



Estimation paramétrique de la perce d'un instrument à vent à partir de la mesure de son impédance d'entrée

T. Helie, G. Gandolfi et T. Hezard

IRCAM - CNRS UMR 9912 - UPMC, 1, place Igor Stravinsky, 75004 Paris, France
thomas.helie@ircam.fr

Dans cet article, nous nous intéressons à l'estimation paramétrique de la perce d'un instrument en nous appuyant sur la mesure de l'impédance acoustique d'entrée de celui-ci. Pour ce faire nous nous basons sur un modèle 1D reposant sur quatre "ingrédients" dont la pertinence a été mise en évidence sur un pavillon de trombone (Courtois 155R) et dont les caractéristiques géométriques et acoustiques ont pu être correctement mesurées. Ces "ingrédients" sont : 1. une équation des pavillons à abscisse curviligne ; 2. la jonction régulière (continuité de la dérivée) de tubes à profil à R''/R constant (R est le rayon du tube) ; 3. Une impédance de rayonnement d'une portion de sphère pulsante ; 4. La prise en compte des pertes visco-thermiques (sous l'hypothèse des tubes larges). Un algorithme qui permet d'estimer la perce d'un instrument d'après son impédance acoustique d'entrée est proposé pour la classe des profils réguliers. Cet algorithme est fondé sur la minimisation de fonctions de coût sous contraintes, méthode que nous développons dans cet article. Il est ensuite testé sur plusieurs types de pavillons d'instruments (trombone et clarinette) pour des configurations d'optimisation différentes.

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet ANR CAGIMA.

1 Problème posé

Dans cet article, nous proposons d'étudier un moyen de déterminer la perce d'un instrument à partir de la mesure d'une impédance acoustique. Pour résoudre ce type de problème, il existe des méthodes non paramétriques de reconstruction dont celle par réflectométrie (voir [1, 2, 3]). Ces méthodes détectent assez efficacement des changements abrupts dans les profils. Dans cet article, nous nous intéressons au cas de perces axi-symétriques à profil régulier (C^1), cas typique des pavillons. Afin de régulariser ce problème délicat, une méthode paramétrique est envisagée. Cette méthode et de premiers résultats sont présentés en respectant le plan suivant : (§ 2) un bref rappel du modèle considéré est d'abord donné ; (§ 3) la méthode d'estimation à partir d'une impédance cible est conçue ; (§ 4) des résultats de son application sont donnés.

2 Modèle

2.1 Hypothèses et conventions

Le modèle considéré ici est celui détaillé dans [4]. Nous rappelons ici les quatre éléments principaux sur lesquels il s'appuie.

1-Équation des pavillons à abscisse curviligne (mesurant la longueur de la paroi). Par la suite, sauf mention contraire, la description des perces sera toujours donnée selon l'abscisse curviligne ℓ plutôt que l'abscisse axiale z , c'est-à-dire :

$$\ell \mapsto \mathcal{R}(\ell) = R(z = L^{-1}(\ell)) \text{ avec } L(z) = \int_0^z \sqrt{1 + [R'(z)]^2} dz$$

où $z \mapsto R(z)$ est le rayon de la perce selon l'abscisse axiale z .

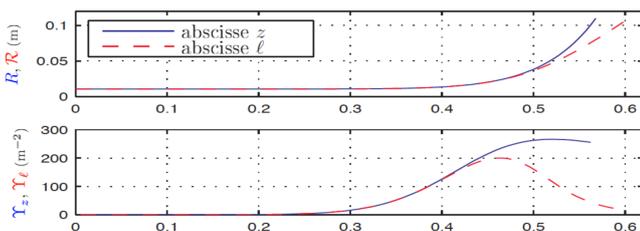


FIG. 1: Exemple d'une même perce décrite pour z et ℓ .

2-Jonctions à régularité C^1 de tronçons à Υ constant où $\Upsilon = \mathcal{R}''/\mathcal{R}$ et où \mathcal{R} représente la perce en fonction de

l'abscisse curviligne. Ainsi, selon le signe de Υ , le profil d'un tronçon est donné par :

$$\mathcal{R}(\ell) = A \cos(\sqrt{-\Upsilon}\ell) + B \sin(\sqrt{-\Upsilon}\ell), \text{ si } \Upsilon < 0$$

$$\mathcal{R}(\ell) = A + B\ell, \text{ si } \Upsilon = 0$$

$$\mathcal{R}(\ell) = A \cosh(\sqrt{\Upsilon}\ell) + B \sinh(\sqrt{\Upsilon}\ell), \text{ si } \Upsilon > 0$$

Une version unifiée de ces trois formules est rappelée dans le paragraphe § 2.2.

3-Rayonnement d'une portion de sphère pulsante (modèle utilisé pour charger le dernier tronçon par une impédance qui prend en compte la courbure des fronts d'ondes [5]).

