

Contrôle non destructif des matériaux atténuants et dispersifs par déconvolution impulsionnelle

E. Carcreff^a, S. Bourguignon^b, J. Idier^b et L. Simon^a ^aLAUM UMR CNRS 6613, Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France ^bIRCCyN, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes, France ewen.carcreff@irccyn.ec-nantes.fr Le contrôle non destructif par ultrasons a pour but de détecter les géométries d'un matériau, y compris ses éventuels défauts. La déconvolution impulsionnelle est une méthode inverse qui vise à estimer une information spatiale associée à l'objet inspecté. Elle cherche à compenser la perte de résolution due à la réponse instrumentale et à la propagation acoustique. Classiquement, la déconvolution est effectuée à l'aide d'une forme d'onde élémentaire, correspondant à la réponse impulsionnelle du transducteur, qui est invariante en fonction de la distance de propagation. Ce modèle n'est en revanche pas approprié pour la propagation acoustique dans des environnements atténuants, pour lesquels l'atténuation et la dispersion produisent une déformation de l'onde au cours de son parcours. Nous proposons donc de construire un modèle plus général pour l'inversion qui prend en compte les spécificités de la propagation ultrasonore. Notre approche consiste à construire une collection de réponses impulsionnelles du milieu de propagation en discrétisant l'axe de distance associé. Elle permet ainsi d'obtenir un modèle de données toujours linéaire mais non plus invariant. Une attention particulière est portée pour respecter la causalité des signaux. Un exemple simple de modélisation d'écho montre que ce modèle est plus précis que le modèle classique. Nous appliquons également notre modèle à la déconvolution de trains d'impulsions afin de localiser des changements d'impédance dans des matériaux atténuants et dispersifs, où il aboutit à de meilleures performances comparé au modèle sans atténuation.

1 Introduction

Le contrôle non destructif (CND) par ultrasons permet d'inspecter des pièces industrielles sans les détruire. Les objectifs sont divers : contrôle des dimensions d'une pièce, détection de défauts, caractérisation de défauts, *etc.* Le but est donc de retrouver une information spatiale (épaisseur, taille de défaut) à partir des données reçues par le capteur ultrasonore. Cela peut se formuler comme un problème inverse [1] qui se révèle souvent compliqué à cause du bruit de mesure, de la superposition des échos, de l'atténuation fréquentielle et de la dispersion [2].

La déconvolution impulsionnelle est une méthode efficace pour résoudre ce problème [1, 3, 4]. Contrairement aux méthodes paramétriques [5], cette approche utilise un modèle linéaire des données couplée à une information *a priori* de parcimonie, ce qui permet d'utiliser des algorithmes performants et peu coûteux en temps de calcul [6, 7, 8]. La déconvolution impulsionnelle restitue alors les temps de vol et les amplitudes des échos détectés, résultat équivalent à un train d'impulsions. Ces temps de vol permettent ensuite de retrouver l'information spatiale désirée (dimension, épaisseur, profondeur d'un défaut).

La plupart des méthodes de déconvolution considère un modèle direct invariant en fonction de la distance de propagation. Cette modélisation se révèle inexacte lorsque le matériau est atténuant et dispersif puisque la forme des échos est graduellement modifiée au fur et à mesure que la distance de propagation augmente [2].

Nous proposons donc d'introduire l'atténuation et la dispersion dans le modèle direct tout en conservant la linéarité du problème. Une telle approche a été proposée dans [4] mais avec un modèle empirique d'atténuation. Notre contribution est d'utiliser un modèle physique pour l'atténuation et la dispersion. Généralement, l'atténuation fréquentielle est modélisée par une loi de puissance $\alpha(f) = \alpha_0 |f|^{\gamma}$ où α_0 et γ sont des paramètres dépendant du matériau [9], qui peuvent être facilement mesurés [10, 11]. La dispersion est plus compliquée à mesurer précisément mais peut se déduire à partir de l'atténuation pour respecter la causalité des signaux [10, 12, 13].

