



## **Modèles acoustiques pour matériaux poreux contenant des micro-inclusions partiellement ouvertes**

P. Leclaire<sup>a</sup>, T. Dupont<sup>a</sup> et R. Panneton<sup>b</sup>

<sup>a</sup>ISAT - DRIVE, 49 rue Mademoiselle Bourgeois, B. P. 31, 58027 Nevers, France

<sup>b</sup>GAUS, Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada J1K 2R1  
philippe.leclaire@u-bourgogne.fr

Les matériaux poreux à porosité partiellement ouverte sont des matériaux dont les pores peuvent admettre des micro-inclusions de type cavités ou résonateurs de Helmholtz. Ces matériaux sont par nature légers, ils peuvent être multifonctionnels, être fabriqués à partir de fibres et de particules végétales et sont aisément recyclables. Les matériaux contenant des micro-inclusions partiellement ouvertes ne vérifient pas toutes les hypothèses de Biot dans la modélisation de la propagation acoustique. Ce travail propose une modélisation des propriétés acoustiques de ces matériaux. Il est montré que l'effet des micro-inclusions peut être modélisé de manière indépendante et que ce modèle peut-être associé à n'importe quel modèle acoustique classique (pour matériaux sans micro-inclusions). Plusieurs modèles de micro-inclusions sont proposés. Des résultats expérimentaux sont proposés et comparés aux prédictions d'un modèle acoustique pour matériaux avec micro-inclusions partiellement ouvertes tels que des mousses métalliques ou des matériaux à microgéométrie contrôlée. Il est aussi montré que si l'effet des pores partiellement ouverts peut être traité indépendamment des modèles classiques, la méthode des matrices de transfert est bien adaptée pour la description de simples ou multicouches contenant des pores partiellement ouverts.

## 1 Introduction

Les matériaux poreux saturés de fluide prennent une importance grandissante pour des applications dans les domaines de l'automobile et des transports, en génie civil ou en géophysique. Ces matériaux sont par nature plus légers que les matériaux homogènes classiques et offrent de nombreuses applications potentielles dans les problématiques de réduction du poids et de réduction des émissions carbone. En association avec l'allègement, ces matériaux peuvent démontrer des propriétés extraordinaires de multifonctionnalité alliant divers domaines tels que la mécanique, l'acoustique et les vibrations, la mécanique des fluides et la physique thermique, voire même l'électromagnétisme. Par ailleurs, ces matériaux peuvent facilement être obtenus à partir de procédés de recyclage et peuvent contenir des particules et des fibres d'origine végétale. Notre contribution se focalisera pour l'instant sur les propriétés acoustiques de ces matériaux multifonctionnels.

Ce travail étudie une certaine classe de matériaux poreux: des matériaux à porosité ouverte (vers l'extérieur) mais dont les surfaces latérales des pores peuvent admettre des micro-inclusions (le préfixe « micro » indique l'échelle microscopique des pores) tels que des micro-cavités quart d'onde ou des micro-résonateurs de Helmholtz. La présence de ces pores particuliers peut modifier de manière significative les indicateurs acoustiques de ces matériaux (coefficient d'absorption, indice d'affaiblissement).

Il apparaît que ces matériaux sont en fait très répandus et que de nombreux matériaux naturels ou de la vie courante affichent une porosité partiellement ouverte, en particulier les matériaux peu poreux. Cette constatation ouvre de très nombreuses perspectives de recherche dans les domaines de l'ingénierie acoustique ou de la caractérisation des matériaux. Par ailleurs, ces travaux s'inscrivent dans le cadre de recherches actuelles de la communauté scientifique sur les métamatériaux acoustiques basés sur les cavités et les résonateurs.

Cette communication propose une synthèse de résultats publiés récemment [1,2]. Une méthodologie pour prendre en compte de manière simple les effets induits par la présence de micro-inclusions est présentée. La méthode est basée sur l'association de deux modèles: un modèle classique des matériaux poreux saturés de fluides (par exemple Delany and Bazley ou Biot) et un modèle spécifique décrivant l'effet des micro-inclusions. Pour une propagation linéaire, ce dernier modèle peut être développé indépendamment du modèle acoustique classique et plusieurs solutions sont proposées. Seule la description dans l'approximation du fluide équivalent est proposée ici.

Une vérification expérimentale sur des matériaux à micro-géométrie contrôlée ou sur des matériaux complexes (à microstructure « complexe » et décrits par des fonctions mathématiques « complexes ») utilisés en ingénierie acoustique est proposée.