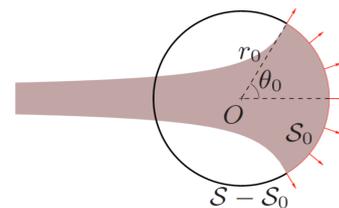


FIG. 2: Rayonnement d'une sphère pulsante

4-Pertes visco-thermiques à la paroi pour des tubes larges, qui conduisent au modèle acoustique suivant (dit de "Webster-Lokshin" à abscisses curviligne)

$$\left(\partial_\ell^2 - \left[\frac{1}{c_0^2} \partial_t^2 + 2 \frac{\epsilon(\ell)}{c_0^3} + \Upsilon(\ell) \right] \right) [R(\ell)p(\ell, t)] = 0 \quad (1)$$

$$\rho_0 \partial_t v(\ell, t) + \partial_\ell p(\ell, t) = 0, \quad (2)$$

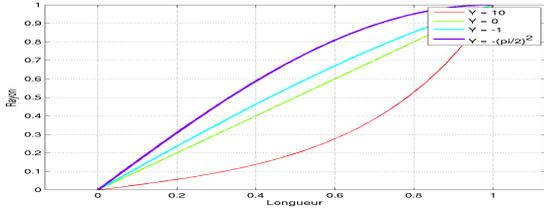
où $\Upsilon = \mathcal{R}''/\mathcal{R}$ et où le coefficient $\epsilon = \epsilon^* \frac{\sqrt{1-(\mathcal{R}')^2}}{\mathcal{R}}$ avec $\epsilon^* \approx 3.125 \times 10^{-4} \text{ m}^{\frac{1}{2}}$ sera approché par sa valeur moyenne dans chaque tronçon.

2.2 Description des perces traitées

Nous traitons ici les perces axi-symétriques à profil doux (de régularité C^1) à paramètre Υ constant par morceau. Le profil $\mathcal{R}(\ell)$ de chaque tronçon sur lequel Υ est constant peut être représenté par l'une des trois formules ci-dessus. Une autre représentation unifiée repose sur la fonction suivante :

$$S_{Upsilon}(x) = \frac{\sinh(\Upsilon x)}{\sinh(\Upsilon)} \quad (3)$$

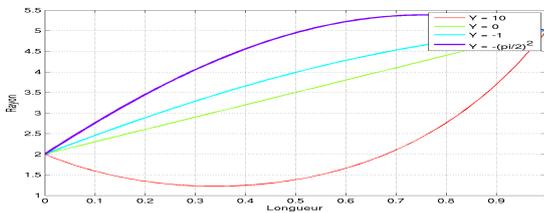
En effet, cette fonction permet de s'affranchir du signe Υ et de donner une représentation du profil d'une perce complète

FIG. 3: Représentation de la fonction S_γ

avec une méthode de type ‘‘splines’’. Ainsi, pour un tronçon de longueur unitaire $L = 1$, le profil \mathcal{R} s’écrit simplement sous la forme suivante :

$$\mathcal{R}(X) = R_g S_\omega(1 - X) + R_d S_\omega(X) \text{ avec } \omega^2 = \Upsilon^2 L, \quad (4)$$

où X décrit la perce où $R_g = \mathcal{R}(0)$ et $R_d = \mathcal{R}(1)$ sont les rayons à gauche et à droite du tronçon, respectivement.

FIG. 4: Exemple d’un tronçon pour $R_g = 2$, $R_d = 5$ et plusieurs valeurs de Υ .

Lorsqu’un tronçon est localisé sur un segment non unitaire ($\ell \in [\ell_g, \ell_d]$), on revient à une échelle unitaire en ramenant ℓ à X via le changement de variable

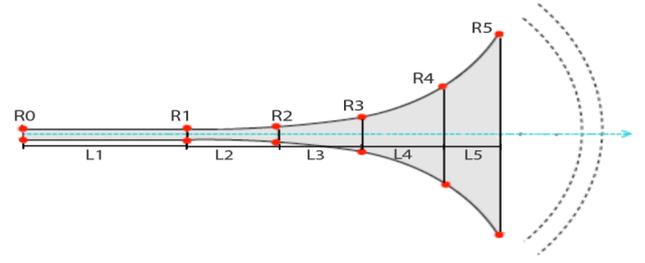
$$X(\ell) = \frac{\ell - \ell_g}{\ell_d - \ell_g} = \frac{\ell - \ell_g}{L} \text{ où } \ell \in [\ell_g, \ell_d] \text{ décrit le tronçon.}$$

