



Modèle Eléments Finis d'un Pli Vocal Artificiel avec Couplage Hydro-élastique

N. Hermant^a, F. Silva^a, F. Chouly^b et X. Pelorson^a

^aGIPSA-lab UMR 5216, 11 rue des mathématiques, BP 46, 38402 Saint-Martin-D'Hères, France

^bLaboratoire de Mathématiques de Besançon UMR 6623, 16 route de Gray, 25030 Besançon Cedex, France

nicolas.hermant@gipsa-lab.fr

Les répliques expérimentales de plis vocaux sont couramment utilisées dans l'étude de la production de parole. La caractérisation mécanique expérimentale in-situ des plis vocaux permet la validation de modèles numériques. Ces modèles peuvent alors servir à décrire des comportements vibratoires plus complexes et plus difficilement observables lors de la mesure. Les simulations présentées ici reposent sur une méthode éléments finis avec une formulation variationnelle du couplage hydro-élastique. Un premier calcul hyper-élastique simule le gonflement du latex soumis à la pression d'eau, ce résultat est ensuite reporté comme terme de précontrainte dans l'analyse modale des vibrations de petite amplitude du système hydro-élastique, permettant ainsi de caractériser l'influence de la pression d'eau sur les résonances mécaniques de la maquette simulée. Nous nous intéresserons ici aux différentes étapes nécessaires à la formulation variationnelle du problème complet, leur validation et la discussion sur les hypothèses réalisées. Les résultats d'études de convergence et études paramétriques du modèle numérique seront présentés et comparés aux résultats expérimentaux obtenus par une méthode de caractérisation mécanique des maquettes de plis vocaux, présentés dans une autre communication.

1 Introduction

La voix est un des supports de communication les plus importants. Sa dégradation chez un individu est un problème courant qui atteint sa capacité à interagir avec son environnement social. Les troubles de la voix constituent ainsi un problème de santé publique, notamment pour les professionnels de la voix, comme en atteste par exemple le rapport INSERM-MGEN concernant les enseignants. En complément de la pratique clinique et réadaptative, la modélisation physique permet une compréhension globale des pathologies des organes phonatoires, au premier titre desquels les plis vocaux.

Dans cette approche de modélisation, des maquettes expérimentales ont été développées notamment depuis les travaux de van den Berg [1]. Ces outils, en reproduisant les phénomènes physiques impliqués dans la production de la parole, visent à valider les modèles théoriques simplifiés avec un souci important concernant la mesure et le contrôle du comportement des structures vibrantes. Depuis les travaux de Vilain [13] (inspirés par la bouche artificielle de Gilbert et coll. [4] et Cullen et coll. [3]), le laboratoire GIPSA-lab s'est équipé de nombreuses répliques avec divers niveaux de complexité. La dernière en date [10] est constituée d'une couche fine de latex (épaisseur de 0.2 à 0.3mm) enveloppant un volume hémicylindrique d'eau de pression variable sur un support métallique réglable autorisant un rapprochement des structures similaire à l'abduction des plis vocaux. L'eau et son enveloppe sont ensuite mis en vibration par une interaction fluide-structure en présence d'un écoulement d'air confiné (cf Fig. 1).

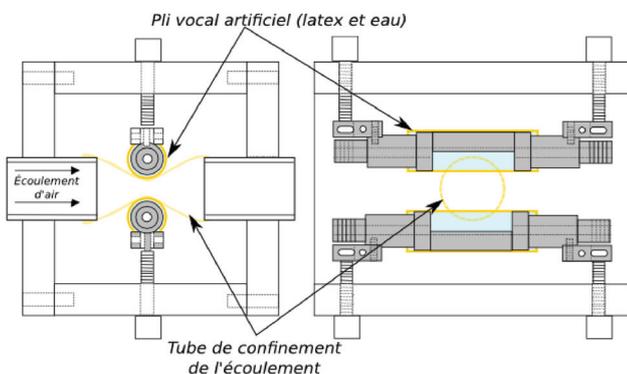


FIGURE 1 – Vues latérale (à gauche) et axiale (à droite) de la maquette [10].