La deuxième partie de l'article décrit le modèle direct développé. A l'aide de données expérimentales, nous montrons l'intérêt d'un tel modèle par rapport à un modèle direct classique sans atténuation. Dans la troisième partie, nous exposons plusieurs applications de la déconvolution pour des problèmes réels de CND. Enfin, les conclusions sont données dans la partie 4.

2 Modèle linéaire avec atténuation et dispersion

2.1 Modèle linéaire de propagation

Nous considérons un système avec un seul transducteur ultrasonore utilisé en *pulse-echo* dans un milieu homogène. En se plaçant suffisamment loin de celui-ci, nous pouvons négliger la diffraction du transducteur et considérer une distance de propagation moyenne z [14]. Cette configuration est tout à fait transposable à un système avec deux transducteurs.

Soit une scène inconnue composée de *K* réflecteurs positionnés aux distances de propagation z_k pour $k = 1 \dots K$. Le signal de données y(t) reçu par le transducteur s'écrit alors

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K} h_i(t) * h_r(t, z_k),$$
(1)

où * désigne la convolution temporelle entre $h_i(t)$, la réponse impulsionnelle instrumentale et $h_r(t, z_k)$, la réponse impulsionnelle de propagation dépendant de la distance z_k [11]. Dans le domaine fréquentiel, la fonction de transfert de propagation – la transformée de Fourier de $h_r(t, z_k)$ – s'écrit $H_r(f, z_k)$. Cette fonction de transfert peut prendre en compte une atténuation $\alpha(f)$ et une dispersion $\epsilon(f)$ telles que ¹

$$H_r(f, z_k) = b(z_k)e^{-\alpha(f)z_k}e^{-j2\pi f z_k/c_\infty}e^{-j\epsilon(f)z_k},$$
(2)

avec c_{∞} la vitesse pour une fréquence infinie. Étant donné qu'en acoustique, la dispersion implique une augmentation de la vitesse avec la fréquence [13], c_{∞} est équivalente à une vitesse de phase maximale. Le terme $b(z_k)$ est un coefficient d'amplitude ne dépendant pas de la fréquence mais de la distance de propagation seulement. Il est fonction des différents changements d'impédance rencontrés par l'onde ultrasonore, qui sont caractérisés par des coefficients de réflexion et de transmission [15]. Le terme de phase linéaire $2\pi f z_k/c_{\infty}$ représente un retard pur de z_k/c_{∞} . Nous

^{1.} Cette notation correspond à prendre un nombre d'onde sous la forme complexe $k(f) = 2\pi f/c_{\infty} + \epsilon(f) - j\alpha(f)$.

pouvons alors considérer $H_a(f, z_k) = e^{-\alpha(f)z_k}e^{-j\epsilon(f)z_k}$ la fonction de transfert ne dépendant que de l'atténuation et de la dispersion, et $h_a(t, z_k)$ la réponse impulsionnelle associée. L'Eq. (1) s'écrit alors

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K} b(z_k) h_i(t) * h_a(t - z_k/c_{\infty}, z_k).$$
(3)

Les inconnues du modèle sont donc les positions z_k et amplitudes $b(z_k)$ associées. Nous considérons maintenant un signal discret $\mathbf{y} = [y_0, y_1, ...]^T$ tel que $y_n = y(n/f_S)$ avec f_S la fréquence d'échantillonnage ainsi qu'une discrétisation temporelle de l'Eq. (1) à cette même fréquence. Nous effectuons également une discrétisation spatiale telle que $z_m = m\Delta_z$, avec $\Delta_z = c_{\infty}/f_S$. Après quelques manipulations, nous pouvons formuler l'Eq. (1) par une écriture matricielle

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_i \mathbf{H}_a \mathbf{x} + \mathbf{e},\tag{4}$$

où

- **H**_{*i*} est la matrice de convolution instrumentale associée à *h*_{*i*}(*t*) [1].
- \mathbf{H}_a est la matrice d'atténuation liée aux fonctions $h_a(t z_m/c_\infty, z_m)$, chaque colonne *m* correspondant à une distance z_m [11].
- **x** est le signal inconnu qui décrit la distribution des réflecteurs tel que $x_m = b(z_m)$.
- e est un terme de perturbation modélisant le bruit et les erreurs de modèle.

