



Modélisation de sols irréguliers par une impédance effective : application aux méthodes temporelles

O. Faure^a, B. Gauvreau^a, F. Junker^b et P. Lafon^b

^aIfsttar, Route de Bouaye, CS4, 44344 Bouguenais Cedex, France

^bLaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193, 1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex, France
olivier.faure@ifsttar.fr

Les sols naturels peuvent présenter des irrégularités de petite échelle par rapport à la longueur d'onde (rugosité). Les effets de cette rugosité peuvent être modélisés en se rapportant à un sol plat avec une impédance effective. L'utilisation de modèles d'impédance effective dans les méthodes numériques de référence dans le domaine temporel pour la propagation acoustique en milieu extérieur comme la TLM et la FDTD permettrait de prendre en compte simplement les effets de la rugosité. Un modèle d'impédance effective calculé en fonction du spectre de rugosité est présenté. Il est validé pour la propagation acoustique en milieu extérieur par comparaison avec des résultats de simulations numériques de propagation au-dessus de sols présentant un profil de rugosité. L'implémentation de ce modèle dans les méthodes temporelles est exposée. Les résultats de calculs montrent l'intérêt d'utiliser une impédance effective pour modéliser les effets de la rugosité dans les codes de calcul pour la propagation en milieu extérieur.

1 Introduction

L'impact acoustique des installations industrielles ou de transports sur leur environnement est fréquemment évalué en utilisant des méthodes d'ingénierie simplifiées. Afin de les valider et de les améliorer, il est nécessaire de disposer de résultats de référence expérimentaux ou numériques de propagation en milieu extérieur.

Ces travaux portent sur la modélisation de la rugosité du sol dans les méthodes numériques temporelles de référence. En effet, certains sols naturels peuvent présenter des irrégularités de petite échelle (inférieure à la longueur d'onde). La modélisation d'une rugosité de fine échelle dans les simulations conduit à un maillage plus fin à la frontière et à une augmentation des temps de calcul. De plus cette rugosité est souvent mal caractérisée et connue de manière statistique. C'est pourquoi on s'intéresse à des modèles d'impédance effective, qui prennent en compte les effets de la rugosité de surface en se rapportant à une surface plane avec une condition d'impédance modifiée. Le modèle d'impédance effective "à bosses" proposé par Attenborough *et al.* prend en compte une rugosité constituée de petits diffuseurs de géométrie fixe répartis régulièrement le long du chemin de propagation et permet de calculer une impédance effective fonction de la géométrie des diffuseurs [1, 2]. Dans une précédente communication [3], nous l'avons implémenté dans deux méthodes temporelles, un code FDTD développé à EDF R&D et un code TLM développé à l'Ifsttar. Dans cet article, on cherche à valider et implémenter un autre modèle d'impédance effective provenant de travaux en électromagnétisme, plus général et fonction du spectre de rugosité du profil, et donc plus réaliste.

Dans la section 2, on présente les deux méthodes temporelles et la manière d'implémenter dans les codes une condition d'impédance définie dans le domaine fréquentiel (en particulier le modèle de Miki). Dans la section 3, le modèle d'impédance effective est exposé et comparé avec le modèle à bosses. Dans la section 4, ce modèle est validé numériquement pour la propagation extérieure pour des sols aux spectres de rugosité gaussiens. Enfin, dans la section 5, le modèle d'impédance effective est passé dans le domaine temporel et son implémentation dans les codes de calcul est validée.

2 Méthodes numériques dans le domaine temporel

On s'intéresse à des modèles numériques de propagation dans le domaine temporel car ils peuvent prendre en compte les fluctuations spatiales et temporelles du milieu de

propagation, notamment celles dues aux écoulements (vent), ainsi que les phénomènes transitoires. En outre, ces modèles temporels permettent d'avoir accès à d'autres indicateurs que le dBA, e.g. le temps de réverbération.

2.1 Résolution des EEL par FDTD

Code_Safari [4] est un code de mécanique des fluides compressibles qui résout les équations de Navier-Stokes et plus particulièrement les équations d'Euler linéarisées (EEL) pour modéliser la propagation acoustique en milieu extérieur. La résolution est faite par des schémas aux différences finies (Finite Difference Time Domain, FDTD) d'ordre élevé. Le solveur gère les maillages curvilignes structurés et la technique des maillages recouvrants ou "Chimère" permet d'envisager la modélisation de configurations et de géométries complexes. L'ensemble des grilles ou maillages élémentaires construits à partir des frontières des solides présents dans le domaine fluide forme alors un maillage composite et la communication entre les différents maillages élémentaires est réalisée à l'aide d'interpolations d'ordre élevé.