2 Description du problème de couplage hydro-élastique

2.1 Spécificité du modèle expérimental des plis vocaux

Les maquettes des plis vocaux utilisées au Gipsa-lab sont des maquettes déformables constituées d'une partie métallique évidée et entourées d'une fine couche de latex (0.2 à 0.3 mm d'épaisseur) que l'on remplit d'eau. L'étanchéité étant assurée, c'est cette structure hydro-élastique qui vibrera lors de la mise en oscillation des plis vocaux sous l'action d'un flux d'air, comme décrit dans [9].

Comme décrit dans l'introduction et représenté sur la Figure 2(b), le modèle comprend une partie solide déformable (le latex), une partie fluide (l'eau) et différentes interfaces (eau/latex, eau/métal, latex/ métal).

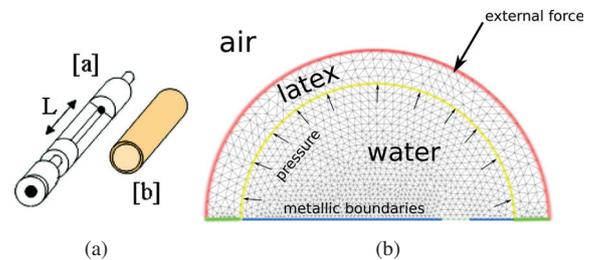


FIGURE 2 – Maquette des plis vocaux (a) et géométrie des domaines couplés (b)

2.2 Méthode de résolution envisagée

Cette partie s'intéresse à la modélisation mathématique du problème de vibrations hydro-élastiques. On ne s'intéressera ici qu'à la modélisation 2D du comportement vibratoire de la maquette en regard de la mesure de la réponse mécanique détaillée dans [12]. On ne cherchera pas à modéliser l'interaction fluide-structure entre la maquette des plis vocaux et l'air provenant de la maquette des poumons. Dans les parties suivantes on s'intéressera donc à décrire d'une part la partie solide correspondant au latex, puis la partie fluide de l'eau et enfin le problème correspondant à l'interaction fluide-structure entre l'eau et le latex.

3 Vibrations hydro-élastiques sans gonflement

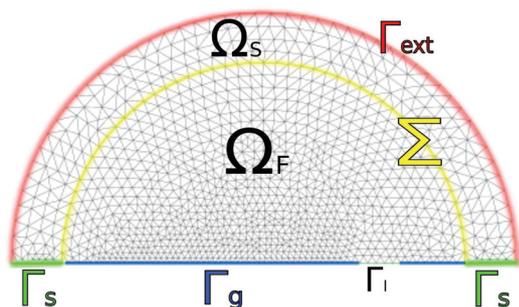


FIGURE 3 – Domaines et interfaces du problème couplé

3.1 Domaine solide

Dans cette section, le latex est considéré comme un solide homogène élastique linéaire isotrope déformable siège de petites perturbations, de masse volumique ρ_S , encastré sur la frontière Γ_S , sans force volumique sur Ω_S ni force surfacique Γ_{ext} et soumis à la pression p de l'eau sur l'interface Σ . Les équations locales de la dynamique pour le champ de déplacements \mathbf{u} sont, de manière classique :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad \text{sur } \Omega_S, \quad (1a)$$

$$\rho_S \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \quad \text{sur } \Omega_S, \quad (1b)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma_S, \quad (1c)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma_{ext}, \quad (1d)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = p \mathbf{n} \quad \text{sur } \Sigma. \quad (1e)$$

où \mathbf{n} est la normale à Σ sortante au solide, $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ et $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ sont les tenseurs symétriques de contraintes de Cauchy et de petites déformations associés au déplacement \mathbf{u} et reliés par le tenseur d'élasticité linéaire isotrope \mathbf{C} .

3.2 Domaine fluide

On s'intéresse ici à la description du comportement d'un fluide parfait (i.e. non-visqueux) et incompressible afin de caractériser des petits déplacements $\mathbf{u}^f(M, t)$ et des petites fluctuations de pressions $p(M, t)$ d'un point M' autour du point M sa position au repos. Comme détaillé dans [7], l'hypothèse des petites fluctuations du fluide autour de son état de repos, permet d'obtenir l'équation d'Euler linéarisée Eq. (2a) associée à la linéarisation de la condition d'incompressibilité Eq. (2b).

$$\rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2}(M, t) + \nabla p(M, t) = O(\varepsilon^2), \quad (2a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^f(M, t) = 0. \quad (2b)$$

ρ_f est la masse volumique de l'eau et ε^2 contient les déplacements infiniment petits du second ordre ignorés.