Concaténation de tronçons. Dans cet article, nous décrivons un instrument avec plusieurs tronçons à Υ -constant. Pour avoir un profil doux de régularité C^1 , nous devons, d’une part, équaliser les rayons entre les tronçons, ce qui se fait facilement avec la description (4), d’autre part, nous devons équaliser la dérivée aux points de jonctions des tronçons. Si nous décrivons une perce avec N tronçons d’extrémités $\ell_0 < \ell_1 < \dots < \ell_N$, nous aurons à chaque jonction $1 \leq n \leq N - 1$:

$$\mathcal{R}'_{n-1}(1)/(\ell_n - \ell_{n-1}) = \mathcal{R}'_n(0)/(\ell_{n+1} - \ell_n),$$

où \mathcal{R}_n correspond au modèle (4) du $n^{\text{ème}}$ tronçon. Ce problème typique des splines est non linéaire, contrairement aux splines polynomiales standard. Il a été résolu dans [6]. Celui-ci se ramène à une équation implicite du type $f(a, \omega^2) - b = 0$ où $a = R_n/R_{n-1}$, $b = R'_n/R'_{n-1}$, qu’il faut résoudre selon ω^2 (le paramètre géométrique défini dans (4)). On montre que $x \mapsto f(a, x)$ est bijective de $] - (\pi/2)^2, +\infty[$ sur \mathbb{R} de sorte qu’il y a existence et unicité de la solution. Cette résolution a été implantée sous Matlab et une fonction d’interpolation C^1 par splines à paramètres Υ constant par morceaux a ainsi pu être construite.

La figure 5 détaille les notations prises pour la description des perces. Nous pouvons à l’aide de 5 tronçons décrire entièrement la géométrie de la perce.

FIG. 5: Description de la géométrie d’un instrument par 5 tronçons à Υ -constant

2.3 Immittances acoustiques

Nous indiquons ici comment les prédictions acoustiques sont obtenues à partir de la géométrie de la perce. Pour cela, nous déterminons les matrices de transfert des tronçons qui, combinées à un modèle d’impédance de rayonnement, permettent de profiter de la méthode en matrices de transfert [7].

Matrice de transfert acoustique d’un tronçon En notant $X_i(s) = [P(l_i, s), V(l_i, s)]^T$, $\theta = \ln \frac{R_d}{R_g}$, $\zeta_i = \frac{R'_i}{R_i} L$ et $\underline{s} = \frac{sL}{c_0}$ une résolution des équations de Webster-Loskshin (1-2) d’un tronçon de tube à Υ et ϵ constants conduit à :

$$X_{i+1}(s) = \mathbb{T}_i(s)X_i(s)$$

où $\mathbb{T}_i(s) = e^{-\theta} \mathbb{I}_2 \mathbb{M}_i$ est une matrice de déterminant $e^{-\theta}$ et, en notant $\Delta(z) = [\phi_1(z), \phi_2(z)]^T$ où $\phi_1(z) = \cosh(\sqrt{z})$ et $\phi_2(z) = \frac{\sinh(\sqrt{z})}{\sqrt{z}}$:

$$\begin{aligned} [\mathbb{M}_i]_{11} &= [1, \zeta_g] \Delta(\Gamma(s)^2) \\ [\mathbb{M}_i]_{22} &= [1, -\zeta_d] \Delta(\Gamma(s)^2) \\ [\mathbb{M}_i]_{12} &= [0, -\rho_0 c_0 \underline{s}] \Delta(\Gamma(s)^2) \\ [\mathbb{M}_i]_{21} &= \left[\frac{\zeta_d - \zeta_g}{\rho_0 c_0 \underline{s}}, \frac{\zeta_d \zeta_g - \Gamma(s)^2}{\rho_0 c_0 \underline{s}} \right] \Delta(\Gamma(s)^2) \end{aligned}$$

où $\Gamma(s) = \Gamma(s)L$, et $\Gamma(s)$ est une racine carrée de $(\frac{s}{c})^2 + 2\epsilon(\frac{s}{c})^{\frac{2}{3}} + \Upsilon$.

Matrice de transfert acoustique globale Sous l’hypothèse d’un profil à régularité C^1 , le raccord de deux tronçons se fait en écrivant la continuité de l’état acoustique X_i à la jonction. On en déduit par itération que l’état X_N est lié à l’état X_0 par l’équation $X_N(s) = \mathbb{T}_{N,1}(s)X_0(s)$ avec

$$\mathbb{T}_{N,1}(s) = \mathbb{T}_N(s)\mathbb{T}_{N-1}(s) \dots \mathbb{T}_1(s) \quad (5)$$

Nous retrouvons le formalisme standard en produits de matrices de transfert comme dans le cas, par exemple, du raccord de tubes droits sous l’hypothèse d’ondes planes.