2.2 Méthode Transmission Line Matrix

Contrairement à la FDTD, la TLM n'est pas fondée sur la résolution d'équations de propagation. En outre elle ne calcule à chaque pas de temps que la pression acoustique et ne permet pas d'accéder à un champ de vitesse acoustique. La méthode TLM est basée sur une discrétisation du principe d'Huygens, selon lequel un front d'onde peut être décomposé en un ensemble de sources secondaires émettant des ondelettes sphériques de même amplitude, fréquence et phase. Dans la TLM, ces sources secondaires sont assimilées à des nœuds entre lesquels la fluctuation de pression est transmise par des lignes de transmission. Ainsi, le milieu de propagation discrétisé est une grille cartésienne de pas constant Δx dans toutes les directions, qui modélise un réseau de lignes de transmission dans lequel se propagent les impulsions de pression. A chaque itération temporelle et à chaque nœud, on distingue deux types d'impulsions : les impulsions incidentes ${}_tI^n$ et les impulsions diffusées ${}_tS^n$, comme illustré sur la figure 1.a pour une propagation à deux dimensions dans un milieu homogène et non-dissipatif. Dans un tel milieu, à un temps donné t et au nœud (i, j) , les impulsions incidentes et diffusées sont reliées par la relation matricielle [5] :

$${}_tS_{(i,j)} = {}_tD_{(i,j)} \cdot {}_tI_{(i,j)}, \quad (1)$$

où

$${}_tI_{(i,j)} = [{}_tI^1; {}_tI^2; {}_tI^3; {}_tI^4]^T, \quad (2)$$

$${}^tS_{(i,j)} = [{}^tS^1; {}^tS^2; {}^tS^3; {}^tS^4]^T, \quad (3)$$

$${}^tD_{(i,j)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}_{(i,j)}, \quad (4)$$

La diffusion du champ acoustique et l'itération temporelle sont faits en considérant que l'impulsion incidente I^2 reçue au noeud (i, j) au temps $t + \Delta t$ est égale à l'impulsion diffusée S^1 émise par le noeud voisin $(i + 1, j)$ au temps t (figure 1.b). En raisonnant de même dans toutes les directions, il vient les lois de connexion suivantes :

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}I_{(i,j)}^1 &= {}^tS_{(i-1,j)}^2, & {}^{t+\Delta t}I_{(i,j)}^2 &= {}^tS_{(i+1,j)}^1, \\ {}^{t+\Delta t}I_{(i,j)}^3 &= {}^tS_{(i,j-1)}^4, & {}^{t+\Delta t}I_{(i,j)}^4 &= {}^tS_{(i,j+1)}^3, \end{aligned} \quad (5)$$

Finalement, la pression acoustique à un noeud est exprimée comme une somme des impulsions incidentes :

$${}^tP_{(i,j)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 {}^tI_{(i,j)}^n \quad (6)$$

La propagation à travers des milieux complexes (hétérogènes ou dissipatifs) est modélisée en ajoutant des branches aux noeuds. Cela a pour effet de modifier la matrice de diffusion dans l'équation (2) et introduit de nouvelles lois de connexion pour ces branches supplémentaires [6].

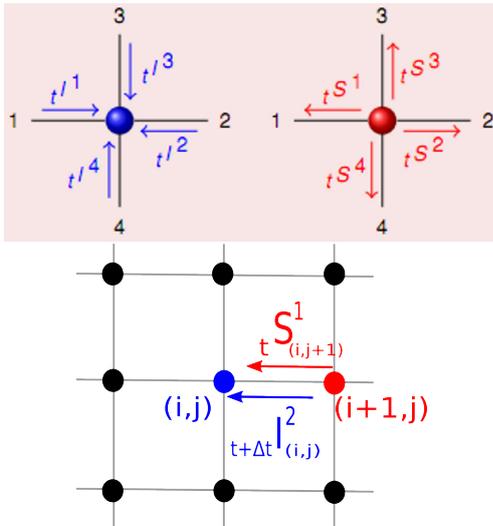


FIGURE 1 – TLM : a) Impulsions incidentes et diffusées à un noeud (en haut). b) Connection entre deux noeuds (en bas).

2.3 Implémentation d'une condition d'impédance

Passage dans le domaine temporel

Dans le domaine fréquentiel, la condition d'impédance à une frontière est définie par :

$$P(\omega) = Z(\omega)V_n(\omega) \quad (7)$$

où $P(\omega)$ et $V_n(\omega)$ sont respectivement les transformées de Fourier de la pression acoustique et de la vitesse normale à la frontière, et $Z(\omega)$ l'impédance acoustique de la surface. Le modèle d'impédance $Z(\omega)$ doit vérifier les conditions de causalité, réalité et passivité pour être physiquement

admissible et transposable dans le domaine temporel [7]. La condition (7) devient un produit de convolution dans le domaine temporel. Cette condition est implémentée dans la méthode TLM grâce à une méthode de convolution récursive qui nécessite que le modèle d'impédance dans le domaine fréquentiel soit approximé par une somme de fractions rationnelles du premier ordre de la forme [8] :

$$Z(\omega) \approx \sum_{k=1}^K \frac{A_k}{\lambda_k - j\omega} + \sum_{l=1}^L \frac{A_l}{\lambda_l - j\omega} + \frac{A_l^*}{\lambda_l^* - j\omega} \quad (8)$$

où λ_k et A_k sont les pôles et coefficients réels, λ_l et A_l les pôles et coefficients complexes conjugués, $N = K + 2L$ le nombre des pôles. Il a été montré par Cotté *et al.* que $\text{Re}[\lambda]\Delta t$ et $\text{Im}[\lambda]\Delta t$ devaient être inférieurs à 2.5 pour éviter des problèmes numériques [8].