Le paragraphe 2 propose une synthèse des modèles acoustiques classiques et des paramètres physiques impliqués. La méthode associant le modèle acoustique classique avec le modèle de micro-inclusions ouvertes est présentée dans le paragraphe 3. Le paragraphe 4 propose différents modèles de cavités. Les résultats expérimentaux et leur comparaison avec les prédictions sont présentés dans le paragraphe 5. Enfin, il est montré en paragraphe 6 que la méthode des matrices de transfert est particulièrement bien adaptée pour la description de matériaux poreux simples ou multicouches contenant des pores partiellement ouverts et une nouvelle approche par matrice parallèles est présentée.

## 2 Modèles acoustiques classiques

Durant les 20 dernières années, différents modèles de propagation dans les milieux poreux saturés de fluide ont été développés. Une référence majeure dans le domaine est le livre de J. F. Allard [3] (première et seconde éditions) qui fournit le cadre théorique pour résoudre un grand nombre de problèmes d'ingénierie acoustique.

En 1956, M. A. Biot [4] a publié une théorie phénoménologique de la propagation dans les milieux poreux saturés de fluide tenant compte des interactions élastiques, inertielles et visqueuses entre les phases (fluide et solide). Dans ce modèle, le milieu est poroélastique. Biot étudia les comportements basse et haute fréquences séparés par une fréquence caractéristique. Le régime des hautes fréquences est défini lorsque le profil d'écoulement dans les pores dévie de la loi de Poiseuille. Suite aux travaux de Biot, des développements très utiles furent proposés. Le modèle de Johnson-Champoux-Allard [5,6] en ingénierie acoustique ainsi que de nombreux autres modèles sont basés sur la théorie de Biot.

D'autres types de modèles furent développés dont certains sont empiriques. Le modèle de Delany and Bazley par exemple et diverses extensions sont encore très utilisés de nos jours. D'autres modèles tel que le modèle de Wilson [7] sont basés sur d'autres principes physiques. D'autres approches ont également été proposées tel que le modèle de Chevillotte, Perrot et Panneton [8] basé sur une approche micro-macro et un processus d'homogénéisation.

Cet article concerne les modèles les plus raffinés basés sur la théorie de Biot et capable si nécessaire d'inclure la poroélasticité. Toutefois, dans les cas où le solide est

beaucoup plus rigide et lourd que le fluide, ou dans le cas où le squelette solide est très léger et souple de sorte qu'il n'offre pas de résistance à la déformation, le milieu poreux est considéré comme un fluide possédant des propriétés effectives dans l'approximation du « fluide équivalent » ou dans l'approximation « limp », respectivement [9]. Notre étude se situe dans l'une ou l'autre de ces approximations.

### 3 Effet de la présence de micro-inclusions ouvertes

#### 3.1 Description microscopique

La Figure 1 montre un exemple de matériau poreux contenant des micro-inclusions. Dans cet exemple, le fait que certains pores ne soient connectés à l'extérieur que par une extrémité est responsable de l'absence d'écoulement dans tous les pores du milieu poreux au cours de la propagation des ondes. Ceci est en contradiction avec l'une des hypothèses de la théorie de Biot qui affirme, même si « implicitement », que les couches limites au sein de tous les pores sont le siège d'interactions visqueuses. Ces interactions ne peuvent exister en l'absence d'écoulement.

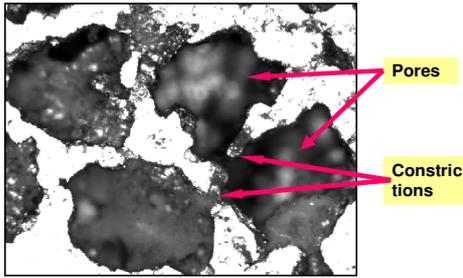


Figure 1: Exemple de matériau poreux (mousse d'aluminium) contenant une proportion de micro-inclusions ouvertes. Les régions sombres représentent l'espace poreux.

Pour modéliser ce phénomène, le matériau de la Figure 1 peut être représenté à l'échelle microscopique par des conduits à géométrie simple dans un premier temps. Un conduit de section constante  $S$  est considéré sur la Figure 2a. Le côté droit de ce conduit se divise en deux conduits auxiliaires 1 et 2 de sections également constantes  $S_1$  et  $S_2$ , respectivement.

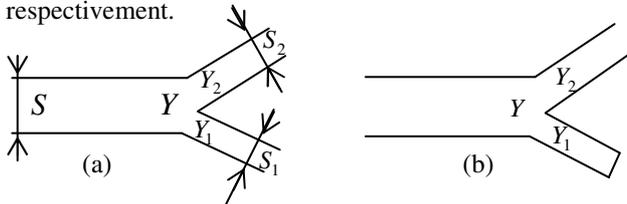


Figure 2: Jonction en forme de Y dans un milieu poreux entre trois conduits (a) ouverts, (b) deux conduits ouverts et le troisième obturé.

