduit à une impulsion gaussienne de durée artificiellement plus longue que le signal d’origine. Enfin, l’enveloppe du signal est extraite au moyen d’une transformée de Hilbert. Finalement, la mesure du temps de vol du maximum du paquet d’onde gaussien (le maximum de l’enveloppe) donne une mesure du délai de groupe, et donc de la vitesse de groupe, dans une gamme de fréquence limitée autour de la fréquence centrale. La mesure de la vitesse de groupe dans un alignement de particules sec (sans fluide), en fonction

de la précontrainte statique, est présenté en figure Fig. (5). Ces mesures sont comparées avec l'estimation de l'équation Eq. (9). L'accord entre les mesures et le modèle, bien que perfectible, reste satisfaisant tant quantitativement que qualitativement. Nous observons notamment que la vitesses de groupe croît notablement avec la précontrainte statique, en accord avec l'hypothèse d'un potentiel d'interaction Hertzien.

5 Effet d'un fluide interstitiel sur la dynamique des milieux granulaires

Nous disposons maintenant une très faible quantité (de l'ordre de 1 mm^3) de fluide visqueux à chacun des contacts. Le fluide utilisé ici est du *Bluestar Rhodorsil 47v5000*, de viscosité $\mu \approx 5.0 \text{ Pa.s}$; cette gamme de fluide est connue pour avoir un comportement purement visqueux et Newtonien sur une large étendue de fréquences. Le fluide se répand et tient par capillarité dans chaque contact. Puis, nous reproduisons le protocole expérimental décrit dans la section précédente.

La mesure du module de la fonction de transfert, reproduite en figure Fig. (6), montre très clairement, par comparaison avec la figure Fig. (3), un résultat prévisible par la nature même du fluide utilisé : l'atténuation du signal révèle en effet un mécanisme dissipatif d'origine visqueuse traduit par le fait que la partie imaginaire du nombre d'onde paraît proportionnelle au carré de la fréquence. En revanche, de manière plus surprenante, la réponse du système semble dépendre de manière plus marginale de la précontrainte statique, et donc des propriétés élastiques intrinsèques des particules. Cette observation est corroborée par le fait que la vitesse de groupe, reportée en figure Fig. (5), ne dépend pas non plus de la précontrainte statique.

De manière encore plus surprenante, mais conformément à des observations rapportées par ailleurs [15, 16], nous mesurons que la vitesse de groupe est jusqu'à 50 % plus rapide dans le milieu granulaire mouillé que dans le milieu granulaire sec. Autrement dit, la raideur apparente du milieu est approximativement doublée par l'ajout d'un fluide purement visqueux. Cette augmentation n'est pas intuitive si l'on considère l'ajout d'un fluide purement visqueux. En tout état de cause, ces observations montrent que l'hypothèse d'un potentiel d'interaction Hertzien, même corrigé d'une contribution visqueuse via une modélisation de Kelvin ou de Maxwell [16], est insuffisant pour décrire le comportement dynamique d'un milieu granulaire mouillé.

6 Conclusion

Nous avons rapporté l'étude de la propagation d'ondes dans un milieu granulaire unidimensionnel. En préliminaire, nous avons caractérisé le matériau dont sont constituées nos particules. Ensuite, nous avons rappelé un modèle de propagation d'ondes dans un milieu granulaire régit par un potentiel d'interaction purement Hertzien. Puis, nous avons comparé ce modèle à des mesures effectuées dans un milieu granulaire sec. Le modèle exposé est en accord satisfaisant avec nos observations. Enfin, nous avons présenté quelques résultats préliminaires concernant les principales caractéristiques de la propagation d'ondes (atténuation, vitesse de propagation) dans un milieu