Implémentation du modèle de Miki

Le modèle d'impédance de Miki avec correction d'épaisseur est physiquement admissible et caractérise l'absorption du sol par deux paramètres, la résistance au passage de l'air σ (en N.s.m⁻⁴) et l'épaisseur effective de couche absorbante e (en m). Le modèle de Miki est défini par [9] :

$$k = \frac{\omega}{c_0} \left(1 + 7.81 \left(\frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} + i11.41 \left(\frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} \right) \quad (9)$$

$$Z = Z_0 \left(1 + 5.50 \left(\frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} + i8.43 \left(\frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} \right) \quad (10)$$

avec c_0 la vitesse du son dans l'air et Z_0 l'impédance caractéristique de l'air. L'impédance du sol avec correction d'épaisseur vaut finalement :

$$Z_c = Z \coth(-ike) \quad (11)$$

Ce modèle est implémenté dans les codes temporels en l'approximant par l'équation (8). Pour ce modèle une approximation à l'ordre $N = K = 5$ avec des coefficients A_k et des pôles λ_k réels seulement est suffisante pour garantir une erreur d'approximation faible. Le Vector Fitting (VF) est une méthode puissante pour approcher des fonctions complexes par une somme de fractions rationnelles et converge très rapidement vers des valeurs $A_{k,l}$ et $\lambda_{k,l}$ optimales et causales [10]. Néanmoins, elle ne permet pas de contrôler les valeurs maximales des pôles. L'approximation par VF à l'ordre $N = 5$ de l'équation (11) pour des valeurs de σ et e correspondant à des sols naturels donne des coefficients et des pôles réels et une faible erreur mais conduit en général à des valeurs de λ_k trop élevées (de plus, il est remarqué que λ_k augmente avec l'ordre). Ainsi on utilise plutôt une méthode d'optimisation sous contraintes, plus coûteuse en temps de calcul mais qui permet de trouver des valeurs optimales de A_k et λ_k qui minimisent l'erreur d'approximation de l'équation (11) par l'équation (8) tout en imposant $\lambda_k \Delta t < 2.5$ [8].

3 Modèle d'impédance effective pour un profil rugueux

3.1 Formulation du modèle SPM

Bourlier *et al.* ont proposé la formulation d'un modèle d'impédance effective pour la propagation des ondes

électromagnétiques au-dessus d'une surface rugueuse en utilisant la méthode des petites perturbations (Small Perturbation Method, SPM) [11]. La SPM consiste à considérer un profil 2D faiblement irrégulier telle que $|k_0 \zeta \cos(\alpha)| < 1$ et $|\partial \zeta / \partial x| < 1$, avec $\zeta(x)$ le profil de la surface du sol et α l'angle d'incidence. Ce faisant, il est possible de faire des développements limités de la fonction de Green pour une source ponctuelle et de la condition aux limites de Neumann. Des manipulations mathématiques permettent d'arriver à une équation intégrale pour la fonction de Green qui permet de calculer le champ au-dessus de la surface rugueuse. L'utilisation de l'équation de Dyson permet d'obtenir une valeur moyennée de cette équation intégrale. Finalement, des manipulations mathématiques complexes permettent de remonter à un coefficient de réflexion en onde plane pour la surface rugueuse et à une impédance effective calculée à partir du spectre de rugosité W de la surface. Ce spectre de rugosité W est défini comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du profil de la surface ζ (densité spectrale de ζ). L'impédance effective ainsi obtenue rend compte d'un effet moyen de la rugosité de surface sur la propagation.

Ce raisonnement peut être appliqué aux équations de l'acoustique qui sont similaires à celles considérées dans ce problème d'électromagnétisme. Il vient alors que l'effet moyen d'un profil 2D parfaitement réfléchissant sur la propagation acoustique peut être modélisé par l'admittance effective suivante :

$$\beta_R = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{k_0 k_z} (k_0^2 - \kappa \kappa') W(\kappa - \kappa') \quad (12)$$

avec $k_0 = 2\pi f/c_0$, $k_z^2 = k_0^2 - \kappa^2$, $\kappa = k_0 \sin(\alpha)$ et W le spectre de rugosité de la surface.

