



Analyse de la pression pariétale dans le sillage d'un rétroviseur automobile par décomposition orthogonale aux valeurs propres

F. Vanherpe^a, S. Julisson^b, E. Gaudard^a, R. Marchiano^b et P. Druault^b

^aPSA Peugeot Citroën, Centre Technique de Vélizy A, Route de Gisy, 78140 Velizy Villacoublay, France

^bUPMC-Paris 6, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Case 162, 4, Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 5, France

francois.vanherpe1@mpsa.com

Nous analysons dans cet article le champ de pression pariétale fluctuante issue d'une simulation directe acoustique du sillage d'un rétroviseur. Les équations de Navier-Stokes y sont résolues par la méthode des différences finies d'ordre élevé en temps et espace. Cette simulation permet de capturer aussi bien la composante acoustique compressible que la composante aérodynamique incompressible des fluctuations de pression pariétale. L'analyse classique par transformée de Fourier en nombre d'onde (TNO) permet de séparer ces deux composantes, sauf pour les faibles nombres d'onde et faibles fréquences. Elle exploite la différence entre la vitesse de propagation des ondes acoustiques et la vitesse de convection des structures tourbillonnaires. Nous lui comparons l'analyse par décomposition orthogonale aux valeurs (POD), basées sur une représentation énergétique du champ de fluctuations de pression. Bien que cette dernière technique ne permette pas de séparer clairement les composantes acoustique et turbulente de la pression pariétale, elle agit néanmoins comme un filtre en nombre d'onde.

1 Introduction

Dans le but d'améliorer le confort des passagers, deux des principales sources de bruit perçues à l'intérieur des véhicules – le bruit du moteur et le bruit de roulement (contact pneumatique/chaussée) – ont été considérablement réduites au cours des dernières décennies. Ces progrès font émerger dans les véhicules récents le bruit d'origine aérodynamique, en particulier dans les trajets de type autoroutier ou péri-urbain, pour des vitesses de circulation supérieures à 100 km/h et aux fréquences supérieures à 400 Hz.

L'écoulement turbulent qui se développe autour de l'enveloppe extérieure du véhicule crée sur ses parois un champ de fluctuations de pression pariétale. On distingue classiquement dans ce chargement :

- Le son, directement issu de sources acoustiques engendrées par l'écoulement turbulent. Il se propage grâce à la compressibilité de l'air.
- Le pseudo-son, constitué de l'ensemble des fluctuations de pressions résultant de la convection par l'écoulement des structures tourbillonnaires.

Bien que les perturbations acoustiques liées au son soient d'amplitude faible par rapport aux perturbations aérodynamiques associées au pseudo-son, leur contribution au bruit perçu à l'intérieur du véhicule ne peut être négligée.

Pour évaluer les contributions relatives de ces deux composantes du chargement pariétal, il est nécessaire de pouvoir les séparer. La séparation est possible à l'aide de la Transformée de Fourier en Nombre d'Onde (TNO) [5], mais cette technique est mise à défaut aux basses fréquences pour les faibles nombres d'onde. Elle suppose théoriquement d'autre part que l'écoulement puisse être considéré comme spatialement homogène.

La décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD pour Proper Orthogonal Decomposition) apparaît alors comme une alternative ne souffrant pas de cette limitation. Nous étudions dans ce travail sa capacité à séparer la composante acoustique propagative de la composante aérodynamique convectée du champ de fluctuations de pression pariétale.

Afin de disposer des deux composantes du chargement pariétal, nous exploitons les résultats d'une simulation directe acoustique réalisée avec Code_Safari [1,5].

2 Décomposition orthogonale aux valeurs propres

Historiquement, la POD a été introduite en turbulence par Lumley [4] comme une méthode objective permettant d'identifier et d'extraire les structures cohérentes d'un écoulement. Elle peut être vue comme une approche complémentaire à la décomposition de Fourier des fluctuations de pressions pariétales lorsque l'écoulement ne peut plus être considéré comme spatialement homogène, ce qui risque d'être le cas pour les écoulements turbulents complexes autour des automobiles. La POD ne nécessite pas de connaissance a priori de l'écoulement.