Impédance de charge Il est alors possible de déterminer l’impédance d’entrée si l’on connaît l’impédance de charge qui modélise le rayonnement de l’instrument. Le modèle retenu nous donne une forme paramétrique de l’impédance de charge $Z_{ray}^{ac} = \frac{P(\ell_N, s)}{U(\ell_N, s)}$ à partir de laquelle on établit la relation

$$X_N(s) = U(\ell_N, s) [Z_{ray}^{ac}, 1]^T.$$

En notant $Z_{in}^{ac} = \frac{P(\ell_0, s)}{U(\ell_0, s)}$ l’impédance acoustique d’entrée, nous obtenons la relation

$$Z_{in}^{ac} = [\mathbb{T}_{N,1}(s)]^{-1} Z_{ray}, \quad (6)$$

dont la version adimensionnée est donnée par $Z_{in} = \frac{\rho_0 c_0}{S_0} Z_{in}^{ac}$ où S_0 est l'aire de section d'entrée. Nous pouvons à présent établir les immittances acoustiques dont nous aurons besoin, à partir de l'impédance acoustique d'entrée de l'instrument. L'admittance acoustique adimensionnée est définie par

$$Y_{in} = 1/Z_{in}. \quad (7)$$

La fonction de réflexion à l'entrée est définie par

$$R = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1}. \quad (8)$$

Elle correspond à la fonction de transfert que subirait une onde plane aller (voyageant dans un tube droit conservatif de section S_0) au niveau de l'entrée de la perce, pour fournir l'onde retour associée.

3 Méthode d'estimation

Dans cette partie, nous proposons d'élaborer une méthode d'estimation des paramètres du modèle à partir d'une impédance d'entrée cible. Ces paramètres fournissent la caractérisation complète du résonateur de l'instrument, ce qui inclut sa géométrie.

L'estimation est réalisée par optimisation d'une distance entre le modèle et la cible. Pour établir cet outil, nous spécifions d'abord l'espace de configuration du modèle (§ 3.1) : ceci correspond à "l'espace des possibles". Puis, nous proposons plusieurs fonctions de coût pertinentes pour notre problème pour en faire une sélection (§ 3.2). Enfin, comme le problème à résoudre est non linéaire et non convexe, il n'y a pas solveur exact. Nous construisons alors un algorithme qui suit un scénario (§ 3.3), conduisant à des résultats exploitables en pratique.

3.1 Paramètres et espace de configuration

Notre modèle est composé de plusieurs tronçons concaténés et d'une impédance de rayonnement. Les constantes physiques sont supposées fixées. Les paramètres géométriques de ce modèle sont, pour chaque tronçon :

- Les rayons R_d et R_g aux extrémités,
- La longueur L ,
- La valeur de Υ .

Les paramètres géométriques du modèle de rayonnement (rayon de sphère et angle) se déduisent directement de la géométrie du dernier tronçon. Ainsi, sur ces $4N$ paramètres pour N tronçons, les raccords géométriques à régularité C^1 imposent $2(N - 1)$ contraintes. En conclusion, le nombre de degrés de liberté de notre modèle à N tronçons est :

$$4N - 2(N - 1) = 2N + 2 \text{ degrés de liberté.} \quad (9)$$

Les paramètres libres sont choisis comme suit : les rayons R_n aux jonctions et aux extrémités ($N+1$), les longueurs L_n des tronçons (N), et la pente à l'origine du premier tronçon (1).

Par ailleurs, ces paramètres doivent être compatibles avec un domaine de validité pour des raisons structurelles (rayons positifs, pente maximale verticale soit $|\mathcal{R}'| \leq 1$ pour les abscisses curvilignes) ou de validité d'approximation physique (tube non capillaire, profil à rayon de courbure suffisamment grand, etc) ou même de bon sens pratique ($2\text{mm} < R < R_{max}$ défini par le facteur d'instrument,

longueur de tronçon suffisamment grande, etc). Dans ce travail, nous considérons de plus la classe des profils sans chambre convexe (tubes droits, coniques ou évasés) de sorte que $\Upsilon \geq 0$. L'espace de configuration est résumé dans le tableau 1.

Paramètres	Contrainte	DDL
R_n	$\geq R_{min} = 2.10^{-3} \text{ m}$	$+2N$
L_n	$\geq L_{min} = 5.10^{-3} \text{ m}$	$+N$
Υ_n	positif ou nul	$+N$
structurel	continuité	$-N + 1$
structurel	dérivée continues	$-N + 1$
structurel	$\text{abs}(\mathcal{R}') \leq 1$	0

TABLEAU 1: Description de l'espace de configuration pour N tronçons : paramètres et contraintes avec bilan des degrés de libertés (DDL).

3.2 Elaboration de fonctions de coût

3.2.1 Erreur quadratique à pondération

La mesure de proximité entre une cible acoustique et le modèle est effectuée par une fonction de coût de type *erreur quadratique pondérée* de la forme :

$$C(\Theta) = \int_{f_{min}}^{f_{max}} E_{\Theta}(f) W(f) df, \quad (10)$$

où $[f_{min}, f_{max}]$ est la plage fréquentielle sur laquelle une erreur quadratique $E_{\Theta}(f)$ entre la cible et le modèle (de paramètres Θ) est à minimiser avec une pondération locale $W(f)$ ($W(f) = 1$ pour une pondération uniforme).