Si l'on considère des fluctuations harmoniques l'Eq. (2a) se réécrit : $-\rho_f \omega^2 \mathbf{u}^f + \nabla p = 0$. Cette dernière équation associée à l'Eq. (2b) permet d'écrire $\Delta \phi = 0$, où $\phi = \frac{p}{\rho_f \omega^2}$ est

le potentiel des déplacements fluides.

Le comportement dynamique du fluide dans le domaine Ω_F peut alors être décrit par le système d'équations Eq. (3)

$$\Delta \phi = 0 \quad \text{sur } \Gamma_F \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_g \quad (3b)$$

$$\phi = 0 \quad \text{sur } \Gamma_l \quad (3c)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, \quad \text{sur } \Sigma \quad (3d)$$

Les équations Eq. (3b) à Eq. (3d) traduisent les différentes conditions aux limites du fluide sur les interfaces du domaine Ω_F (cf. Figure 3). L'Eq. (3b) correspond à la condition de non-pénétration sur Γ_g , la surface entre le fluide et la partie métallique de la maquette. L'Eq. (3c) est la condition de "surface libre" sur Γ_l , par où l'eau est introduite. L'Eq. (3d) formule la transmission des déplacements normaux à l'interface eau-latex Σ

3.3 Couplage hydro-élastique

Considérons alors le problème où les domaines solide et fluide sont couplés à l'interface Σ . Pour un problème de vibrations libres, on peut supposer que $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ est une solution harmonique de la forme $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \cdot e^{i\omega t}$ et ignorer toute force surfacique extérieure, soit $\mathbf{f}^d = 0$.

Le système couplé est alors régi par le système d'équations Eq. 4. Les équations Eq. (4d) et les Eq. (4e) expriment la relation de couplage entre les domaines solide et fluide, elles traduisent respectivement l'égalité des contraintes normales dans le solide et le fluide sur l'interface Σ et l'égalité des champs de déplacements normaux sur cette interface.

$$\rho_S \omega^2 \tilde{\mathbf{u}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\tilde{\mathbf{u}}) = \mathbf{0}, \quad \text{sur } \Omega_S, \quad (4a)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \quad \text{sur } \Gamma_S, \quad (4b)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad \text{sur } \Gamma_{ext}, \quad (4c)$$

$$-\boldsymbol{\sigma}(\tilde{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n} = \rho_F \omega^2 \phi \mathbf{n}, \quad \text{sur } \Sigma, \quad (4d)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = \tilde{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{n}, \quad \text{sur } \Sigma, \quad (4e)$$

$$\Delta \phi = 0, \quad \text{sur } \Omega_F, \quad (4f)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \text{sur } \Gamma_g, \quad (4g)$$

$$\phi = 0, \quad \text{sur } \Gamma_l. \quad (4h)$$

Sous sa formulation variationnelle, le problème couplé Eq (4) consiste à chercher $(\mathbf{u}, \phi) \in C_S \times C_F$ tel que $\forall (\mathbf{v}, \psi) \in C_S \times C_F$ cinématiquement admissibles :

$$\omega^2 \int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) = -\omega^2 \int_{\Sigma} \rho_F \phi (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}), \quad (5a)$$

$$\int_{\Omega_F} \rho_F \nabla \phi \cdot \nabla \psi = \int_{\Sigma} \rho_F \psi (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}). \quad (5b)$$

avec,

$$C_S = \{v \in [H^1(\Omega_S)]^2 \mid v = 0 \text{ sur } \Gamma_S\},$$

$$C_F = \{\psi \in H^1(\Omega_F) \mid \psi = 0 \text{ sur } \Gamma_l\}.$$

Ce qui être également formulé par :

$$\mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \omega^2(\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + C_{FS}(\mathbf{v}, \phi)) = 0, \quad (6a)$$

$$\mathcal{M}_F(\phi, \psi) + C_{FS}(\mathbf{u}, \psi) = 0 \quad (6b)$$

avec les opérateurs bilinéaires

$$\mathcal{K}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}), \quad (7a)$$

$$\mathcal{M}_S(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \rho_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \quad (7b)$$

$$\mathcal{M}_F(\phi, \psi) = \int_{\Omega_F} \rho_F \nabla \phi \cdot \nabla \psi, \quad (7c)$$

$$C_{FS}(\mathbf{v}, \phi) = \int_{\Sigma} \rho_F \phi (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}). \quad (7d)$$