La forme linéaire y = Gx + e est générale pour plusieurs variétés de problèmes inverses [1, 3, 4]. Le but est alors de donner une estimation \hat{x} à partir de y, G et d'une connaissance *a priori* du signal à reconstruire. Dans le cas de la déconvolution impulsionnelle, x est un vecteur parcimonieux contenant quelques éléments non nuls, les amplitudes et les positions des réflecteurs.

2.2 Atténuation et dispersion

La modélisation de l'atténuation fréquentielle par une loi de puissance $\alpha(f) = \alpha_0 |f|^{\gamma}$ a été validée expérimentalement dans de nombreux travaux [10, 12, 13]. Pour la majorité des milieux, le facteur de puissance respecte $\gamma \in [0, 2]$. Une atténuation linéaire en fréquence correspond à $\gamma = 1$. Une propagation sans atténuation et en régime visqueux se rapporte respectivement à $\gamma = 0$ et $\gamma = 2$ [16]. Le coefficient d'atténuation α_0 indique l'affaiblissement par unité de distance et de fréquence et est donc exprimé en Np/m/MHz^{γ} ou en dB/cm/MHz^{γ}. Ces deux paramètres peuvent être mesurés [10] ou tirés d'un catalogue [17].

La dispersion $\epsilon(f)$ est plus compliquée à mesurer [10]. Généralement, la présence d'atténuation fréquentielle implique une dispersion associée, qui peut être déduite de l'atténuation. En effet, pour que la réponse impulsionnelle d'un système soit causale, il existe des relations spécifiques – les relations de Kramers-Kronig [18] – entre le module et la phase de sa fonction de transfert. Pour définir un système causal, le module $|H_r(f, z_k)|$ doit néanmoins vérifier la relation de Paley-Wiener [10]. Malheureusement, pour $|H_r(f, z_k)| = e^{-\alpha_0 |f|^{\gamma} z_k}$, cette condition n'est pas vérifiée pour $\gamma \ge 1$. Différents modèles permettent alors d'approximer la relation de Kramers-Kronig pour avoir un calcul convergent de la phase [10, 12, 13, 18].

Nous proposons d'utiliser un modèle à minimum de phase pour déduire la dispersion à partir de l'atténuation [12]. C'est un modèle pour les signaux discrets qui rend le calcul convergent. La partie dispersion $\epsilon(f)$ se déduit à partir de l'atténuation $\alpha(f)$ par

$$\epsilon(f) = -\frac{1}{f_S} \mathcal{P} \int_{-\frac{f_S}{2}}^{\frac{f_S}{2}} \alpha(g) \cot\left(\frac{\pi}{f_S}(f-g)\right) \mathrm{d}g, \qquad (5)$$

où \mathcal{P} désigne la valeur principale de Cauchy de l'intégrale. Cette intégrale peut être calculée analytiquement pour $\gamma = 1$ [11] ou par intégration numérique pour $\gamma \neq 1$ [10].

2.3 Validation du modèle avec un écho isolé

Pour vérifier la précision du modèle expérimentalement, nous réalisons une mesure en *pulse-echo* avec une plaque de polycarbonate d'épaisseur e = 10.2 mm, comme illustré sur la Figure 1. Le polycarbonate présente une forte atténuation,



FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental.