La POD permet de représenter un signal aléatoire en déterminant la réalisation de ce signal qui possède la plus grande projection sur l'ensemble des réalisations disponibles. Le signal aléatoire est alors décomposé sur une base de fonctions déterministes appelées modes ou fonctions propres. Cette base est optimale au sens énergétique : aucune autre base n'est capable de capturer une aussi grande quantité d'énergie avec le même nombre de modes.

Soit $f(X)$ une fonction aléatoire de variable quelconque X . Rechercher la base optimale sur laquelle la projection de f est la plus grande revient à chercher la fonction $\phi(X)$ qui maximise le produit

$$\frac{\langle (f, \phi) \rangle}{\|\phi\|^2}, \quad (1)$$

où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble et

$$(f, \phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(X)\phi(X)dX \quad (2)$$

est le produit scalaire des deux fonctions. Ce problème se ramène à un problème aux valeurs propres où les fonctions propres vérifient l'équation de Fredholm

$$\int_D R_{ff}(X, X')\phi^{(n)}(X')dX' = \lambda^{(n)}\phi^{(n)}(X), \quad (3)$$

$R_{ff}(X, X')$ étant le tenseur de corrélation entre 2 réalisations. Ces fonctions sont orthogonales par construction et la valeur propre $\lambda^{(n)}$ représente l'énergie portée par le mode n . Le signal total peut être reconstitué par combinaison linéaire des modes

$$f(X) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)}\phi^{(n)}(X). \quad (4)$$

Les coefficients aléatoires $a^{(n)}$ sont déterminés par projections du signal sur les modes

$$a^{(n)} = \int_D f(X) \phi^{(n)}(X) dX . \quad (5)$$

La POD va être ici appliquée à un champ de pression pariétale $p(\vec{x}, t)$ à deux dimensions spatiales (x et y) et une dimension temporelle t issu de la simulation directe acoustique. Considérons le signal échantillonné par $n_s = n_x \times n_y$ points dans l'espace et n_t points en temps. Deux types de POD sont alors possibles.

2.1 POD classique

Dans la POD classique, on considère chaque instant comme un tirage aléatoire dans l'espace. La moyenne d'ensemble est une moyenne temporelle. On doit calculer le tenseur des corrélations spatiales

$$R_{pp}(\vec{x}, \vec{x}') = \langle p(\vec{x}, t) p^*(\vec{x}', t) \rangle \quad (6)$$

de dimension $n_s \times n_s$. La résolution de l'Eq. (3) donne les modes $\phi^{(n)}(\vec{x})$. Les coefficients $a^{(n)}$ sont obtenus par projection du champ de fluctuations de pression sur ces modes

$$a^{(n)}(t) = \int_S p(\vec{x}, t) \phi^{(n)}(\vec{x}) d\vec{x} . \quad (7)$$

et l'évolution temporelle du signal peut être recomposée à l'aide de l'ensemble des modes

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{n=1}^{n_s} a^{(n)}(t) \phi^{(n)}(\vec{x}) . \quad (8)$$

2.2 Snapshot POD

En snapshot POD, on considère chaque point de l'espace comme un tirage aléatoire dans le temps. La moyenne d'ensemble est une moyenne spatiale. On doit calculer le tenseur des corrélations temporelles

$$R_{pp}(t, t') = \langle p(\vec{x}, t) p^*(\vec{x}, t') \rangle \quad (9)$$

de dimension $n_t \times n_t$. Les modes propres $\phi^{(n)}(t)$ de ce tenseur correspondent aux coefficients temporels et les modes spatiaux $a^{(n)}(\vec{x})$ sont obtenus par projection du signal de fluctuations de pression sur ces modes propres

$$a^{(n)}(\vec{x}) = \int_T p(\vec{x}, t) \phi^{(n)}(t) dt . \quad (10)$$

L'évolution temporelle du signal de pression peut être recomposée à l'aide de l'ensemble des modes