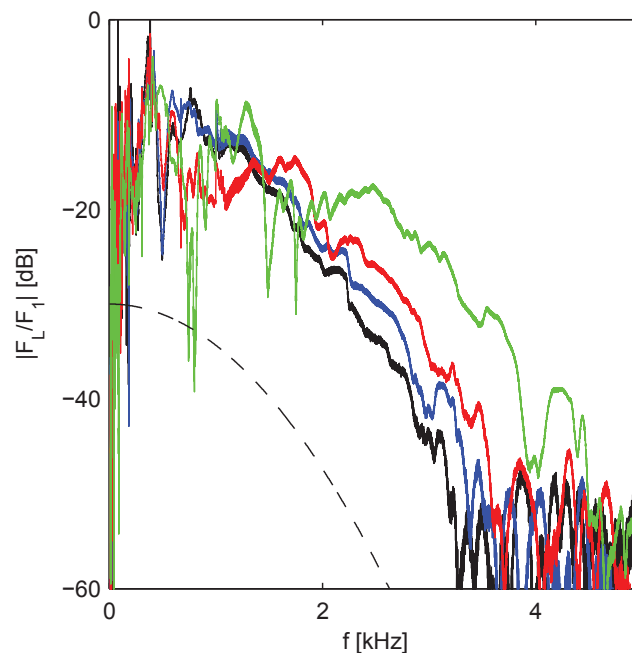


FIGURE 6 – Module de la fonction de transfert du milieu granulaire mouillé. Le trait pointillé est un guide de lecture qui représente une dissipation d'origine visqueuse.

granulaire partiellement mouillé. La présence d'un fluide interstitiel modifie notablement ces caractéristiques, de manière non-intuitive : la vitesse de propagation peut par exemple augmenter jusqu'à 50 % en présence de fluide. Ces observations tendent à montrer que le potentiel de Hertz doit alors être remis en question.

Remerciements

Ces travaux bénéficient du soutien financier des projets ANR MicMacGrains d'une part et Metaudible d'autre part. Le premier auteur (KC) est titulaire d'une allocation de l'Ecole Doctorale ED187 de l'Ecole Centrale de Paris.

Références

- [1] M. van Hecke, Granular matter : A tale of tails, *Nature* **435**, 1041-1042 (2005).
- [2] H. A. Makse, N. Gland, D. L. Johnson, L. Schwartz, Granular packings : Nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics, *Phys. Rev. E* **70**, 061302 (2004).
- [3] E. Somfai, J. N. Roux, J. H. Snoeijer, M. van Hecke, W. van Saarloos, Elastic wave propagation in confined granular systems, *Phys. Rev. E* **72**, 021301 (2005).
- [4] V. F. Nesterenko, *Dynamics of Heterogeneous Materials*, Springer, USA (2001).
- [5] S. Job, F. Melo, A. Sokolow, S. Sen, How Hertzian solitary waves interact with boundaries in a 1D granular medium, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 178002 (2005).
- [6] F. Melo, S. Job, F. Santibanez, F. Tapia, Experimental evidence of shock mitigation in a Hertzian tapered chain, *Phys. Rev. E* **73**, 041305 (2006).

- [7] C. Daraio, V. F. Nesterenko, E. B. Herbold, S. Jin, Energy Trapping and Shock Disintegration in a Composite Granular Medium, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 058002 (2006).
- [8] S. Job, F. Santibanez, F. Tapia, F. Melo, Wave localization in strongly nonlinear Hertzian chains with mass defect, *Phys. Rev. E* **80**, 025602(R) (2009).
- [9] N. Boechler, G. Theocharis, S. Job, P. G. Kevrekidis, M. A. Porter, C. Daraio, Discrete Breathers in One-Dimensional Diatomic Granular Crystals, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 244302 (2010).
- [10] G. Theocharis, N. Boechler, P. G. Kevrekidis, S. Job, M. A. Porter, C. Daraio, Intrinsic energy localization through discrete gap breathers in one-dimensional diatomic granular crystals, *Phys. Rev. E* **82**, 056604 (2010).
- [11] N. Boechler, G. Theocharis, C. Daraio, Bifurcation based acoustic switching and rectification, *Nature Materials* **10**, 665-668 (2011).
- [12] C. M. Donahue, P. W. J. Anzel, L. Bonanomi, T. A. Keller, C. Daraio, Experimental realization of a nonlinear acoustic lens with a tunable focus, *Applied Physics Letters* **104**, 014103 (2014).
- [13] P. A. Johnson, K. R. McCall, Observation and implications of nonlinear elastic wave response in rock, *Geophysical Letters* **21**, 165-168 (1994).
- [14] J. D. Goddard, Nonlinear Elasticity and Pressure dependent Wave Speeds in Granular Material, *Proceedings of the Royal Society A* **430**, 105-131 (1990).
- [15] T. Brunet, X. Jia, P. Mills, Mechanisms for acoustic absorption in dry and weakly wet granular media *Phys. Rev. Lett.* **101**, 138001 (2008).
- [16] S. Job, F. Santibanez, F. Tapia, F. Melo, Nonlinear waves in dry and wet Hertzian granular chains, *Ultrasonics* **48**, 506-514 (2008).
- [17] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (1985).