Plusieurs alternatives peuvent être considérées : (i) écarts entre les impédances d'entrée normalisées $Z = (P/V)/(\rho_0 c_0)$ ou entre les fonctions de réflexion associées $R = (Z - 1)/(Z + 1)$; (ii) erreurs de plusieurs types (erreur quadratique simple, relative, ou relative ajustée pour une variance d'erreur de mesure connue). Ces alternatives sont résumées dans le tableau 2.

	Erreur quadratique		
	simple	relative	rel. ajustée
Z_{mod}	$ Z_{mod} - Z_{mes} ^2$	$ 1 - \frac{Z_{mod}}{Z_{mes}} ^2$	$ 1 - \frac{Z_{mod} \overline{Z_{mes}}}{ Z_{mes} ^2 + \sigma^2} ^2$
R_{in}	$ R_{mod} - R_{mes} ^2$	$ 1 - \frac{R_{mod}}{R_{mes}} ^2$	$ 1 - \frac{R_{mod} R_{mes}}{R_{mes} + \sigma^2} ^2$

TABLEAU 2: Erreurs quadratiques E considérées : Z_{mod} et R_{mod} sont les modèles, Z_{mes} et R_{mes} sont les cibles, et σ^2 représente la variance des erreurs de mesures sur les cibles.

3.2.2 Alignement de résonances et d'anti-résonances

Un premier point crucial pour notre objectif est de représenter exactement (a) ou "correctement" (b) les premières fréquences de résonance (/anti-résonance) des cibles. Celles-ci sont calculées comme étant les fréquences pour lesquelles la phase de l'impédance passe par 0 en décroissant (/croissant).

Pour atteindre cet objectif, deux démarches sont mises en place. La première démarche (a) est d'ajouter au critère (10) autant de contraintes d'égalité que de fréquences à représenter exactement. Dans la suite, ces Contraintes de passage de la Phase par Zéro pour un ensemble de pics choisis sont notées (CPZ).

La seconde démarche (b) est de pondérer le critère par une fonction W adéquate, de sorte de favoriser les zones résonantes et anti-résonantes. Un choix adapté à cet objectif est par exemple

$$W(f) = \frac{\Re(X_{mes}(f))^2}{|X_{mes}(f)|^2} = \cos^2(\arg(X_{mes}(f))) \quad (11)$$

où X_{mes} représente les cibles Z_{mes} ou R_{mes} .

Remarquons qu'une troisième démarche consisterait à ajouter à la fonction de coût une fonction de pénalisation mesurant l'écart entre les fréquences cibles et les fréquences du modèle. Celle-ci n'a pas été considérée ici.

3.2.3 Proposition d'options pratiques de lutherie

Un second point déterminant est que, pour des raisons spécifiques pratiques, l'utilisateur de l'outil peut souhaiter fixer certains paramètres géométriques tels que le rayon d'entrée, de sortie, la longueur totale, la pente du profil à l'origine, etc. Ces Contraintes imposées par l'Utilisateur sont notées (CU).

3.2.4 Bilan et remarques

L'ensemble des contraintes (CPZ) et (CU) est résumé dans le tableau 3. Chaque alignement de fréquence de résonance et chaque contrainte utilisateur réduit de un le nombre de degrés de liberté.

Paramètres	Contrainte	DDL
K_1 fréquences (résonance/anti)	$\arg[Z_{mod}(f_k)] = 0$ t.q. $\arg[Z_{mes}(f_k)] = 0$	$-K_1$ (ajustable)
R_0, R'_0, R_N , etc	fixés ou libérés	(ajust.) $-K_2$

TABLEAU 3: Contraintes d'alignement de fréquences de résonances et d'anti-résonances, contraintes imposables par l'utilisateur, et bilan des degrés de liberté.

En pratique, pour $K = K_1 + K_2$ contraintes, il convient de veiller à laisser suffisamment de degrés de liberté $2N + 2 - K$: ils fournissent à l'optimiseur les moyens d'action que l'on doit rendre suffisants pour permettre une décroissance significative de l'erreur quadratique globale répartie sur la plage fréquentielle $[f_{min}, f_{max}]$.

3.3 Algorithme proposé

Dans le but réduire les difficultés dues à la non-convexité et la non-linéarité du problème d'optimisation, nous avons mené de premières études numériques sur des données calculées par notre modèle puis dégradées (une illustration simple est donnée en § 4.1). Celles-ci nous ont conduit à exploiter les différentes qualités des fonctions de coût et des contraintes proposées ci-dessus, en observant : (i) la variabilité et la sensibilité aux conditions initiales (bonnes ou mauvaises) des optima atteints ; (ii) la qualité de l'optimum atteint pour chaque fonction de coût lorsque l'initialisation est au voisinage des bons paramètres.

Ainsi, notre méthode d'estimation est élaborée comme une séquence d'optimisations de fonctions de coût à exigences progressives : à chaque étape, l'initialisation prise est le résultat de l'étape précédente. Les contraintes dues à l'espace de configuration et à l'utilisateur (CU) sont considérées dès l'étape 1. Les contraintes (CPZ) sont introduites dans la seconde étape. Ces optimisations sous contraintes sont toutes assurées par l'algorithme SQP [8] dont une réalisation est disponible dans l'environnement Matlab (fonction `fmincon`).