Sur la base de la discrétisation par éléments finis [8], il est possible de construire les matrices élémentaires correspondant aux divers termes et écrire le problème matriciel Eq. (9) associé liant les vecteurs de degrés de liberté. Cette discrétisation est faite à l'aide de FreeFEM++ [5], avec un maillage triangulaire utilisant des éléments de Lagrange.

$$\begin{cases} \mathbb{K}_S \mathbf{u} = \omega^2 (\mathbb{M}_S \mathbf{u} + \mathbb{C} \Phi) \\ \mathbb{K}_F \Phi + \mathbb{C}^T \mathbf{u} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

L'élimination de la variable ϕ (notée Φ après discrétisation) par la méthode du complément de Schur fait apparaître la matrice de masse ajoutée $\mathbb{M}_a = \mathbb{C} \mathbb{K}_F^{-1} \mathbb{C}^T$ permettant la prise en compte de l'influence des ondes dans le milieu fluide sur les vibrations de la structure. On lui associe formellement l'opérateur $\mathcal{M}_a(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, sans expression compacte explicite.

L'analyse modale sans précontrainte consiste alors à trouver un déplacement \mathbf{u} et une pulsation ω solutions du problème aux valeurs propres généralisé :

$$\mathbb{K} \mathbf{u} = \omega^2 (\mathbb{M} + \mathbb{M}_a) \mathbf{u}. \quad (9)$$

La résolution de ce problème permet de trouver les fréquences propres du modèle hydro-élastique ainsi que les déformées modales associées aux vecteurs propres de la partie solide. A partir de la deuxième équation du système d'Eq. (8), il est possible d'obtenir un champ modal de potentiel des déplacements fluide ϕ que l'on peut alors ramener aux déplacements fluide modaux u_F en prenant le gradient.

4 Vibrations avec précontrainte de gonflement

La maquette telle que présentée dans [10] repose sur le contrôle du comportement mécanique par action sur la pression d'eau. Les développements qui suivent vise à expliciter la dépendance des caractéristiques résonnantes à cette pression. Il repose sur un premier calcul statique de gonflement des structures latex, le résultat servant de configuration de référence à l'analyse modale avec prise en compte de la précontrainte de gonflement. On considérera la configuration initiale Ω_S , la configuration après gonflement $\Omega_{S,0}$ et la configuration gonflée-déformée $\Omega_{S,*}$, ainsi que les transformations φ_0 et φ_* respectives.



FIGURE 4 – Représentation des différentes étapes de calcul

4.1 Calcul statique

Les pressions d'eau (jusqu'à 10k Pa) peuvent induire de grands déplacements et nécessitent une formulation lagrangienne du problème sur la configuration Ω_S , avec l'introduction du tenseur gradient de déformation $\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \nabla_X \mathbf{u}$ et son déterminant $J(\mathbf{u})$, et celle des tenseurs de Green-Lagrange $\mathbf{E}(\mathbf{u}) = 1/2 (\mathbf{F}(\mathbf{u})^T \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}) - \mathbf{I})$ et de Piola-Kirchhoff de 1^{ere} et 2^{nde} espèce $\mathbf{\Pi}(\mathbf{u})$ et $\mathbf{S}(\mathbf{u})$. Nous supposons, par simplicité, que le matériau obéit à la loi de St Venant-Kirchhoff, extension hyperélastique du comportement élastique linéaire isotrope :

$$\mathbf{S}(\mathbf{u}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E})(\mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{E}(\mathbf{u}). \quad (10)$$

et, par définition

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{u}) \quad (11)$$

En l'absence de forces volumiques et sur la surface externe Γ_d , l'équation d'équilibre et les conditions aux limites s'écrivent :

$$\nabla_X \cdot \mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \text{ sur } \Omega_S \quad (12a)$$

$$\mathbf{u} = 0 \text{ sur le bord encastré } \Gamma_S \quad (12b)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{N} = p J(\mathbf{u}) (\mathbf{F}(\mathbf{u})^{-T} \cdot \mathbf{N}) \text{ sur } \Sigma \quad (12c)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{N} = 0 \text{ sur } \Gamma_d. \quad (12d)$$