et qui peut être considérée linéaire en fréquence [17]. Le transducteur utilisé a une surface plane circulaire de diamètre 12.7 mm et de fréquence centrale 2.25 MHz. La plaque de polycarbonate est placée dans le champ lointain du transducteur et en incidence normale. Les données et les résultats de cette expérimentation sont représentés sur la partie gauche de la Figure 2. Les Figures 2a et 2b montrent respectivement l'écho de surface et l'écho de fond du signal acquis. L'écho de surface correspond à $h_i(t)$ car il n'a pas été modifié par la propagation dans le matériau. Il permet de construire la matrice H_i . L'écho de fond a subi le passage dans la plaque avec une distance de propagation 2e. La Figure 2c montre ces deux échos dans le domaine fréquentiel et met en évidence le filtrage passe-bas entre l'écho de surface et l'écho de fond. On peut montrer que le logarithme du rapport des modules des transformées de Fourier des deux échos s'écrit sous la forme : Constante + $2e\alpha(f)$. La Figure 2d révèle une progression affine correspondant à $\alpha(f) = \alpha_0 |f|$. Nous déduisons par régression linéaire le coefficient d'atténuation $\alpha_0 \approx 53.5 \text{ Np/m/MHz}$ conforme à la littérature [17]. La vitesse c_{∞} est calculée en mesurant le temps de vol entre les deux échos, ce qui donne $c_{\infty} \approx 2380$ m/s. Deux modèles sont ensuite appliqués aux données y: le modèle sans atténuation $G = H_i$ et avec atténuation dispersive $\mathbf{G} = \mathbf{H}_i \mathbf{H}_a$. Le but est de trouver la meilleure modélisation de l'écho de fond \hat{y} pour chacun de ces modèles. L'écho modélisé correspond, sous le modèle (4), à une seule colonne de G. Le vecteur \hat{x} a alors une seule composante non nulle $\hat{x}_{\widehat{m}}$ et l'écho modélisé



FIGURE 2 – Modélisation d'un écho atténué acquis dans le polycarbonate (partie gauche) et dans l'huile de ricin (partie droite). (a) : écho de référence, (b) : écho atténué y, (c) : spectres en amplitude des deux échos normalisés, (d) : rapport des deux spectres en échelle logarithmique divisé par la distance de propagation (cercles) et régression (trait plein), (e) : modélisation sans atténuation, (f) : modélisation avec atténuation et dispersion (trait plein : données y, trait pointillé : modélisation \hat{y} , r : erreur quadratique entre y et \hat{y}).

est $\hat{y} = g_{\widehat{m}} \hat{x}_{\widehat{m}}$. Nous estimons la colonne $g_{\widehat{m}}$ de **G** la plus corrélée aux données en sélectionnant la position optimale \widehat{m} grâce à une procédure de type filtre adapté [11] :

$$\widehat{m} = \arg\max_{m} \frac{|\boldsymbol{g}_{m}^{T}\boldsymbol{y}|}{\|\boldsymbol{g}_{m}\|^{2}}.$$
(6)

L'amplitude optimale est calculée au sens des moindres carrés : $\hat{x}_{\widehat{m}} = \mathbf{g}_{\widehat{m}}^T \mathbf{y} / \|\mathbf{g}_{\widehat{m}}\|^2$. Les modélisations $\hat{\mathbf{y}}$ avec les deux méthodes sont représentées sur les Figures 2e et 2f. Nous calculons également l'erreur quadratique $r = ||\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}|| / ||\mathbf{y}||$. L'adéquation aux données est plus précise pour le modèle avec atténuation dispersive, avec une erreur environ cinq fois plus faible que pour le modèle sans atténuation.

D'une manière similaire, nous présentons sur la partie droite de la Figure 2 des résultats expérimentaux effectués avec de l'huile de ricin, matériau connu pour avoir une atténuation non linéaire [10, 13]. Les mesures sont réalisées autour de 5 MHz par deux transducteurs, un émetteur et un récepteur, immergés face à face dans l'huile de ricin. La distance entre les transducteurs est fixée à 2 mm puis à 5 mm pour avoir une épaisseur de matériau 3 mm. A l'aide d'une régression non linéaire nous obtenons un facteur de puissance $\gamma \approx 1.70$, valeur que l'on trouve dans la littérature [10, 13]. De même qu'avec le polycarbonate, la modélisation de l'écho atténué est plus juste avec le modèle avec atténuation dispersive, le résidu baissant d'un facteur six.