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{n=1}^{n_t} a^{(n)}(\vec{x}) \phi^{(n)}(t) . \quad (11)$$

Ces deux variantes de la POD fournissent théoriquement un résultat identique. L'intérêt d'utiliser l'une plutôt que l'autre dépend de la taille des tenseurs des corrélations associés. Si $n_s < n_t$, le calcul de la base de projection est moins couteux avec la POD classique en utilisant le tenseur des corrélations spatiales. A l'inverse si $n_t < n_s$, il est préférable de choisir la snapshot POD et d'utiliser le tenseur des corrélations temporelles.

3 Simulation directe acoustique

La simulation directe acoustique permet d'obtenir en un seul calcul les champs aérodynamique et acoustique. Elle ne repose sur aucune modélisation des sources sonores. Cette approche nécessite en contrepartie des schémas numériques extrêmement précis afin de capter les fluctuations acoustiques faiblement énergétiques. Elle reste donc souvent limitée à des configurations académiques simples. Code_Safari [1] a été développé par Electricité de France pour étendre la simulation directe acoustique à des géométries plus complexes. Il permet de résoudre par la méthode des différences finies les équations de Navier-Stokes compressibles en trois dimensions, à l'aide de schémas d'ordre élevé, sur un ensemble de grilles structurées curvilignes. L'utilisation de la technique des maillages recouvrant ou « chimère » permet la modélisation de configurations complexes. La communication entre les différents maillages élémentaires est réalisée à l'aide d'interpolations d'ordre élevé. Par ailleurs, une stratégie de modélisation de la turbulence basée sur un filtrage sélectif des variables de l'écoulement rend possible l'étude par « Simulations des Grandes Échelles » (LES) de configurations d'écoulement réalistes à haut nombre de Reynolds sans utilisation de modèle de sous-maille.

Code_Safari a permis par exemple la simulation du sillage turbulent d'un rétroviseur automobile au-dessus d'un plan [5] avec une vitesse moyenne de l'écoulement de $\bar{U}=40\text{m/s}$. Pour représenter la géométrie du rétroviseur, 23 maillages élémentaires structurés ont été utilisés (Fig. 1).

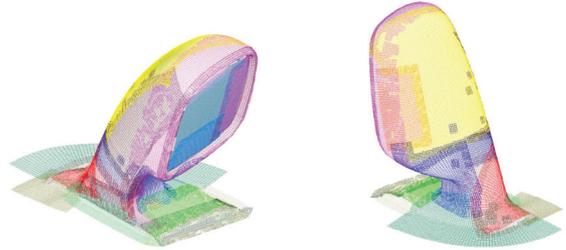


Figure 1 : Les 23 maillages élémentaires du maillage composite utilisé pour le rétroviseur

Le reste du domaine de calcul où s'écoule l'air est modélisé par 6 maillages volumiques (Fig. 2).

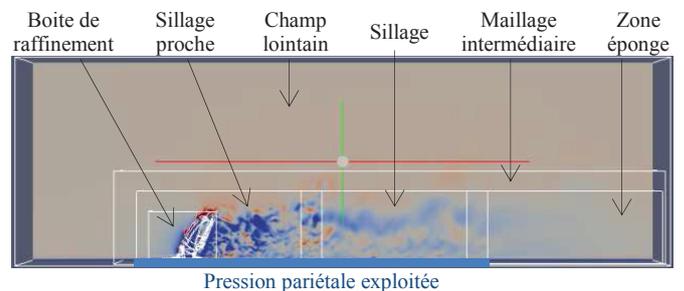


Figure 2 : Domaine de calcul

Seul le champ de pression pariétal dans la boîte de raffinement, le sillage proche et le sillage est ici exploité. Pour diminuer la taille de la base de données à manipuler, on ne conserve qu'une fenêtre temporelle sur 240, ce qui conduit à une fréquence d'échantillonnage $F_s=21008.4$ Hz. Ces données allégées peuvent être traitées selon le critère de Shannon jusqu'à $F_s/2$, ce qui est suffisant puisque

la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations de pression pariétale calculées s'écroule avant 10000Hz [5].