Au niveau de la jonction en forme de Y, des admittances acoustiques  $Y$ ,  $Y_1$  et  $Y_2$  peuvent être définies pour chaque branche. Celles-ci sont reliées aux impédances caractéristiques pour chaque branche par les relations suivantes [10] :

$$Y = \frac{S}{Z}, \quad Y_1 = \frac{S_1}{Z_1}, \quad Y_2 = \frac{S_2}{Z_2}. \quad (1)$$

Les conditions aux limites sont que les pressions acoustiques sont égales des deux côtés de la jonction et que les débits sont conservés. Ainsi, en supposant une propagation de droite à gauche, la relation entre admittances est :

$$Y = Y_1 + Y_2. \quad (2)$$

Si maintenant, l'une des branches est obturée, par exemple la branche 1 (Figure 2b), la relation (2) reste valable à la différence près que  $Y$  représente maintenant une admittance locale à la sortie de la branche principale tandis que  $Y_1$  représente l'admittance locale à l'entrée de la branche 1 [Réf. 10]. Si la branche 1 a une section constante et si l'obturation est perpendiculaire à l'axe de la branche, l'admittance  $Y_1$  est donnée par :

$$Y_1 = \frac{S_1}{-jZ_C \cotan(kl)}, \quad (3)$$

où  $Z_C$  est l'impédance caractéristique du fluide,  $k$  le nombre d'onde,  $l$  la longueur de la branche obturée (cavité) et  $j$  le nombre complexe imaginaire unitaire (une dépendance temporelle en  $\exp(j\omega t)$  a été choisie,  $\omega$  étant la pulsation).

#### 3.2 Description macroscopique

Dans la plupart des cas en acoustique audible, les longueurs d'ondes sont très supérieures aux dimensions caractéristiques des hétérogénéités et par ailleurs, la propagation s'effectue en régime linéaire. Le comportement décrit par la relation (2) peut être homogénéisé à l'aide d'une relation simple :

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2, \quad (4)$$

où  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Y}_1$  et  $\bar{Y}_2$  représentent les quantités moyennées associées à  $Y$ ,  $Y_1$  et  $Y_2$ , respectivement, dans un volume d'homogénéisation dans le milieu poreux. On pense que cette relation (proposée sans démonstration et sans terme croisé) est valable pour un grand nombre de cas en propagation linéaire. Sa validité sera testée dans la partie expérimentale de cette étude. De plus, on suppose que les sections de toutes les branches sont uniformes statistiquement de sorte qu'elles ne jouent aucun rôle dans l'équation 4. Compte tenu de ces hypothèses, l'Eq. (4) peut facilement être interprétée. Pour une propagation linéaire, le comportement acoustique d'un matériau de porosité ouverte totale  $\phi$  et contenant des micro-inclusions est obtenu par la somme de deux contributions correspondantes à la porosité cinématique  $\phi_B$  (porosité de Biot) et à la porosité des pores partiellement ouverts  $\phi_{DE}$  (celle des micro-inclusions). Ces deux porosités sont reliées par une relation simple :

$$\phi = \phi_B + \phi_{DE}. \quad (5)$$

La porosité cinématique correspond à celle où toutes les hypothèses de Biot sont vérifiées (voir paragraphe 2). On pense que l'hypothèse de Biot n'est pas vérifiée dans les micro-inclusions. En effet, de par le fait que ces pores sont obturés et non débouchants, aucun écoulement ne peut avoir lieu en leur sein. En conséquence, une fraction des pores (les micro-inclusions) n'obéit pas à l'hypothèse de Biot et ne participe pas à l'atténuation des ondes de manière classique par frottement visqueux. Les micro-inclusions peuvent être de type cavité quart d'onde ou résonateur de Helmholtz. Zwikker and Kosten [11] furent les premiers à noter l'existence de micro-inclusions dans certains matériaux saturés d'air mais la modélisation de ces matériaux est plus récente [1,2]. Dans la présente étude, il

est montré que ces structures peuvent résulter en l'existence de pics de résonance dans les courbes d'absorption acoustique et d'indice d'affaiblissement. Ces résonances peuvent être interprétées comme étant dus à la présence de champs stationnaires dans les cavités obturées avec absence d'écoulement mais seulement des variations de pression acoustique. Ces variations correspondent au terme  $Y_1$ , tandis que la porosité de Biot classique (porosité cinématique) est prise en compte par le terme  $Y_2$ .