3 Résultats de déconvolution avec des données expérimentales

3.1 Approche utilisée pour la déconvolution impulsionnelle

Le but de la déconvolution impulsionnelle est de donner une estimation \hat{x} , à partir des données y et du modèle **G**, avec une contrainte de parcimonie sur x. Pour trouver une solution \hat{x} , nous choisissons de minimiser un critère pénalisé par une pseudo norme ℓ_0 [8]

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{G}\mathbf{x}\|^2 + \mu \|\mathbf{x}\|_0,$$
(7)

où $||\mathbf{x}||_0$ est le nombre de composantes non nulles dans \mathbf{x} . Contrairement à la norme ℓ_1 , qui est largement utilisée dans la littérature [3, 6], la pseudo norme ℓ_0 est la pénalisation qui formule au mieux la contrainte de parcimonie. Néanmoins l'optimisation du critère (7) présente des difficultés car il n'est pas convexe. Pour résoudre ce problème, l'algorithme optimal consisterait à tester toutes les combinaisons des composantes non nulles de \mathbf{x} , solution non envisageable en temps de calcul.

Il existe néanmoins plusieurs méthodes sous-optimales. En particulier, les méthodes *gloutonnes* partent d'une solution nulle et ajoutent une composante à chaque itération. Dans cette famille, l'algorithme *Orthogonal Least Squares* (OLS) [7] se montre plus performant que les méthodes de type *Matching Pursuit* [19]. L'algorithme *Single Best Replacement* (SBR) [8] fonctionne comme OLS mais propose également le retrait d'éléments pour minimiser le critère (7). D'autres méthodes peuvent être dérivées de OLS et de SBR, en proposant par exemple des ajouts multiples [20].

Nous présentons ci-après deux exemples de déconvolution impulsionnelle avec prise en compte de l'atténuation et de la dispersion. Le premier exemple est un problème de calcul



FIGURE 3 – Déconvolution de données acquises avec une plaque de polycarbonate. (a-b) : Données, (c-d) : Déconvolution sans atténuation, (e-f) : Déconvolution avec atténuation et dispersion (trait plein : données y, losanges : pics estimés \hat{x} , trait pointillé : modélisation $\hat{y} = G\hat{x}$), (g) : résidu $y - G\hat{x}$ sans atténuation, (h) : résidu $y - G\hat{x}$ avec atténuation et dispersion.

d'épaisseur d'une plaque de polycarbonate. Le deuxième exemple représente la détection d'un trou à fond plat (Flat Bottom Hole (FBH)) dans une pièce de polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Dans chaque exemple, nous utilisons deux modèles : le modèle sans atténuation $\mathbf{G} = \mathbf{H}_i$ et avec atténuation dispersive $\mathbf{G} = \mathbf{H}_i \mathbf{H}_a$, où la matrice \mathbf{H}_i est à chaque fois construite avec l'écho de surface. Le paramètre de régularisation μ est réglé de façon à fournir une solution proche de la vérité en terme de positionnement des pics. Le réglage automatique de ce paramètre n'est pas l'objet de l'étude. Pour chaque exemple, nous nous attendons pour chaque changement d'impédance à obtenir un pic de signe positif pour l'interface eau/matériau ou de signe négatif pour l'interface matériau/eau [15]. Le pic de l'écho de surface doit donc être positif et les pics de réflexion du fond ou du FBH doivent être de signes négatifs.

3.2 Calcul d'épaisseur

Le but est ici de calculer l'épaisseur d'une plaque de polycarbonate par ultrasons (mesurée au pied à coulisse à 10.2 mm). Le signal acquis par un capteur plan circulaire à 5 MHz dans la configuration du schéma de la Figure 1 est représenté sur la Figure 3a-b. La déconvolution est utile dans ce cas de figure pour deux raisons. Premièrement, l'écho de fond est très atténué et presque noyé dans le bruit (Figure 3a-b), ce qui peut rendre sa détection visuelle difficile par un opérateur. Deuxièmement, la distorsion de la phase due à la dispersion rend compliqué le positionnement précis du temps de vol de l'écho. Pour pallier ces deux problèmes, la déconvolution permet dans cet exemple la détection et la prédiction de l'écho. Nous utilisons ici un algorithme de type OLS. Nous nous attendons à trouver un pic positif pour la surface et un pic négatif pour le fond.