L'équation (12) présente un pôle $k_z(p)$. Bourlier *et al.* en proposent une reformulation afin de le retirer et de faciliter l'intégration numérique [11]. Pour une surface absorbante, de manière analogue au modèle à bosses, l'effet de la rugosité est pris en compte comme une correction de l'admittance de la surface $\beta = 1/Z$ (qui peut être calculée avec le modèle de Miki) tel que :

$$\beta_{eff} = \beta + \beta_R \quad (13)$$

Ce modèle d'impédance effective peut être utilisé pour calculer les spectres de niveau de pression sonore au-dessus d'un sol rugueux en l'introduisant dans le coefficient de réflexion de la formule de Weyl-Van der Pol, qui donne une solution fréquentielle analytique de propagation au-dessus d'un sol plat pour une source ponctuelle.

3.2 Comparaison avec le modèle à bosses

Le modèle d'impédance effective SPM est supposé valide pour n'importe quel profil et n'importe quel spectre de rugosité. Le modèle à bosses permet de calculer une admittance effective pour une rugosité constituée de petits diffuseurs semi-cylindriques disposés régulièrement le long de l'axe de propagation (cf. figure 2). Pour une propagation normale aux diffuseurs et une incidence rasante, il est défini par [12] :

$$\beta_{eff} = \beta - ikV[\delta - 1 + \gamma\Omega] \quad (14)$$

où k est le nombre d'onde dans l'air, γ le rapport des chaleurs spécifiques, Ω la porosité, V l'aire de la section par unité de longueur. Le paramètre δ vaut $\delta = 2s_2/v_2$ avec

$s_2 = (1/2)(1 + K)$, $v_2 = 1 + (2\pi V s_2/3b)$ et K un facteur hydrodynamique qui dépend de la forme du diffuseur dont les valeurs sont données dans [1].

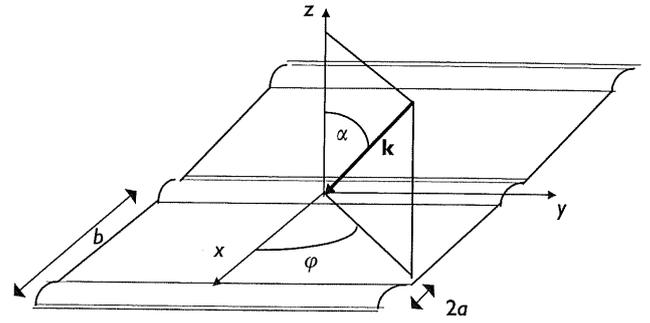


FIGURE 2 – Vecteur d'onde \mathbf{k} incident à une surface contenant des irrégularités semi-cylindriques 2D de rayon a et d'espacement moyen b [13]

On cherche alors à montrer l'équivalence entre les deux modèles d'impédance effective pour une rugosité déterministe. On considère un profil parfaitement réfléchissant ($\beta=0$, $\Omega=0$) de semi-cylindres très rapprochés, de rayon $a=0.09\text{m}$ et d'espacement centre à centre $b=0.1\text{m}$. Ces propriétés géométriques sont utilisées pour calculer une impédance effective avec la formule (14). Le spectre de ce profil est calculé et l'équation (12) est intégrée numériquement en considérant une incidence rasante pour obtenir une autre impédance effective. Les deux impédances effectives calculées par les deux différents modèles sont comparées sur la figure 3.

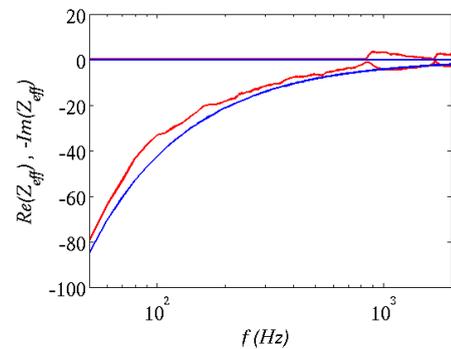


FIGURE 3 – Partie réelle et opposé de la partie imaginaire des impédances effectives un profil de rugosités semi-cylindriques, calculées en utilisant le modèle SPM (—) et le modèle à bosses (—)

On voit que pour ces deux cas, les deux modèles d'impédance effective donnent des résultats très proches, malgré une partie réelle non nulle au-dessus de 800Hz ainsi des oscillations dues à l'intégration numérique pour l'impédance calculée avec le modèle SPM (courbes rouges). Sur la figure 4, la même comparaison entre les deux modèles d'impédance effective est faite pour un profil de semi-cylindres elliptiques de demi-grand axe (hauteur) $a_1=0.1\text{m}$ et de demi-petit-axe (demi-base) $a_2=0.05\text{m}$ et d'espacement centre-à-centre $b=0.1\text{m}$. Les deux modèles donnent encore une fois des résultats équivalents.