### 3.3 Principe de modélisation acoustique de matériaux poreux contenant des micro-inclusions ouvertes

L'effet des micro-inclusions ouvertes peut être ajouté à n'importe quel modèle acoustique classique (valable pour la porosité cinématique) à l'aide la procédure suivante :

i) la contribution  $Y_2$  dans l'Eq. (4) est d'abord calculée en considérant un matériau de porosité  $\phi_B$ . Dans la référence [1], le modèle classique de Johnson-Champoux-Allard (JCA) a été utilisé;

ii) la contribution des micro-inclusions ouvertes est ensuite calculée dans un modèle de cavité ou de résonateur dans lequel la porosité  $\phi_{DE}$  est utilisée. Des exemples de modèles possibles sont proposés dans la section suivante.

Les indicateurs acoustiques pour un matériau de porosité ouverte totale  $\phi$  sont ensuite déduits à partir de l'admittance donnée par l'Eq. (4). La procédure est illustrée schématiquement dans la Figure 3.

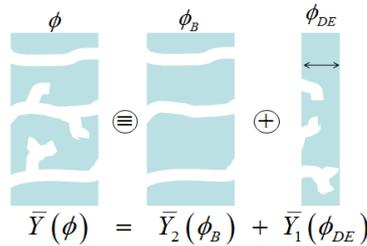


Figure 3: Principe de la procédure permettant d'inclure l'effet des micro-inclusions partiellement ouvertes dans n'importe quel modèle acoustique classique.

## 4 Modèles de micro-inclusions

### 4.1 Micro-cavités quart d'onde, $\phi_{DE}$ , $l_{DE}$

Le problème consiste maintenant à trouver une expression adéquate pour l'admittance  $Y_1$ . Si l'on considère que toutes les micro-inclusions ouvertes constituent une collection (avec un nombre suffisant d'éléments) de micro-cavités quart d'onde rigides, de section constante, on peut définir à l'aide de l'Eq. (3) une valeur moyenne, intégrée dans le volume d'homogénéisation total  $V_{DE}$  des micro-cavités :

$$\bar{Y}_1 = \frac{j}{Z_C} \frac{V_{DE}}{\iiint_{V_{DE}} \tan(kl) dV}. \quad (6)$$

Il est connu que dans ce type de cavité, des ondes stationnaires sont obtenues. L'Eq. (6) représente alors un champ d'ondes stationnaires moyenné obtenu grâce aux contributions de toutes les cavités dans le matériau.

Si l'hypothèse additionnelle  $kl \ll 1$  est effectuée, l'Eq. (6) devient, au premier ordre :

$$\bar{Y}_1 \approx \frac{jk}{Z_C} \frac{V_{DE}}{\iiint_{V_{DE}} dV}. \quad (7)$$

Cette hypothèse est valable pour des micro-cavités bien plus courtes que les longueurs d'ondes acoustiques. En introduisant la longueur moyenne des micro-cavités :

$$l_{DE} = \frac{V_{DE}}{\iiint_{V_{DE}} dV}, \quad (8)$$

L'admittance (6, 7) est finalement exprimée :

$$\bar{Y}_1 \approx \frac{jk}{Z_C} l_{DE}. \quad (9)$$

### 4.2 Micro-cavités quart d'onde, $\phi_{DE}$ , $l_{DE}^e$

Dans l'expression (8), l'intégration est effectuée dans un volume d'homogénéisation  $V_{DE}$  correspondant à la somme des volumes d'un grand nombre de micro-cavités, de sorte que la longueur est moyennée. Il est anticipé que dans les problèmes poroélastiques avec prise en compte de l'élasticité du squelette, une longueur effective moyenne des micro-cavités pourrait être utilisée :

$$l_{DE}^e = \frac{\iiint_V l dV}{\iiint_V dV}. \quad (10)$$

La différence essentielle avec le paramètre précédemment défini est que l'intégration est maintenant effectuée dans un volume  $V$  de l'agrégat poreux (fluide + solide). Ce volume doit contenir suffisamment de micro-cavités pour que la moyenne soit valide. La relation avec le paramètre  $l_{DE}$  est fournie en développant le numérateur :

$$l_{DE}^e = \frac{\iiint_V l dV}{\iiint_V dV} = \frac{\iiint_{V_{DE}} l dV + \iiint_{V_B+V_S} l dV}{\iiint_V dV}, \quad (11)$$

où le volume total d'homogénéisation  $V$  est la somme :

$$V = V_S + V_B + V_{DE}, \quad (12)$$

où  $V_{DE}$  est le volume de fluide dans les micro-cavités,  $V_B$  le volume de fluide dans la porosité cinématique et  $V_S$  le volume de solide dans le volume d'agrégat  $V$ . La contribution de la deuxième intégrale du membre de droite de l'Eq. (11) est nulle puisqu'il n'y a pas de cavité dans  $V_B$  ou  $V_S$ . Par conséquent (expression légèrement différente de (11)) :