Les résultats de déconvolution sans et avec atténuation sont respectivement représentés sur les Figures 3c-d et 3e-f. Nous traçons également les résidus d'estimation $y - G\hat{x}$ sur les Figures 3g et 3h. Les résultats numériques sont récapitulés dans la première moitié du Tableau 1. Le résultat sans atténuation contient quatre pics dont un dans la zone de l'écho de fond. Il est positionné à $9.12 \,\mu s$ et est de signe positif, ce qui est contraire à la vérité. La position du fond correspondante est 10.02 mm. Il y a également deux fausses détections entre $1 \mu s$ et $2 \mu s$. Ces erreurs sont dues à l'imprécision du modèle sans atténuation. Le résultat de déconvolution avec atténuation dispersive présente seulement deux pics, pour la surface et pour le fond, et de signes conformes à la réalité. L'estimation de l'épaisseur est dans ce cas plus juste : 10.23 mm. Il est à noter que l'erreur quadratique est légèrement plus faible pour le modèle sans atténuation. Ceci est dû au fait que les deux fausses détections se situent dans une zone où le bruit a une énergie importante. L'erreur résiduelle est en revanche plus faible dans la zone de l'écho de fond pour le modèle avec atténuation.

TABLEAU 1 – Positions spatiales en mm et signes des pics obtenus pour les deux exemples de déconvolution.

	Vérité	Sans atténuation	Avec atténuation
Exemple	0 +	0 +	0 +
§3.2		1.08 -	
		1.40 -	
	10.2 -	10.02 +	10.23 -
Exemple	0 +	0 +	0 +
§3.3	23.4 -	23.26 +	22.99 -
	23.9 -	23.51 +	23.77 -

3.3 Détection de FBH

Dans cet exemple, le signal est acquis avec un transducteur plan circulaire de fréquence centrale 2.25 MHz. La pièce de test est une plaque de PMMA



FIGURE 4 – Déconvolution de données acquises avec une pièce de PMMA contenant un FBH. (a-b) : Données, (c-d) : Déconvolution sans atténuation, (e-f) : Déconvolution avec atténuation et dispersion (trait plein : données y, losanges : pics estimés \hat{x} , trait pointillé : modélisation $\hat{y} = G\hat{x}$), (g) : résidu $y - G\hat{x}$ sans atténuation, (h) : résidu $y - G\hat{x}$ avec atténuation et dispersion.

d'épaisseur 23.9 mm qui contient un FBH de diamètre 10 mm et de longueur percée 0.5 mm. Le transducteur est placé normalement à la plaque, du coté non débouchant du FBH. La proximité du FBH et du fond crée le mélange des deux échos autour de 18 μ s (cf. Figure 4a-b). Le but est alors de détecter les positions du FBH et du fond de la plaque. Dans ce cas de figure, la déconvolution peut permettre de retrouver les positions précises des échos mélangés. Le signal attendu \hat{x} est supposé avoir un pic positif pour la surface et deux pics négatifs pour le FBH et le fond.

Pour cet exemple, nous utilisons un algorithme issu de SBR avec détection simultanée de deux pics à chaque itération. Cette démarche est particulièrement adaptée ici car nous allons obtenir la meilleure sélection de deux pics lorsque les échos sont fortement recouvrants alors que OLS et SBR risquent plus facilement de tomber dans un minimum local. Les résultats sont représentés dans les Figures 4c à 4f. Les résidus sont tracés dans les Figures 4g et 4h, et les résultats numériques sont reportés dans la deuxième partie du Tableau 1. Nous observons que les deux méthodes détectent deux pics dans la zone de mélange [$17 \mu s$, $19 \mu s$]. Le premier pic correspond à l'écho du FBH alors que le deuxième correspond au fond de la plaque. Le résidu plus élevé et les pics positifs obtenus par déconvolution sans atténuation montrent bien que l'approche avec le modèle d'atténuation est plus adaptée. En effet, les deux pics détectés sont négatifs et permettent une meilleure adéquation aux données.

4 Conclusion

Nous avons présenté un modèle linéaire pour la déconvolution impulsionnelle de données ultrasonores. Ce modèle repose sur une collection de réponses impulsionnelles qui prennent en compte l'atténuation et la

dispersion dans le milieu de propagation. Pour des signaux expérimentaux, il permet une meilleure modélisation par rapport au modèle classique sans atténuation. Nous avons également exposé deux cas d'application de la déconvolution impulsionnelle à des problèmes réels de contrôle non destructif. Le modèle avec atténuation dispersive couplé à des algorithmes d'optimisation performants aboutit à de meilleures performances comparé à l'approche sans atténuation.