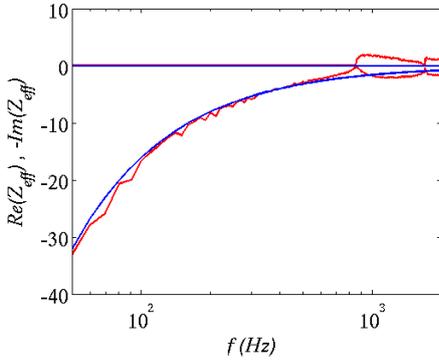


FIGURE 4 – Partie réelle et opposé de la partie imaginaire des impédances effectives un profil de rugosité semi-elliptiques, calculées en utilisant le modèle SPM (—) et le modèle à bosses (—)

4 Validation numérique du modèle pour un spectre de rugosité gaussien

Un spectre de rugosité gaussien a une formulation analytique qui permet de caractériser la rugosité en fonction de deux paramètres statistiques. De plus les profils définis par un spectre gaussien présentent une faible courbure et peuvent se rapprocher de sols naturels dans leurs comportements. On choisit donc des spectres gaussiens comme cas-tests pour valider numériquement le modèle et tester son implémentation dans les codes.

4.1 Définition d'un spectre de rugosité gaussien

Un spectre de rugosité gaussien est défini par :

$$W(k) = \frac{\sigma_h^2 l_c}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{k^2 l_c^2}{4}} \quad (15)$$

où σ_h est l'écart-type des hauteurs et l_c la longueur de corrélation. Un exemple de profil au spectre de rugosité gaussien est montré sur la figure 5).

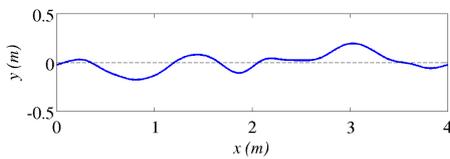


FIGURE 5 – Profil au spectre de rugosité gaussien calculé par l'équation (15), avec $\sigma_h=0.1\text{m}$ et $l_c=0.3\text{m}$.

4.2 Résultats numériques et validation

20 profils aléatoires de 50m avec un spectre de rugosité gaussien sont générés par la méthode donnée dans [14]. Les propriétés statistiques de la rugosité sont $\sigma_h=0.05\text{m}$ et $l_c=0.2\text{m}$. Ces profils sont utilisés comme données d'entrée pour des profils de hauteurs de sols absorbants dans le code TLM. L'impédance du sol est considérée telle que $\sigma=200\text{kN.s.m}^{-4}$ et $e=0.015\text{m}$ (modèle de Miki), ce qui correspond à un sol herbeux naturel. Les profils et le

domaine sont discrétisés avec un pas spatial $\Delta x=0.01\text{m}$. Ainsi, 20 simulations de propagation d'une impulsion gaussienne avec la source située à une hauteur $H_S=4\text{m}$ au dessus du sol rugueux absorbant sont réalisées. La figure 6 montre un exemple de tirage de profil de sol et de simulation.

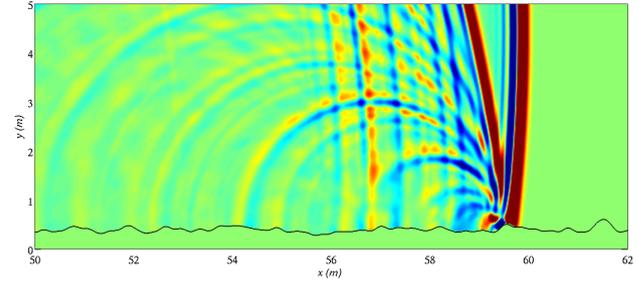


FIGURE 6 – Simulation TLM de propagation à 50m d'une impulsion au-dessus d'un profil rugueux au spectre gaussien, avec $\sigma_h = 0.05\text{m}$ et $l_c = 0.20\text{m}$.

Les spectres d'atténuation $\Delta L = L_{R1} - L_{R2}$ obtenus pour deux récepteurs $R1$ et $R2$ situés à une distance $d=50\text{m}$ de la source et à des hauteurs respectives $H_{R1}=4\text{m}$ et $H_{R2}=0.3\text{m}$ sont tracés sur la figure 7. Cette disposition source-récepteurs particulière est choisie car elle donne lieu à une situation d'incidence rasante ($\alpha \approx \pi/2$) avec un creux d'effet de sol bien marqué et identifiable. Le niveau sonore moyen de ces prévisions est représenté par la courbe noire. L'impédance effective $1/\beta_{eff}$ correspondant aux sols rugueux absorbant considérés dans les simulations est calculée par l'équation (13) : β_R est calculé en intégrant numériquement l'équation (12) (avec $\alpha=\pi/2$) et β est calculé avec le modèle de Miki par l'équation (11). Cette impédance effective est utilisée pour calculer une solution analytique de propagation au dessus d'un sol absorbant, représentée par la courbe rouge. On constate un très bon accord entre cette solution analytique et la solution numérique moyenne. La courbe pointillée correspond à la solution analytique au dessus d'un sol plat absorbant en ne considérant que l'admittance β et permet de caractériser l'influence de la rugosité. La rugosité décale le pic d'interférences vers les basses fréquences, ce qui est équivalent à une augmentation de l'absorption apparente du sol.