$$l_{DE}^e = \frac{\iiint_{V_{DE}} l dV}{\iiint_V dV}. \quad (13)$$

Puisque :

$$\frac{\iiint_{V_{DE}} l dV}{\iiint_V dV} = \frac{\iiint_{V_{DE}} l dV}{\iiint_{V_{DE}} dV} \cdot \frac{\iiint_{V_{DE}} dV}{\iiint_V dV}, \quad (14)$$

on peut facilement voir que la relation entre les longueurs moyennes est :

$$l_{DE}^e = \phi_{DE} l_{DE} \quad (15)$$

Dans la référence [1], la validité de l'expression de  $l_{DE}$  fut démontrée dans le cas de la géométrie de la Figure 4 montrant un matériau poreux (ici un microperforé) incorporant des micro-cavités de surface. En utilisant la même méthode pour  $l_{DE}^e$ , l'Eq. (15) est facilement démontrée pour ce même matériau. En utilisant (10) ou (11):

$$l_{DE}^e = \frac{\iiint_V l dV}{\iiint_V dV} = \frac{V_{DE}}{V} \quad (16)$$

$$= \frac{V_{DE}d + V_{DE}d + \dots + V_{DE}d}{V + V + \dots + V} = \frac{nV_{DE}d}{nV} = \phi_{DE}d$$

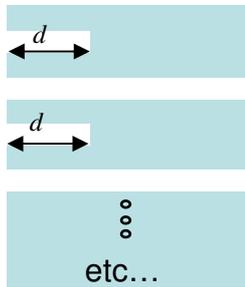


Figure 4 : Une géométrie simple pour un matériau contenant des pores partiellement ouverts (micro-cavités de surface)

La longueur effective moyenne  $l_{DE}^e$  des micro-cavités est à utiliser en combinaison avec une admittance effective définie dans le volume  $V$  d'agrégat poreux :

$$\bar{Y}_1^e = \frac{j}{Z_C} \frac{\iiint_V \tan(kl) dV}{\iiint_V dV} \approx \frac{j}{Z_C} kl_{DE}^e \quad (17)$$

### 4.3 Micro-inclusions à géométrie complexe

Dans les modèles précédents, les micro-cavités sont supposées être à section constantes et l'obturation être perpendiculaire à l'axe de la cavité. Afin de tenir compte de géométries plus complexes incluant des géométries de type résonateur de Helmholtz par exemple, une étude numérique du champ acoustique devrait être entreprise dans chaque pore d'un matériau tel que celui de la Figure 1. Cette étude devrait être suivie dans le cadre d'une approche micro-macro [8] d'un processus d'homogénéisation des comportements individuels de tous les pores.

Une approche différente (celle choisie ici) consiste à considérer que chaque micro-inclusion peut être isolée comme illustré sur la Figure 3 et traités séparément. Le problème se réduit alors au calcul classique de l'admittance de surface d'une couche d'épaisseur  $l_{DE}$  (ou  $l_{DE}^e$ ) de matériau poreux appliquée sur un mur rigide. Ainsi, le modèle acoustique classique choisi peut être utilisé

successivement pour le matériau de porosité  $\phi_B$  sans micro-inclusion puis pour la couche de micro-inclusions de porosité  $\phi_{DE}$  appliquée sur le mur rigide :

$$\bar{Y}(\phi) = \bar{Y}_2(\phi_B) + \bar{Y}_1(\phi_{DE}) \quad (18)$$

Les expressions de la masse volumique effective et de la rigidité du fluide équivalent devraient être les mêmes dans la première et dans seconde utilisation du modèle acoustique classique. Ainsi si par exemple le modèle classique JCA est utilisé, la complexité de la microstructure est prise en compte à travers les paramètres du modèle (porosité  $\phi$ , tortuosité  $\alpha_\infty$ , résistivité au passage de l'air  $\sigma$  et longueurs caractéristiques visqueuse  $\Lambda$  et thermique  $\Lambda'$ ). Ces paramètres sont des grandeurs physiques mesurables intégrant la complexité de la microstructure.

Cette approche est basée sur le fait que l'effet des micro-inclusions peut être traité séparément. Toutefois une approche plus fondamentale de l'homogénéisation sera nécessaire pour valider cette approche (par une approche micro-macro). On pense également que la description rigoureuse de ces matériaux requière l'utilisation de principes généraux de physique statistique telle que le principe d'ergodicité. Pour le moment, l'approche simple basée sur l'homogénéisation *a priori* a fourni de bons résultats (voir paragraphe 5). On pense que l'approche utilisée est valable si la propagation est linéaire (dans ce cas, les comportements peuvent simplement être ajoutés).