La formulation variationnelle sur la configuration non déformée est alors :

$$\forall \mathbf{v}, \int_{\Omega_S} \mathbf{\Pi}(\mathbf{u}) : \nabla_X \mathbf{v} = \int_{\Sigma} p J(\mathbf{u}) (\mathbf{F}(\mathbf{u})^{-T} \cdot \mathbf{N}) \cdot \mathbf{v} \quad (13)$$

avec l'opérateur gradient lagrangien ∇_X , soit encore

$$\forall \mathbf{v}, R(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_S} \mathbf{E}(\mathbf{u}) : \mathbb{C} : \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \mathbf{u}} \cdot \mathbf{v} \right) - \int_{\Sigma} p \mathbf{N} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (14)$$

en ignorant la variation de la normale au cours du gonflement du fait des petites rotations. L'expression $R(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ est non-linéaire et peut faire l'objet d'une recherche itérative de zéro, ici avec la méthode de Newton-Raphson, comme suggéré dans [11]. Pour un itéré \mathbf{u}^k , on cherche l'incrément \mathbf{w} par résolution du système linéaire :

$$\forall \mathbf{v}, R(\mathbf{u}^k, \mathbf{v}) + \left. \frac{\partial R}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^k, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{w} = 0 \quad (15)$$

avec un critère de convergence à 10^{-7} sur la norme \mathcal{L}_2 de \mathbf{w} relativement à celle de l'itéré \mathbf{u}^k .

Le champ vectoriel \mathbf{u}_0 solution de (14) sert ensuite à calculer $J(\mathbf{u}_0)$, $\mathbf{E}(\mathbf{u}_0)$ et $\mathbf{S}(\mathbf{u}_0)$. On en déduit finalement la contrainte de Cauchy par l'expression :

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_0) = J(\mathbf{u}_0)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{u}_0) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)^T, \quad (16)$$

ce champ servant de précontrainte pour la suite.

4.2 Analyse modale avec gonflement

En reprenant les notations de Ref. [11] (Sec. 6), le problème vibratoire autour de l'état d'équilibre \mathbf{u}_0 calculé précédemment consiste à chercher le champ de petits déplacements \mathbf{u}^* tel que

$$\forall \mathbf{v}, \left. \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{u}^* = \omega^2 (\mathcal{M}_S(\mathbf{u}^*, \mathbf{v}) + \mathcal{M}_a(\mathbf{u}^*, \mathbf{v})), \quad (17)$$

en ignorant l'effet des forces extérieures et les variations d'orientation de l'interface Σ pour le calcul modal. Les termes de masse solide \mathcal{M}_S et masse ajoutée hydro-élastique \mathcal{M}_a sont ceux présentés en Sec. 3.

Le terme de gauche représente l'opérateur tangent de rigidité et prend en compte l'influence de la prédéformation \mathbf{u}_0 et de la précontrainte calculé en Eq. (16). Il remplace l'opérateur de rigidité \mathcal{K}_S de l'Eq. (7a) et s'exprime dans la configuration gonflée $\Omega_{S,0}$ (identifiée à $\Omega_{S,*}$) sous la forme :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{K}_{NL}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0, \mathbf{v}} \cdot \mathbf{u}^* = \int_{\Omega_{S,0}} \boldsymbol{\sigma}_0 : (\nabla \mathbf{u}^{*T} \cdot \nabla \mathbf{v}) + \nabla \mathbf{u}^* : \mathbf{C}' : \nabla \mathbf{v} \quad (18)$$

où ∇ est l'opérateur gradient eulérien et \mathbf{C}' est le tenseur d'élasticité tangent habituellement utilisé en formulation lagrangienne actualisée :

$$C'_{ijkl} = \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{E}}(\mathbf{u}_0) \right)_{mnpq} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{im} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{jn} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{kp} \mathbf{F}(\mathbf{u}_0)_{lq} \quad (19)$$

5 Résultats

Cette partie présente les résultats obtenus avec le logiciel éléments finis *FreeFem++*.