4 Analyse par POD de la pression pariétale simulée

Le signal analysé est composé de $n_t=2223$ fenêtres temporelles, ce qui correspond à une durée physique du signal de $T=0.11s$.

4.1 Sillage proche

L'analyse est d'abord menée dans un sous-domaine du sillage proche (Fig. 3) comprenant $n_s=n_x \times n_y=96 \times 81=7776$ points. Comme $n_t < n_s$, il est préférable de choisir la snapshot POD. On obtient donc 2223 modes.

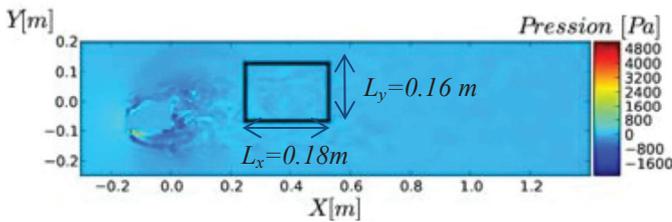


Figure 3 : localisation du sous-domaine d'analyse

La figure suivante montre la répartition d'énergie cumulée sur les modes classés par énergie décroissante.

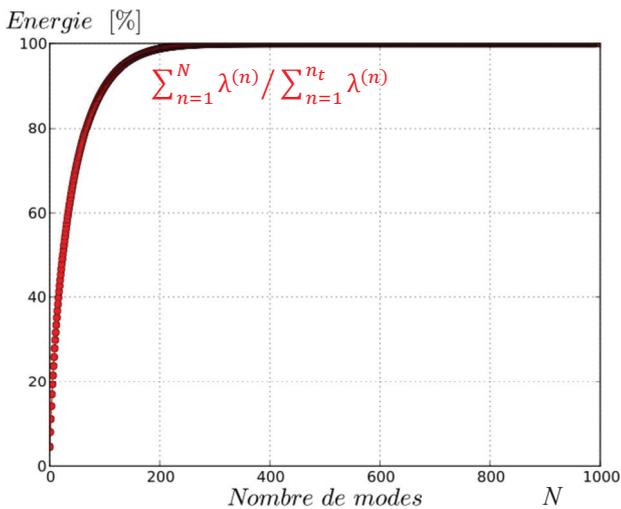


Figure 4 : répartition énergétique des modes POD pour le sillage proche

L'énergie du signal est portée par un grand nombre de modes (environ 200). Aussi les premiers modes ne contiennent qu'une faible partie de l'énergie (~5% pour le premier mode), ce qui signifie qu'on ne trouve pas de structure cohérente très marquée d'un point de vue énergétique dans le sillage proche.

4.2 Domaine complet

L'analyse par POD est ensuite étendue à l'ensemble des données disponibles. La pression pariétale donnée par Code_Safari sur des maillages distincts pour chacune des 3 zones (boîte de raffinement, sillage proche et sillage) est interpolée sur un maillage régulier [5]. Le domaine

d'analyse comprend alors $n_s=n_x \times n_y=906 \times 115=104190$ points pour une surface de $L_x \times L_y=1.7 \times 0.45 \text{ m}^2$.

Comme $n_t < n_s$, il est à nouveau préférable de choisir la snapshot POD. On obtient donc toujours 2223 modes. La répartition d'énergie cumulée (Fig. 5) montre que l'énergie est répartie sur un nombre de modes encore plus élevé (environ 300) que dans le cas du sillage proche. L'énergie des premiers modes est cependant plus élevée (~25% pour le premier mode). Ils sont associés aux grosses structures de l'écoulement qui sont probablement mieux captées avec un domaine d'analyse plus grand.