Notre algorithme est constitué de la séquence suivante :

- (Etape 0)** Choix d'une initialisation grossière, *(typiquement, un ensemble de tronçons droits de longueur totale ajustée sur le premier pic, ou un réglage heuristique par essais/comparaisons fournissant des premiers pics jugés assez proches des pics estimés)*
- (Etape 1)** Optimisation de l'erreur quadratique relative ajustée, appliquée à l'impédance acoustique Z avec les contraintes (EC) et (CU) seules,
- (Etape 2)** Optimisation de la même fonction de coût avec toutes les contraintes (EC), (CU) et (CPZ),
- (Etape 3)** Idem pour la fonction de coût appliquée à la fonction de réflexion R .

Dans cette séquence, la fonction de pondération W est considérée comme un paramètre : elle peut être choisie uniforme ou comme définie en (11), pour tout l'algorithme.

4 Applications et résultats

Dans cette partie, nous appliquons les outils décrits ci-dessus sur trois cas simples : (§ 4.1) des données générées académiquement, (§ 4.2) un pavillon de trombone réel et (§ 4.3) un pavillon de clarinette réelle dont l'impédance acoustique est mesurée.

4.1 Test académique

Pour cette première illustration basique, un profil académique est construit et son impédance acoustique d'entrée est calculée. L'initialisation (étape 0) est choisie légèrement différente des paramètres originaux comme représenté en figure 6, et aucune contrainte (CU) n'est utilisée. L'algorithme d'estimation retrouve facilement la cible, et de façon parfaite dès l'étape 2 (qui inclut (CPZ)). Les résultats acoustiques sont décrits en figure 7.

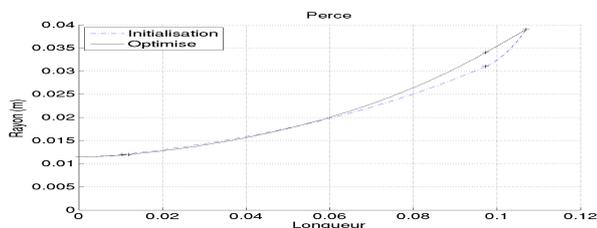


FIG. 6: (Test académique) Profil de type pavillon à 3 tronçons : initialisation (--) et résultat de l'algorithme identique à l'original (-).

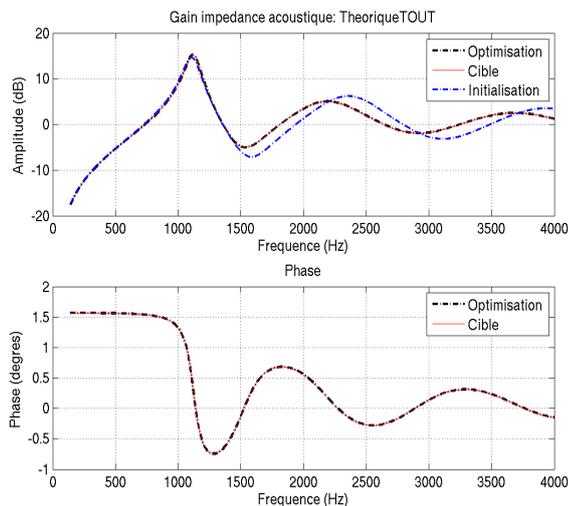


FIG. 7: (Test académique) Impédances acoustiques de la cible (rouge), des paramètres d'initialisation (bleue) et après optimisation (noir).

4.2 Pavillon d'un trombone (Courtois 155R)

Le même type de test sans (CU) est effectué sur un pavillon de trombone Courtois 155R qui a été mesuré dans [9]. Une initialisation qui donne une bonne approximation de la géométrie avec $N=5$ tronçons est choisie (comme dans [4]). En imposant les 5 premiers passages de phase par zéro ($14 - 5 = 9$ DDL), l'algorithme conduit aux résultats donnés en figure 8. Les résultats sur l'impédance sont significativement meilleurs que ceux présentés dans [4]. Toutefois, il conduit à un profil géométrique avec un rayon sous-estimé (d'un facteur quasi-constant). Remarquons que la sensibilité de l'impédance à un tel facteur est assez limitée : ce facteur modifie légèrement le coefficient des pertes et les caractéristiques du rayonnement mais il n'a aucun effet sur les fréquences de coupures dues au paramètre d'évasement Υ .

Afin de supprimer ce problème de sous-estimation, la valeur mesurée du rayon d'entrée est en plus imposée dans un second test (une CU, $14 - 5 - 1 = 8$ DDL). Les résultats sont présentés en figure 9. On observe que cette contrainte a pour effet principal de dégrader la qualité d'approximation du troisième pic d'impédance mais que le profil est significativement mieux dimensionné.