Remerciements

Les auteurs remercient Aroune Duclos, du Laboratoire d'Acoustique à l'Université du Maine, Le Mans, pour l'aide apportée à la réalisation des acquisitions expérimentales.

Ce travail a été co-financé par la région Pays de la Loire dans le cadre du pôle de compétence ECND-PdL.

Références

- [1] J. Idier, *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Traité IC2, Série traitement du signal et de l'image, Hermès Paris (2001).
- [2] K. Wear, The effects of frequency-dependent attenuation and dispersion on sound speed measurements : applications in human trabecular bone, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 47, 265–273 (2000).
- [3] M. S. O'Brien, A. N. Sinclair, and S. M. Kramer, Recovery of a sparse spike time series by L1 norm deconvolution, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42, 3353–3365 (1994).

- [4] T. Olofsson and T. Stepinski, Minimum entropy deconvolution of pulse-echo signals acquired from attenuative layered media, *Journal of the Acoustical Society of America*, **109**, 2831–2839 (2001).
- [5] R. Demirli and J. Saniie, Model-based estimation of ultrasonic echoes. Part I : Analysis and algorithms, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 48, 787–802 (2001).
- [6] D. M. Malioutov, M. Cetin, and A. S. Willsky, Homotopy continuation for sparse signal representation, in *IEEE International Conference* on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 5, 733–736 (2005).
- [7] S. Chen, S. Billings, and W. Luo, Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification, *International Journal of Control*, 50 5, 1873–1896 (1989).
- [8] C. Soussen, J. Idier, D. Brie, and J. Duan, From Bernoulli Gaussian Deconvolution to Sparse Signal Restoration, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59, 4572–4584 (2011).
- [9] J. Ophir and P. Jaeger, Spectral shifts of ultrasonic propagation through media with nonlinear dispersive attenuation, *Ultrasonic Imaging*, **4**, 282–289 (1982).
- [10] P. He, Experimental verification of models for determining dispersion from attenuation,*IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 46, 706–714 (1999).
- [11] E. Carcreff, S. Bourguignon, J. Idier, and L. Simon, A linear model approach for ultrasonic inverse problems with attenuation and dispersion, *Accepté pour publication dans IEEE Transactions on Ultrasonics*, *Ferroelectrics and Frequency Control* (2014).
- [12] R. Kuc, Modeling acoustic attenuation of soft tissue with a minimum-phase filter, *Ultrasonic Imaging*, 6, 24–36 (1984).
- [13] T. Szabo, Causal theories and data for acoustic attenuation obeying a frequency power law, *Journal of the Acoustical Society of America*, **97**, 14–24 (1995).
- [14] M. Fink and J.-F. Cardoso, Diffraction effects in pulseecho measurement, *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, **31**, 313–329 (1984).
- [15] J. Saniie and D. Nagle, Pattern recognition in the ultrasonic imaging of reverberant multilayered structures, *IEEE Transactions on Ultrasonics*, *Ferroelectrics and Frequency Control*, **36**, 80–92 (1989).
- [16] J. F. Kelly, R. J. McGough, and M. M. Meerschaert, Analytical time-domain Green's functions for powerlaw media, *Journal of the Acoustical Society of America*, **124**, 2861–2872 (2008).
- [17] A. Selfridge, Approximate material properties in isotropic materials, *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, **32**, 381–394 (1985).

- [18] M. O'Donnell, E. T. Jaynes, and J. G. Miller, General relationships between ultrasonic attenuation and dispersion, *Journal of the Acoustical Society of America*, 63, 1935–1937 (1978).
- [19] S. Bourguignon, C. Soussen, H. Carfantan, and J. Idier, Sparse deconvolution : Comparison of statistical and deterministic approaches, *IEEE Statistical Signal Processing Workshop*, 317–320 (2011).
- [20] K. Kaaresen, Deconvolution of sparse spike trains by iterated window maximization, *IEEE Transactions on Signal Processing*, **45**, 1173–1183 (1997).