## 5 Résultats expérimentaux et comparaison avec les résultats du modèle

Les expériences furent conduites sur différents matériaux susceptibles de contenir des micro-inclusions tels qu'une mousse métallique (matériau B, Figure 1) ou un matériau à microstructure contrôlée (matériau A, Figure 5) spécialement fabriqué pour valider l'approche théorique. Les propriétés physiques de ces matériaux sont affichées dans le Tableau I (propriétés classiques) et dans le Tableau II (paramètres physiques nouveaux introduits par les micro-inclusions).

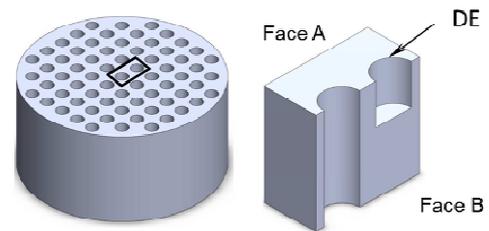


Figure 5 : Matériau poreux à microgéométrie contrôlée incorporant des micro-inclusions de surface. Matériau A.

Le matériau A a été pensé en vue de valider le modèle. Il a été obtenu en effectuant dans un échantillon cylindrique de téflon des perforations circulaires de diamètres choisis. Certaines perforations traversent de part en part le matériau (porosité cinématique) tandis que d'autres s'arrêtent dans l'épaisseur (micro-inclusions de surface). Le but est de créer un matériau tel que celui de la Figure 4 ou 5. Par construction, les propriétés physiques (porosité, tortuosité, résistivité, longueurs caractéristiques) de ce matériau sont parfaitement définis à part la tortuosité pour laquelle on a supposé qu'elle valait 1. Il a également été supposé que ces paramètres sont connus sans erreur.

Matériau	$A$ ( $\mu\text{m}$ )	$A'$ ( $\mu\text{m}$ )	$\alpha_\infty$	$\sigma$ ( $\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ )	$\phi$ (%)
A	900	1000	1	1050	27.5
B	101 $\pm 4$	352 $\pm 14$	2.25 $\pm 0.05$	19713 $\pm 300$	64.5 $\pm 3$

Table I. Propriétés classiques des matériaux poreux. Pour le matériau B, les paramètres ont été mesurés.

Matériau	$\phi_B$ (%)	$\phi_{DE}$ (%)	$l_{DE}$ (mm)
A	14	13.5	25
B	55 $\pm 3.2$	7.5 $\pm 3.2$	$\approx 7d_{cell}$ Fitting

Table II. Propriétés des matériaux liées aux micro-inclusions. Pour le matériau B, les paramètres ont été mesurés [11] ou ajustés (pour  $l_{DE}$ ).

Le matériau B correspond à une mousse d'aluminium. Les paramètres classiques ont été déterminés par des méthodes classiques de caractérisation de matériaux poreux. Une synthèse de ces méthodes est proposée dans la référence 2. La porosité des micro-inclusions a été déterminée à l'aide d'une méthode proposée récemment par Dupont et al. [11]. Aucune méthode de mesure de la longueur moyenne des cavités n'ayant été développée pour le moment, ce paramètre a été déterminé par ajustement des courbes théoriques aux résultats expérimentaux. Cette étude vise seulement à démontrer que les micro-cavités peuvent avoir un effet significatif sur les indicateurs acoustiques et permet de proposer un modèle tenant compte de cet effet.

Les Figures 6, 7 et 8 montrent les résultats expérimentaux pour le coefficient d'absorption (Fig. 6 et 7, matériau A) et l'indice d'affaiblissement (Fig. 8, matériau B) pour les matériaux A et B ainsi que la comparaison avec les prédictions théoriques.

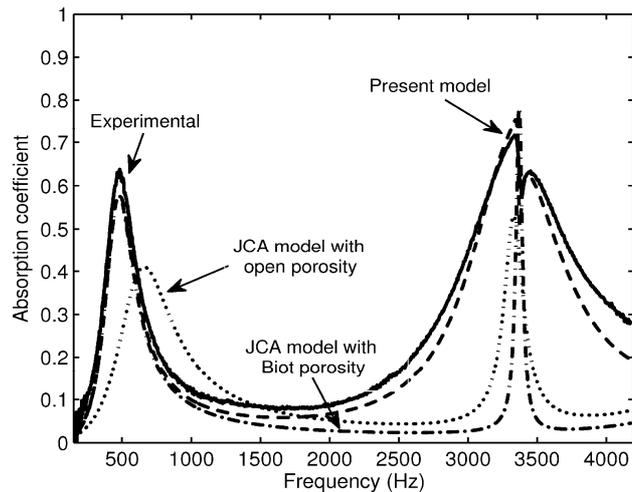


Figure 6 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques sur le coefficient d'absorption (matériau A).