5.1 Paramètres géométriques et mécaniques utilisés pour le calcul FEM

La géométrie 2D utilisée, Fig. 2(b), pour le calcul des fréquences propres représente simplement l'épaisseur de latex de la maquette M1 des plis vocaux cylindrique, Fig.2(a). Les paramètres mécaniques du latex sont donnés Tableau 2.

Le domaine solide sur lequel on travaille est particulier

Paramètres géométriques	Paramètres mécaniques
Rayon $R = 10mm$	Module d'Young : $E = 1,8MPa$
Epaisseur $e = 0.25mm$	Coefficient de Poisson : $\nu = 0,49$
	Masse volumique $\rho = 956kg/m^3$

TABLEAU 1 – Paramètres géométriques et mécaniques utilisés pour le calcul 2D

car la dimension sur l'épaisseur e du latex est nettement inférieure à la dimension du demi arc de cercle de rayon R , en effet $\frac{e}{R} = 0.025$. Par conséquent, la construction du maillage pour ce type de géométrie nécessite une attention particulière afin de s'assurer de la conformité des éléments de maillage utilisés. Des calculs de convergence ont ainsi été réalisés afin de déterminer le type et le nombre d'éléments de maillage à utiliser pour que les calculs présentent de bonnes propriétés de convergences. Un exemple de résultat de calcul de convergence est représenté sur la Figure 5. On calcule les fréquences propres pour le problème d'élastodynamique

- Eq (1) - sur le domaine Ω_S , en faisant varier le type d'éléments P1 (éléments de Lagrange d'ordre 1) ou P2 (éléments de Lagrange d'ordre 2) et le nombre de noeuds nMI définis sur les frontières Σ et Γ_{ext} . On calcule ensuite la somme de l'erreur sur les dix premières fréquences propres en fonction d'une solution dite de "référence" ($nMI = 320$) pour laquelle la géométrie est maillée très finement.

Les éléments de Lagrange d'ordre 1 ne permettent pas de

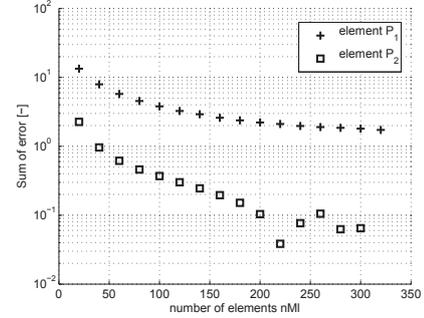


FIGURE 5 – Somme de l'erreur sur les dix premières fréquences propres en fonction du nombre d'éléments nMI (b)

faire converger la solution recherchée (le même résultat a été vérifié sur le calcul des fréquences propres pour le cas analytique des vibrations d'une plaque mince).

5.2 Effet du couplage hydro-élastique

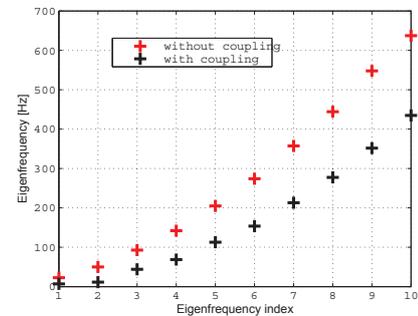


FIGURE 6 – Les dix premières fréquences de résonance du modèle 2D avec (noir) et sans (rouge) prise en compte du couplage hydro-élastique

La Figure 6 présente les dix premières fréquences de résonance du modèle 2D avec et sans prise en compte du couplage hydro-élastique. Le résultat marquant est donc l'impact de l'effet inertiel du fluide sur la structure solide seule qui entraîne une forte décroissance des fréquences de résonances et un changement conséquent des déformées modales.