Sur cet exemple, l'étape 3 de l'algorithme permet d'affiner les résultats spécialement dans le voisinage des pics.

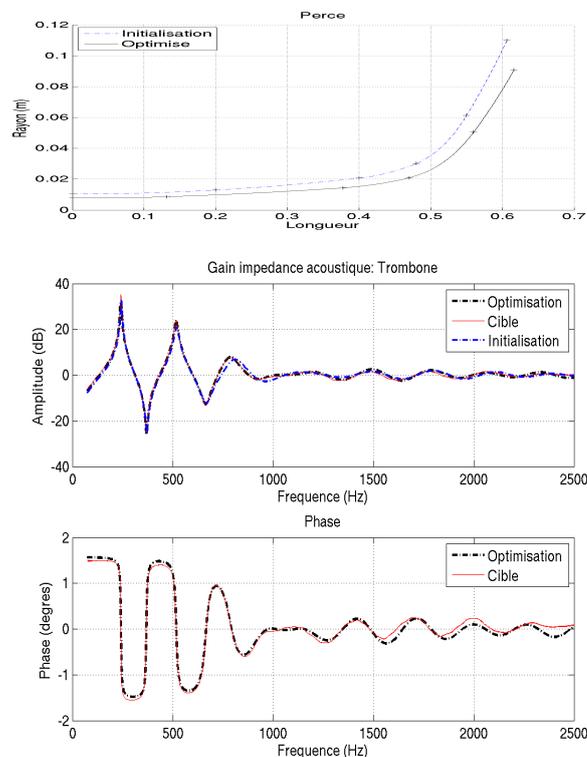


FIG. 8: (Trombone, sans (CU)) Initialisation (--) , cible (-) et résultat de l'algorithme (-).

4.3 Cas d'un pavillon de clarinette

La même étude est conduite sur un pavillon de clarinette pour $N = 2$ tronçons et 2 contraintes (CPZ) limitées aux deux premières résonances. Elle conduit aux résultats représentés en figures 10 (sans (CU), $6 - 2 = 4$ DDL) et 11 (avec R_0 imposé, $6 - 2 - 1 = 3$ DDL). La dégradation apportée par la contrainte sur R_0 est de sur-estimer l'amplitude du premier pic de résonance et d'allonger significativement la longueur du pavillon.

5 Conclusion et perspectives

Dans cet article, une méthode d'estimation paramétrique de perce régulière d'instruments à vent à partir d'une impédance acoustique d'entrée a été réalisée. Cette méthode repose sur un modèle paramétrique et un algorithme composé d'une séquence d'optimisations de fonctions de coût à exigences progressives. Les résultats montrent que l'estimation permet de retrouver des impédances acoustiques proche des cibles mesurées mais que pour assurer le réalisme de la géométrie, il est nécessaire d'imposer une contrainte sur le rayon en un point (typiquement à l'entrée).

Les perspectives de ce travail sont multiples. Un travail important sur la robustesse de la méthode et une analyse de sensibilité en les paramètres sont à prévoir. Du point de vue pratique, une perspective importante est d'élargir la classe des perces représentées pour traiter des instruments réalistes complets : un dictionnaire rassemblant des modèles connus de composants acoustiques, compatibles avec la méthode en matrice de transfert, est en cours de constitution.

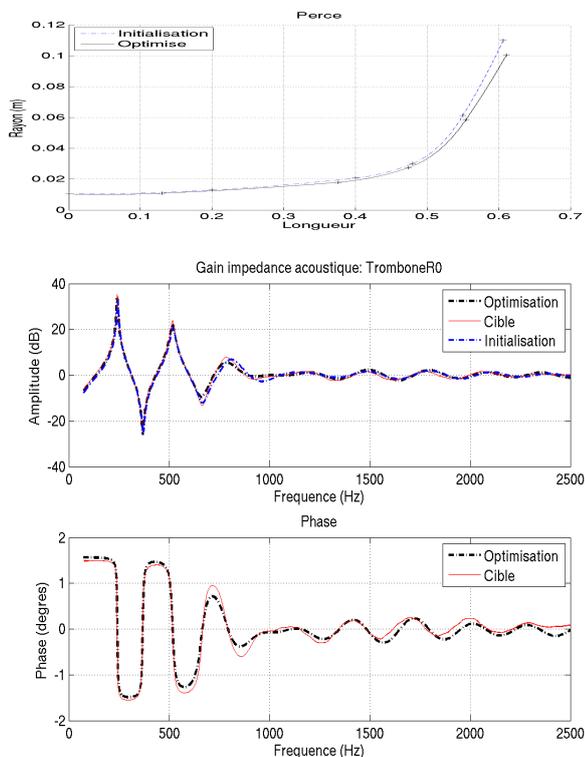


FIG. 9: (Trombone, R_0 constraint) Initialisation (---), cible (—) et résultat de l'algorithme (---).