Pour les deux matériaux, le modèle acoustique classique choisi est celui de Johnson-Champoux-Allard (JCA). Ce modèle est utilisé aussi bien pour décrire les pores cinématiques que les micro-inclusions (voir paragraphe 4.3).

Dans chaque cas, il apparaît clairement que le modèle classique JCA utilisé sans tenir compte de l'effet des micro-

inclusions (pointillés) prédit assez mal le comportement acoustique. Une correction de porosité seule (tirets-points) améliore nettement l'accord théorie/expérience. Cette correction consiste à simplement ne pas tenir compte du terme de champs stationnaire  $\bar{Y}_1(\phi_{DE})$  dans l'Eq. (18). Le meilleur accord (tirets) est obtenu en utilisant complètement la procédure décrite dans le paragraphe 4.3 qui tient compte de la correction de porosité ainsi que du terme  $\bar{Y}_1(\phi_{DE})$ .

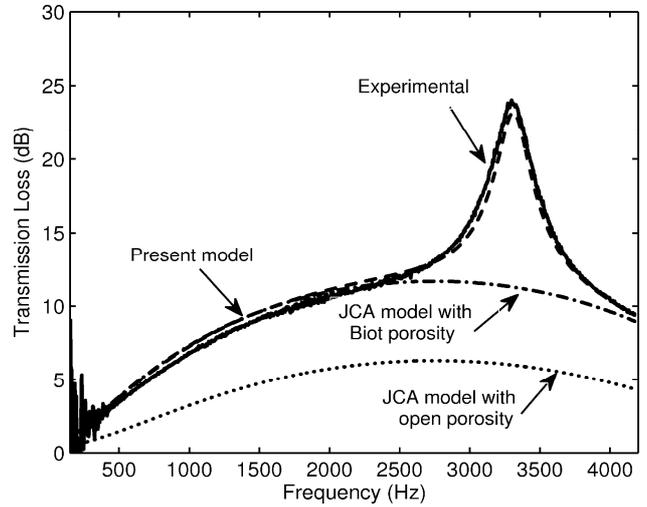


Figure 7 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques sur l'indice d'affaiblissement (matériau A).

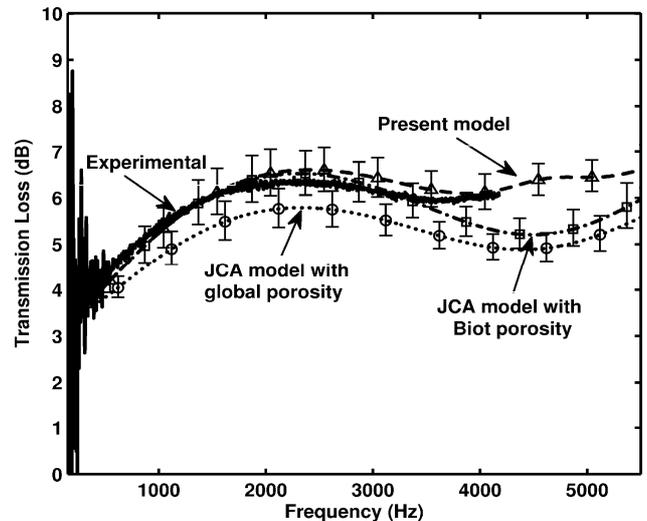


Figure 8 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques sur l'indice d'affaiblissement (matériau B).

## 6 TMM et P-TMM

Le principe de la modélisation proposée de l'influence des micro-inclusions est basé sur la relation microscopique (2) sur les admittances et sur la relation (4) obtenue après homogénéisation. Cette dernière relation suppose que les contributions des micro-inclusions peuvent être sommées et moyennées puis traité séparément. La procédure est illustrée par la Figure 3. Une approche différente à également été proposée dans laquelle le pore obturé observable sur la Figure 2b modélisant une micro-inclusion est placé en parallèle du pore cinématique dans une cellule élémentaire microscopique, comme illustré sur la Figure 9.

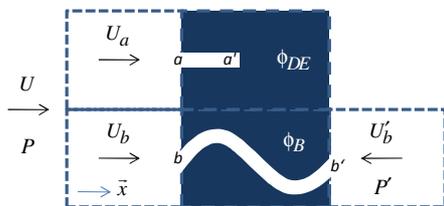


Figure 9 : Placement de la micro-inclusion en parallèle du pore principal (cinématique) dans une cellule élémentaire.