Pour exemple, Les déformées modales du 1^{er} (4.03 Hz) et 3^{eme} (37.5 Hz) mode de résonance de la structure couplées sont présentés sur la Figure 7. Les paramètres de maillage cités précédemment pour le calcul élastique ont également été testés de la même manière sur le modèle hydro-élastique. Pour ces calculs dans *FreeFem++*, la conformité entre les maillages solide et fluide n'est pas nécessaire. Dans les

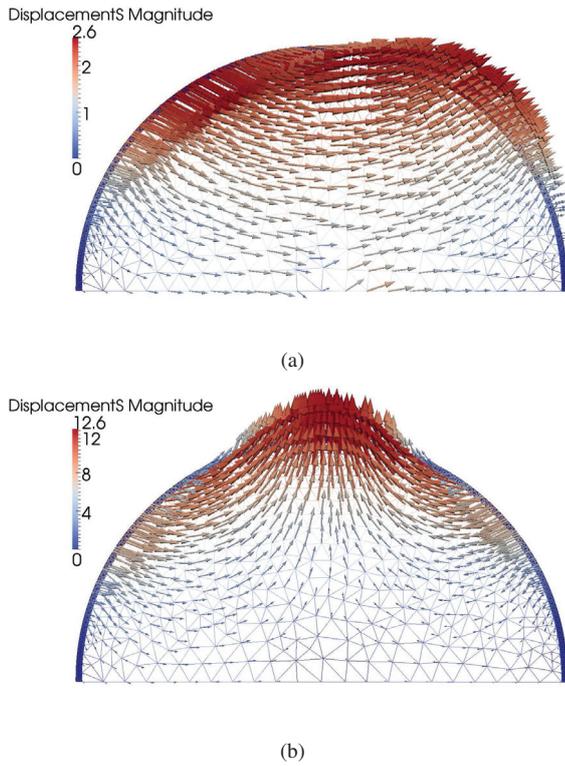


FIGURE 7 – Déformée modale en déplacement des 1^{er} et 3^{me} mode de vibration hydro-élastique

deux cas, les résultats seront quasi-identiques. L’asymétrie du maillage solide semble avoir un effet particulièrement important sur le couplage et donc sur les déformées modales calculées.

Le tableau résume une étude paramétrique sur les différents paramètres du modèle que sont l’épaisseur e de la couche de latex, le module de Young E , le coefficient de poisson ν , les masses volumiques de l’eau ρ_F et du latex ρ_S . On étudie la variation des fréquences propres du modèle si l’on fait varier indépendamment chacun de ces paramètres de $\pm 10\%$ (sauf pour ν où la valeur maximale est pris à 0.499) et on les compare aux fréquences propres calculées avec les paramètres de référence indiqués dans le Tableau 2. Le tableau présente, pour chaque variation de paramètres, la moyenne des fréquences propres normalisées par les fréquences propres du modèle de référence.

Paramètres	valeur à -10%	valeur à +10%
$0.225 < e < 0.275$ [mm]	-12%	+12%
$1.62 < E < 1.98$ [MPa]	-5%	+5%
$860 < \rho_S < 1051$ [$kg.m^{-3}$]	-3%	+3%
$900 < \rho_F < 1100$ [$kg.m^{-3}$]	-2%	+3%
$0.44 < \nu < 0.499$	-3%	+1%

TABLEAU 2 – Valeurs moyennes des fréquences propres normalisées calculés pour chaq utilisés pour le calcul 2D

5.3 Déformation statique sous la pression de l’eau

Le calcul de la déformation statique de la couche de latex soumis à la force de pression de l’eau est réalisé

comme indiqué à la partie 4.1 et nous permet d’accéder au déplacement normal maximum $max(v_n)$ du latex en fonction de la pression d’eau P_{eau} . On peut alors comparer cette valeur à une mesure statique du gonflement des maquettes de plis vocaux, cf. Figure 8, réalisée à partir de la détection du contour glottique sur des photos des plis vocaux au repos prises pour chaque valeur de pression d’eau. La figure 9

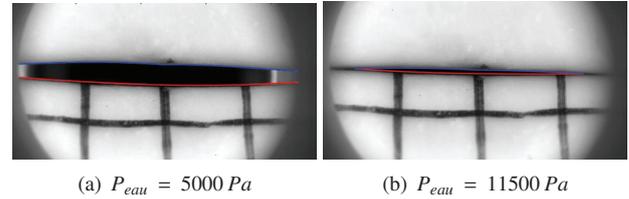


FIGURE 8 – Détection de contours de l’air glottique pour la mesure du gonflement des maquettes de plis vocaux soumis à une pression d’eau P_{eau}

présente le déplacement vertical maximum de l’épaisseur de latex soumis à une pression d’eau P_{eau} . Les déformations hyperélastique présentées dans la partie 4.1 sont comparées à un calcul statique utilisant une loi d’élasticité linéaire et à des valeurs expérimentales (croix rouge). Le zéro des valeurs numériques est ramené à la pression $P_{eau} = 4500 Pa$, afin de correspondre à la valeur expérimentale initiale.