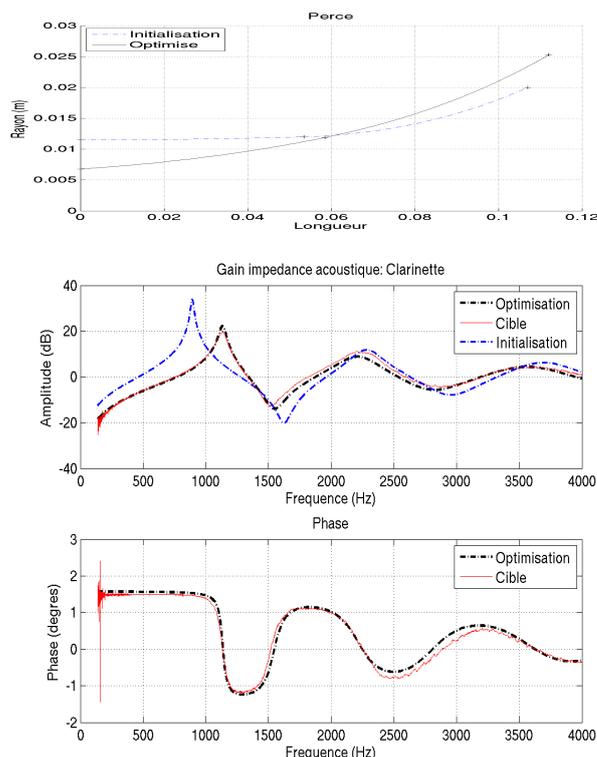


FIG. 10: (Clarinette, sans (CU)) Initialisation (---), cible (—) et résultat de l'algorithme (---).

Remerciements

Les auteurs remercient M. Jousserand et A. Guilloteau pour avoir fourni les mesures du pavillon de clarinette, ainsi que P. Eveno et R. Caussé pour celles du trombone. Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet ANR CAGIMA.

Références

- [1] D. B. Sharp. *Acoustic pulse reflectometry for the measurement of musical wind instruments*. PhD thesis, University of Edinburgh, 1996.
- [2] J. A. Kemp. *Theoretical and experimental study of wave propagation in brass musical instruments*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2002.
- [3] W. Kausel. Bore reconstruction of tubular ducts from its acoustic input impedance curve. *IEEE Trans. on Instrum. and Measurement*, 53(4) :1097–1105, 2004.
- [4] T. Hélie, T. Hézard, R. Mignot, and D. Matignon. One-dimensional acoustic models of horns and comparison with measurements. *Acta acustica united with Acustica*, 99-6 :160–174, 2013.
- [5] T. Hélie and X. Rodet. Radiation of a pulsating portion of a sphere : application to horn radiation. *Acta Acustica united with Acustica*, 89 :565–577, 2003.
- [6] G. Gandolfi. *Reproduction et optimisation de résonateurs d'instruments à vent*. Master's thesis, Ecole Centrale - Lyon, 2014.
- [7] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.
- [8] J. Nocedal and S. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, 1999.
- [9] P. Eveno. *L'impédance d'entrée pour l'aide à la facture des instruments de musique à vent : mesures, modèles et lien avec les fréquences de jeu*. PhD thesis, UPMC, 2012.

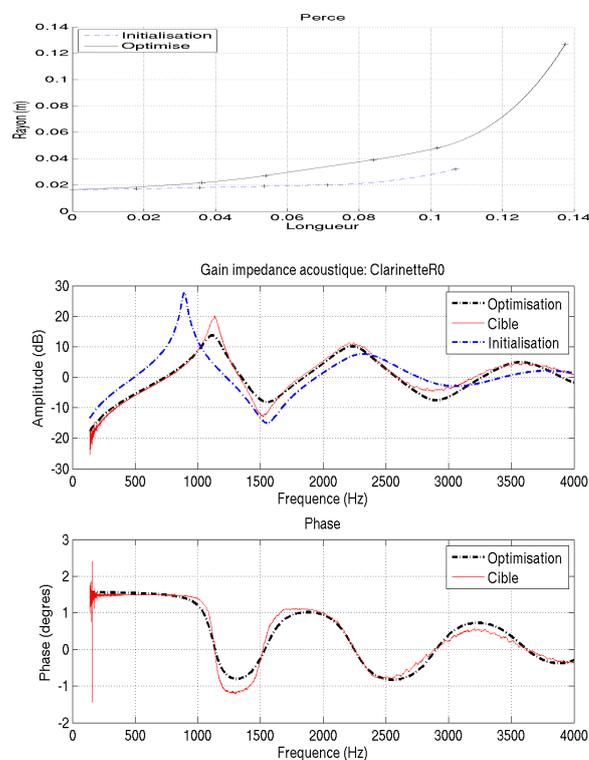


FIG. 11: (Clarinette, R_0 constraint) Initialisation (---), cible (—) et résultat de l'algorithme (---).