Le même processus est répété en choisissant d'autres propriétés de sol : les 20 profils sont générés avec $\sigma_h=0.07\text{m}$ et $l_c=0.4\text{m}$, et l'impédance du sol dans les simulations est considérée avec une résistance au passage de l'air $\sigma=300\text{kN.s.m}^{-4}$ et une épaisseur effective e infinie (i.e. pas d'effet d'épaisseur). Les spectres d'atténuation à 50m ainsi obtenus sont reportés sur la figure 8. Encore une fois, on observe une très bonne concordance entre le résultat numérique moyen et le résultat analytique avec une impédance effective. Le modèle d'impédance effective est donc valide pour des cas de propagation extérieure à moyenne distance en incidence rasante.

5 Implémentation dans les méthodes temporelles

5.1 Passage dans le domaine temporel

Les impédances effectives correspondantes aux deux types sols considérés précédemment et calculées par

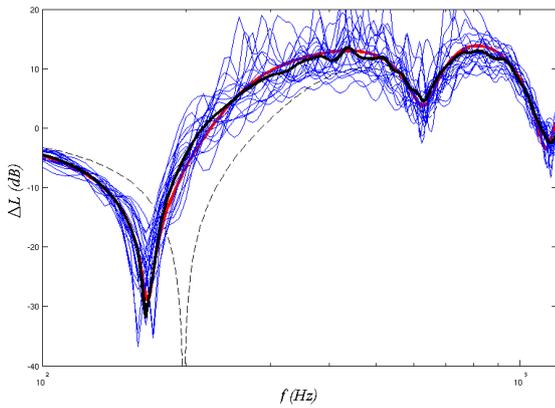


FIGURE 7 – Spectres d'atténuation $\Delta L = L_{R1} - L_{R2}$ à 50m obtenus par 20 simulations TLM de propagation au-dessus de sol absorbant ($\sigma = 200\text{kN.s.m}^{-4}$ et $e = 0.015\text{m}$ avec le modèle de Miki) avec un profil de rugosité aléatoire au spectre gaussien ($\sigma_h = 0.05\text{m}$ et $l_c = 0.2\text{m}$).
— : résultat moyen, - - : résultat analytique pour un sol sans rugosité, — : résultat analytique avec impédance effective.

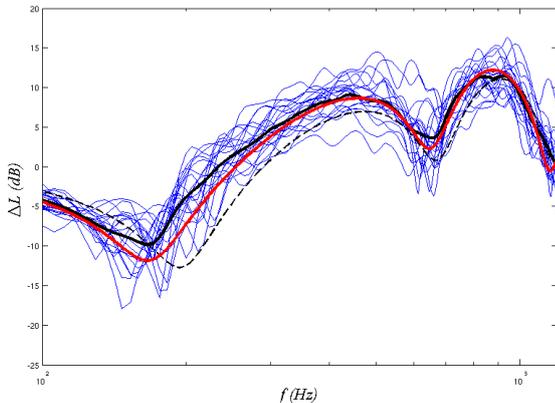


FIGURE 8 – Spectres d'atténuation $\Delta L = L_{R1} - L_{R2}$ à 50m obtenus par 20 simulations TLM de propagation au-dessus de sol absorbant ($\sigma = 300\text{kN.s.m}^{-4}$ avec le modèle de Miki) avec un profil de rugosité aléatoire au spectre gaussien ($\sigma_h=0.07\text{m}$ et $l_c=0.4\text{m}$).
— : résultat moyen, - - : résultat analytique pour un sol sans rugosité, — : résultat analytique avec impédance effective

l'équation (13) doivent être approximées par l'équation (8) afin de les implémenter dans les codes. On appelle *Sol 1* le premier type de sol avec $\sigma_h=0.05\text{m}$ et $l_c=0.2\text{m}$ comme propriétés de hauteur et $\sigma=200\text{kN.s.m}^{-4}$ et $e=0.015\text{m}$ comme propriété d'absorption. On appelle *Sol 2* le deuxième type de sol avec $\sigma_h=0.05\text{m}$, $l_c=0.2\text{m}$, $\sigma=300\text{kN.s.m}^{-4}$ et e infinie. Pour ces deux cas, l'approximation de l'impédance effective par la technique Vector Fitting est efficace : elle donne une faible erreur d'approximation et des petites valeurs de $\lambda_{k,l}\Delta t$ même pour des ordres $N > 5$. Elle renvoie des pôles réels et complexes conjugués. L'approximation est faite pour 100 fréquences réparties de manière logarithmique entre 50Hz et 1200Hz. En considérant un pas de temps $\Delta t=1.32 \cdot 10^{-4}\text{s}$, les valeurs maximales de $\lambda\Delta t$ pour les pôles réels et complexes identifiés par VF ainsi que l'erreur sur les parties réelle et imaginaire de Z sont données en fonction de l'ordre d'approximation pour chaque sol dans les tableaux 1