Cette cellule est particulièrement bien adaptée au formalisme mathématique des matrices de transfert ainsi qu'à l'implémentation de codes d'éléments finis. Cette approche utilise également le fait que l'influence de la micro-inclusion peut être traitée séparément de celle du pore principal cinématique. La modélisation des indicateurs acoustique par cette méthode pour des matériaux contenant des micro-inclusions est détaillée dans la référence [1].

Cette étude est à l'origine du développement d'une nouvelle approche de la modélisation de nombreux problèmes acoustiques à l'aide des matrices de transfert. La notion de matrices de transfert parallèles ou P-TMM a récemment été introduite [12,13]. Les ramifications du point de vue des applications de ce nouveau concept sont larges et continuent à s'étendre. De nouvelles applications des P-TMM ont récemment été découvertes comme par exemple l'étude de mosaïques acoustiques [12], l'étude des diffuseurs acoustiques 3D absorbants ou non [13] ou encore le développement de nouvelles méthodes semi-numériques [13]. Par ailleurs, les P-TMM pourraient intervenir dans la modélisation d'une certaine classe de matériaux macroscopiquement inhomogènes. Cette étude est en cours.

## 7 Conclusion

Une modélisation simple des effets de la présence de micro-inclusions partiellement ouvertes (micro-cavités, micro-résonateurs) le long des pores d'un matériau poreux saturé d'air a été proposée.

Il a été montré que si l'influence d'une micro-inclusion peut être séparée de celle du pore cinématique principal, un modèle de micro-inclusions peut être associé à n'importe quel modèle acoustique classique. Dans ce travail, le modèle classique de Johnson-Champoux-Allard a été utilisé pour les pores cinématiques et plusieurs modèles de cavités ont été proposées pour modéliser les micro-inclusions.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives de recherche dans les domaines des matériaux acoustiques absorbants et leur caractérisation, des métamatériaux, et dans un vaste domaine d'autres applications en ingénierie acoustique, en particulier grâce au concept de matrices de transfert parallèles (P-TMM), développé récemment.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Dr. O. Sicot et Prof. X. L. Gong pour leur aide dans la conception et la fabrication des mousses d'aluminium et pour le partage de leur expertise en mécanique de matériaux hétérogènes.

## Références

- [1] T. Dupont, P. Leclaire, O. Sicot, X. L. Gong and R. Panneton, Acoustic properties of air-saturated porous materials containing dead-end porosity, *Journal of Applied Physics* **110**, 094903 - 094903-13 (2011).
- [2] P. Leclaire, T. Dupont and R. Panneton, Acoustics of porous materials with partially opened porosity, *Journal of the Acoustical Society of America* **136**, 4630-4641 (2013).
- [3] J. F. Allard and N. Atalla, *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*, Elsevier, New York, first edition (1993), and Wiley and Sons. Ltd., New York, second edition (2009).
- [4] M. A. Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low frequency range. II. Higher frequency range, *Journal of the Acoustical Society of America* **28**, 168-191 (1956).
- [5] D. L. Johnson, J. Koplik and R. Dashen, Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, *Journal of Fluid Mechanics* **176**, 379-402 (1987).
- [6] Y. Champoux and J. F. Allard, Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media, *Journal of Applied Physics* **70**, 1975-1979 (1991).
- [7] D. K. Wilson, Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure, *Journal of the Acoustical Society of America* **94**, 1136-1145 (1993).
- [8] F. Chevillotte, C. Perrot, and R. Panneton. Microstructure based model for sound absorption predictions of perforated closed-cell metallic foams, *Journal of the Acoustical Society of America* **128**, 1766-1776 (2010).
- [9] R. Panneton, Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media, *Journal of the Acoustical Society of America* **122**, EL217-222 (2007).
- [10] D. T. Blackstock, *Fundamentals of physical acoustics*, Wiley and Sons Inc., New York, (2000). pp. 156-158.
- [11] T. Dupont, P. Leclaire and R. Panneton (2013), Acoustic methods for measuring the porosities of porous materials incorporating dead-end pores *Journal of the Acoustical Society of America* **133**, 2136-2145 (2013).
- [12] R. Panneton, K. Verdière, S. Elkoun, T. Dupont and P. Leclaire, Acoustic modeling of locally reacting mosaic materials, Proc. Internoise 2012, August 19-22, New York (2012).
- [13] K. Verdière, R. Panneton, S. Elkoun, T. Dupont and P. Leclaire, Transfer matrix method applied to the parallel assembly of sound, *Journal of the Acoustical Society of America* **134**, 4648- 4658 (2013).