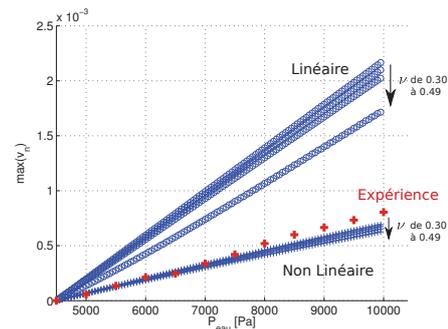


FIGURE 9 – Déplacement statique maximal du latex sous l’action de la pression d’eau P_{eau}

5.4 Effet de la précontrainte sur les vibrations hydro-élastiques

Les résultats de ce calcul nécessitent encore des améliorations et ne seront pas présentés dans ce papier.

6 Conclusion

Bien que Gipsa-lab vise à conserver des maquettes des plis vocaux les plus simples possibles afin d’optimiser leur niveau de contrôle et de compréhension, la modélisation numérique de celles-ci requiert encore de nombreuses améliorations. En effet, chaque étape de calcul peut avoir une influence considérable sur le comportement vibratoire de la structure et peut conduire à l’observation de résultats très différents de ceux mesurés expérimentalement.

Par ailleurs, une fois validée, cette modélisation peut s’avérer un bon outil pour aider à complexifier des modèles

discrets, tels que le modèle à deux masses. En effet, ces modèles pourraient alors servir pour identifier les principaux modes qui participent lors de l'auto-oscillation des plis vocaux.

Références

- [1] J. v. d. BERG, J. T. ZANTEMA & J. P. DOORNENBAL – « On the air resistance and the bernoulli effect of the human larynx », Journal of the Acoustical Society of America **29** (1957), no. 5, p. 626–631.
- [2] A. BERMÚDEZ, R. RODRÍGUEZ & D. SANTAMARINA – « A finite element solution of an added mass formulation for coupled fluid-solid vibrations », Numer. Math. **87** (2000), no. 2, p. 201–227.
- [3] J. CULLEN, J. GILBERT & D. CAMPBELL – « Brass instruments : linear stability analysis and experiments with an artificial mouth », ACUSTICA - acta acustica **86** (2000), p. 704–724.
- [4] J. GILBERT, S. PONTUS & J.-F. PETIOT – « Artificial buzzing lips and brass instruments : Experimental results », The Journal of the Acoustical Society of America **104** (1998), no. 3, p. 1627–1632.
- [5] F. HECHT – « New development in freefem++ », J. Numer. Math. **20** (2012), no. 3-4, p. 251–265.
- [6] A. MAMOU-MANI – « Précontraintes et vibration des tables d'harmonie - vers une modélisation du savoir-faire des fabricants d'instruments de musique », Thèse, Université Pierre et Marie Curie, 2007.
- [7] H. MORAND & R. OHAYON – Interactions fluides-structures, Recherches en mathématiques appliquées, Masson, 1992.
- [8] C. P. – La méthode des éléments finis : de la théorie à la pratique. tome 1, concepts généraux, vol. 1, Les Presses de l'ENSTA, 2009.
- [9] X. PELORSON, A. VAN HIRTUM, B. WU & F. SILVA – « Theoretical and experimental study of glottal geometry in phonation », in Proceedings of the ICA2013, 2013.
- [10] X. PELORSON & X. LAVAL – « An experimental replica of the vocal folds to study normal and pathological voice », in Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference (Nantes, France), 2012.
- [11] J.-S. SCHOTTÉ & R. OHAYON – « Various modelling levels to represent internal liquid behaviour in the vibration analysis of complex structures », Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **198** (2009), no. 21–26, p. 1913–1925.
- [12] F. SILVA, N. HERMANT, X. LAVAL & X. PELORSON – « Techniques expérimentales pour la caractérisation mécanique de maquettes in vitro de cordes vocales », in Proceedings of the CFA2014, 2014.
- [13] C. VILAIN – « Contribution à la synthèse de parole par modèle physique. application à l'étude des voix pathologiques. », Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.