et 2. L'erreur est calculée de la manière suivante :

$$\text{err}(X) = \left[\frac{\sum_f (X(f)^{\text{approx}} - X(f)^{\text{exact}})^2}{\sum_f (X(f)^{\text{exact}})^2} \right]^2 \quad (16)$$

TABLEAU 1 – Approximation de l'impédance effective pour le *Sol 1* par la méthode Vector Fitting à l'ordre N .
 $\Delta t=1.32 \cdot 10^{-4}\text{s}$.

N	K	$(\lambda_k \Delta t)_{\max}$	L	$(\text{Re}[\lambda_l \Delta t])_{\max}$	$(\text{Im}[\lambda_l \Delta t])_{\max}$	err(Re[Z])	err(Im[Z])
5	3	1.45	1	0.08	0.46	1.47%	1.37%
6	6	2.1	0	0	0	0.61	1.18%
7	3	95.7	2	0.3	0.3	0.03%	1.16%
8	4	6.23	2	0.28	0.25	0.29%	1.06%
9	5	4.48	2	0.29	0.33	0.35%	1.02%
10	6	3.28	2	0.33	0.28	0.18%	0.70%

TABLEAU 2 – Approximation de l'impédance effective pour le *Sol 2* par la méthode Vector Fitting à l'ordre N .
 $\Delta t=1.32 \cdot 10^{-4}\text{s}$.

N	K	$(\lambda_k \Delta t)_{\max}$	L	$(\text{Re}[\lambda_l \Delta t])_{\max}$	$(\text{Im}[\lambda_l \Delta t])_{\max}$	err(Re[Z])	err(Im[Z])
5	3	3.29	1	0.27	0.11	0.45%	3.76%
6	4	3.78	1	0.04	0.12	0.32	3.21%
7	3	2.42	2	0.17	0.12	0.42%	2.66%
8	4	3.79	2	0.15	0.17	0.13%	1.87%
9	3	0.99	3	0.66	1.35	0.12%	1.61%
10	4	4.3	3	0.13	0.26	0.11%	1.75%

On implémente les impédances effectives en choisissant une approximation par VF à un ordre qui minimise au mieux les valeurs de $\lambda\Delta t$ ainsi que l'erreur sur les parties réelle et imaginaire. Pour le *Sol 1*, on considère l'impédance approximée à l'ordre $N=6$ avec 6 pôles réels. Pour le *Sol 2*, on considère l'impédance approximée à l'ordre $N=9$ avec 3 pôles réels et 3 pôles complexes conjugués.

5.2 Résultats

La prise en compte de pôles et coefficients complexes λ_l et A_l n'est pas encore codée dans la TLM. Les impédances effectives sont implémentées avec les ordres d'approximation choisis précédemment uniquement dans *Code_Safari* pour l'instant. On effectue des simulations de propagation d'une impulsion gaussienne au-dessus d'un sol plat avec les impédances effectives avec un pas spatial $\Delta x = 0.05\text{m}$ et un pas de temps $\Delta t=1.32 \cdot 10^{-4}\text{s}$. La configuration source-récepteurs est identique à celle considérée dans la section 4.2. Sur les figures 9 et 10 les spectres d'atténuation obtenus pour les deux sols sont comparés avec les spectres d'atténuation moyens obtenus dans la section 4.2 où les profils de sols étaient exactement modélisés.

On constate un très bon accord entre les deux résultats numériques jusqu'à la fréquence de coupure de la simulation FDTD. Les impédances effectives ont donc été correctement implémentées dans la FDTD et permettent de rendre compte de l'effet de la rugosité d'un sol absorbant sans avoir à modéliser le profil des hauteurs du sol.

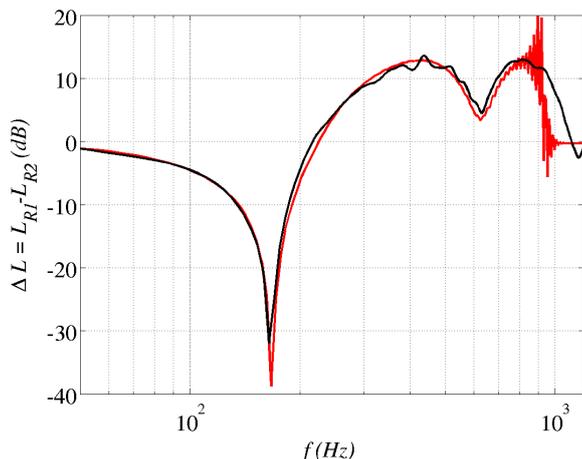


FIGURE 9 – Spectres d'atténuation à 50m pour le Sol 1. — : résultat numérique moyen de la section 4.2 avec le profil de hauteur exactement modélisé, — : résultat FDTD avec impédance effective.