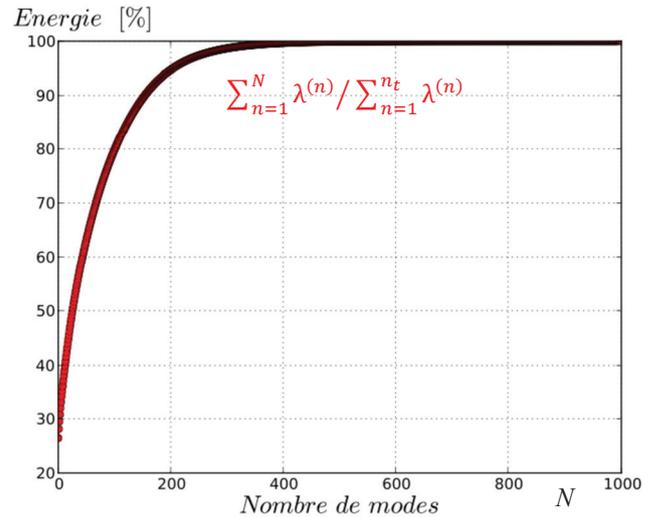


Figure 5 : répartition énergétique des modes POD pour le domaine complet

4.3 Analyse de phase

Afin de valider la séparation des composantes acoustique et turbulente des fluctuations de pression pariétale, la phase relative de deux points voisins d'abscisses x_1 et x_2 dans le sillage du rétroviseur (Fig. 6) est calculée à partir de leur densité interspectrale de puissance $Sp_1p_2(f)$. Cette phase est comparée aux phases relatives correspondant à la propagation d'une onde acoustique

$$\Delta\varphi_0 = 2\pi f(x_2 - x_1)/c_0 \quad (12)$$

et à la convection d'une structure tourbillonnaire par l'écoulement

$$\Delta\varphi_c = 2\pi f(x_2 - x_1)/U_c, \quad (13)$$

où c_0 est la vitesse du son et $U_c \approx 0.6 \bar{U}$ la vitesse de convection.

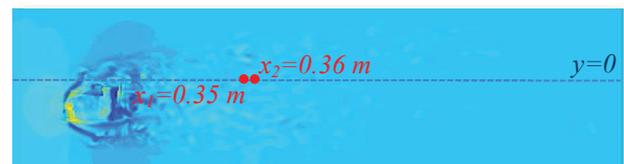


Figure 6: position des points pour l'analyse de phase sur un instantané des fluctuations de pressions

Hekmati [3] propose de séparer les composantes acoustique et turbulente des fluctuations de pression pariétale en séparant les N_c premiers modes des suivants. Il isole la composante acoustique à l'aide des 3 premiers

modes, qui représentent dans son étude 30% de l'énergie totale du signal. Par analogie, les 10 premiers modes correspondant environ à 30% de l'énergie totale dans le cas du sillage proche, sont retenus pour tenter d'isoler la composante acoustique.

L'analyse de phase relative (Fig. 7) montre dans ce cas que l'acoustique est présente aussi bien dans les 10 premiers modes que dans le résidu composé des modes suivants.

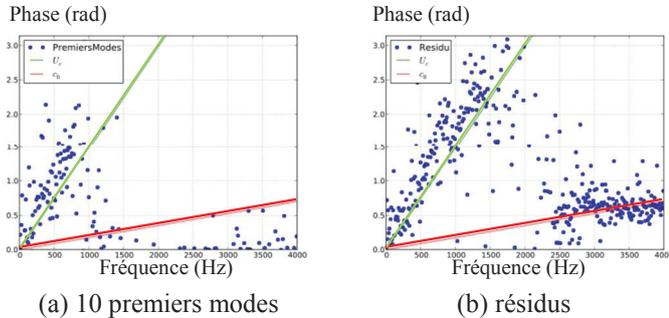


Figure 7 : Phase relative ● pour $N_c=10$ comparée à celle de la propagation acoustique $\Delta\varphi_0$ et de la convection $\Delta\varphi_c$ dans le sillage proche

Le même résultat est observé (Fig. 8) lorsque l'on augmente l'ordre du mode de coupure N_c jusqu'à 30, 50 ou 70.