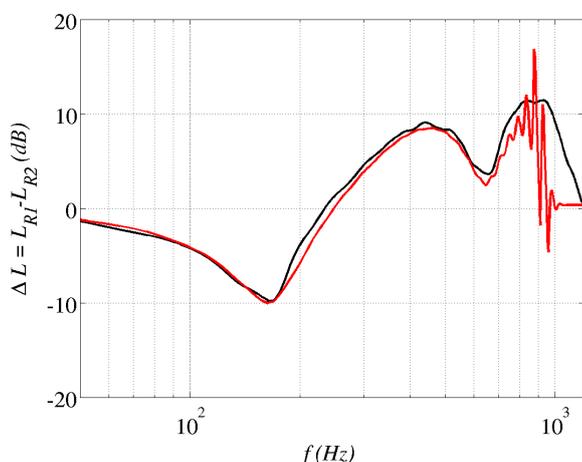


FIGURE 10 – Spectres d'atténuation à 50m pour le Sol 2. — : résultat numérique moyen de la section 4.2 avec le profil de hauteur exactement modélisé, — : résultat FDTD avec impédance effective.

6 Conclusion

Un modèle d'impédance effective modélisant la rugosité comme une correction de l'admittance du sol fonction du spectre de rugosité du sol a été présenté. Il donne des résultats semblables au modèle d'impédance effective à bosses. Ce modèle a été validé numériquement pour deux cas de propagation extérieure à moyenne distance et en incidence rasante, par comparaison avec des résultats des simulations TLM dans lesquelles sont modélisés des sols avec un profil de hauteurs au spectre gaussien et avec une absorption caractérisée par le modèle d'impédance de Miki. Le modèle d'impédance effective a ensuite été transposé dans le domaine temporel et implémenté avec succès dans un code FDTD. Il peut être une approche intéressante pour modéliser les effets de la rugosité du sol dans des simulations de propagation acoustique dans le domaine temporel.

Une validation expérimentale de ces résultats sera réalisée avec des mesures de propagation à 50m au-dessus de surfaces absorbantes présentant un spectre de rugosité

gaussien, à l'échelle 1/10 en salle semi-anéchoïque. L'extension du modèle à des cas de propagation 3D devra également être considérée pour la modélisation de cas plus réalistes.

Références

- [1] P. Boulanger, K. A., S. T., T. W-F, and K. M. L. Ground effect over hard rough surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104(3), 1998.
- [2] I. Bashir, S. T., and K. A. Diffraction assisted rough ground effect : Models and data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(3), 2013.
- [3] O. Faure, B. G., F. J., and P. L. Effective impedance models for rough surfaces in time-domain propagation methods. In *Proceedings of Internoise 2013*, Innsbruck, Austria.
- [4] F. Daude, J. B., T. E., P. L., F. C., and C. B. A high-order finite-difference algorithm for direct computation of aerodynamic sound. *Computers & Fluids*, 61, 2012.
- [5] G. Guillaume, J. P., G. D., and B. G. Time-domain impedance formulation for transmission line matrix modelling of outdoor sound propagation. *Journal of Sound and Vibration*, 330(26), 2011.
- [6] J. Hofmann and K. H. Simulation of outdoor sound propagation with a transmission line matrix method. *Applied Acoustics*, 68(2), 2007.
- [7] D. Dragna, B. C., P. B.-B., and F. P. Time-domain simulations of outdoor sound propagation with suitable impedance boundary conditions. *AIAA Journal*, 49, 2011.
- [8] B. Cotté, P. B.-B., C. B., F. P., V.E. O., and Y. R. Time-domain impedance boundary conditions for simulations of outdoor sound propagation. *AIAA Journal*, 47(10), 2009.
- [9] Y. Miki. Acoustical properties of porous materials : Modifications of delany-bazley models. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 11(1), 1990.
- [10] <http://www.sintef.no/projectweb/vectfit/>.
- [11] Y. Brelet and C. Bourlier. SPM numerical results from an effective surface impedance for a one-dimensional perfectly-conducting rough sea surface. *Progress in Electromagnetics Research-pier*, PIER 81, 2008.
- [12] K. Attenborough and T. W-F. Effective impedance of rough porous ground surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(3), 2000.
- [13] K. Attenborough, K. M L., and K. H. *Predicting Outdoor Sound*. Taylor & Francis, 2006.
- [14] C. Bourlier, N. P., and G. K. *Method of Moments for 2D Scattering Problems : Basic Concepts and Applications*. Wiley edition.