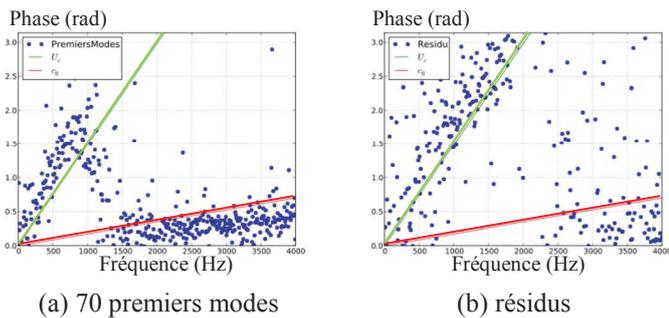


Figure 8 : Phase relative ● pour $N_c=70$ comparée à celle de la propagation acoustique $\Delta\varphi_0$ et de la convection $\Delta\varphi_c$ dans le sillage proche

Il n'est donc pas possible dans le sillage proche de séparer les composantes acoustiques et turbulentes des fluctuations de pressions pariétales à partir des premiers modes issues de la POD.

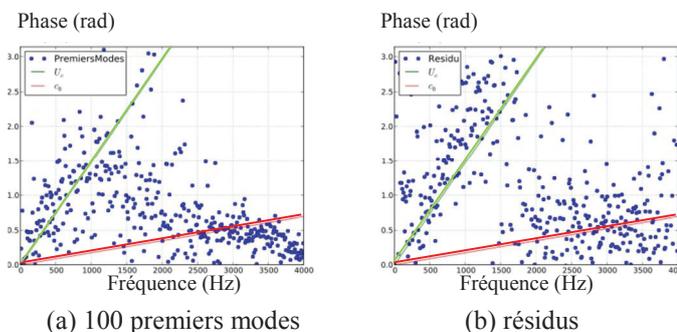


Figure 9 : Phase relative ● pour $N_c=100$ comparée à celle de la propagation acoustique $\Delta\varphi_0$ et de la convection $\Delta\varphi_c$ dans le domaine complet

La même analyse est réalisée sur le domaine complet (Fig. 9) avec $N_c=10, 50, 70$ et 100. Il n'est pas possible non plus dans ce cas de trouver un mode de coupure permettant d'isoler la composante acoustique.

On sait que la composante acoustique, lorsqu'elle coexiste avec la composante aérodynamique, est d'amplitude beaucoup plus faible, et donc beaucoup moins énergétique. Il n'est donc pas étonnant de la retrouver dans les modes d'ordre élevé du résidu.

5 Conclusion

La POD n'a pas permis de séparer les composantes acoustique et convective des fluctuations de pression pariétale issues de la simulation directe acoustique du sillage turbulent d'un rétroviseur. Ces composantes ne semblent pas dissociables en ne considérant qu'un critère énergétique.

La POD pourrait être employée en revanche [2] pour extraire à l'aide des premiers modes les structures les plus énergétiques correspondant aux bas nombres d'onde.

Références

- [1] F. Daude, J. Berland, T. Emmert, P. Lafon, F. Crouzet, C. Bailly, A high-order finite-difference algorithm for direct computation of aerodynamic sound, *Computers & Fluids* **61**, 46-63 (2012)
- [2] E. Gaudard, P. Druault, R. Marchiano, F. Van Herpe, About the POD application for separating acoustic and turbulent fluctuations from wall pressure synthesised field, *Int. Journal Aerodynamics* **4** (1-2), 108-133 (2014)
- [3] A. Hekmati, Analyse des événements aérodynamiques à l'origine des émissions sonores à partir de simulations numériques, *thèse de doctorat de l'UPMC* (2011)
- [4] J. L. Lumley, Atmospheric turbulence and radio wave propagation, *Nauka*, Moscow, 116-178 (1967)
- [5] F. Van Herpe, M. Bordji, D. Baresh, P. Lafon, Wavenumber-Frequency Analysis of the Wall Pressure Fluctuations in the Wake of a Car Side Mirror, *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA paper 2011-2936, (2011)