

## **Absorption acoustique large bande par résonateurs quart-d'onde couplés**

F. Mbailassem<sup>a</sup>, Q. Leclere<sup>a</sup>, E. Redon<sup>a</sup> et E. Gourdon<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA de Lyon Bâtiment St. Exupéry 25 bis av. Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France

<sup>b</sup>LGCB-ENTPE, LTDS UMR CNRS 5513, rue Maurice Audin, 69120 Vaulx-En-Velin, France  
fulbert.mbailassem@insa-lyon.fr

L'une des récentes applications privilégiées des résonateurs quart-d'onde est le contrôle (atténuation) du bruit surtout en environnements non adaptés aux matériaux poreux. De tels résonateurs impliquent plusieurs phénomènes de dissipation autour de la résonance du tube à savoir les effets viscothermiques. La compréhension et la prise en compte de ces phénomènes dans le modèle de propagation d'ondes sonores dans les tubes est nécessaire et indispensable pour prédire le coefficient d'absorption du son. Lorsque ces phénomènes deviennent importants, l'acoustique isentropique ne suffit pas pour les modéliser. Certains travaux ont montré que la propagation d'ondes sonores dans les tubes est complètement gouvernée par quatre paramètres adimensionnels : le nombre d'onde de cisaillement ( $s$ ) ou nombre de Stokes, la fréquence réduite ( $k_r$ ), la racine carrée du nombre de Prandtl ( $\sigma$ ) et le rapport des chaleurs spécifiques ( $\gamma$ ). Ces paramètres permettent d'écrire la solution analytique de la constante de propagation ( $\Gamma$ ). De toutes les solutions analytiques proposées dans la littérature, le modèle dit de la "faible fréquence réduite" proposé pour la première fois par Zwikker et Kosten (1949) permet une bonne prédiction des performances acoustiques des tubes et couvre une large gamme de configurations et de fréquences qui nous intéressent. Ce modèle simple, qui traite séparément les effets visqueux et thermiques permet de prendre en compte les mécanismes d'atténuation et se révèle précis en comparaison avec les mesures expérimentales. Contrairement à certains matériaux absorbants, les résonateurs quart-d'onde simples sont très sélectifs. Un moyen d'élargir leur bande fréquentielle d'action est le couplage. L'objectif de ce papier est justement de présenter les différents types de couplages et de montrer, suivant les applications, lequel est le mieux adapté pour une conception optimale de parois absorbantes.

## 1 Introduction

Les résonateurs quart-d'onde sont des tubes fermés d'un côté et fermés de l'autre. Comme le résonateur d'Helmholtz, le résonateur quart-d'onde peut avoir la propriété d'atténuer le bruit. Cependant, ces résonateurs ont souvent une efficacité d'absorption à bande fréquentielle très fine. L'appréhension du phénomène d'absorption nécessite de bien comprendre les mécanismes de dissipation dans le résonateur.

La propagation du son dans les tubes à sections constantes a été l'objet d'études de beaucoup d'acousticiens depuis des décennies et continue d'attirer l'attention des chercheurs en vue de potentielles applications. Helmholtz (1863) [1], Kirchhoff (1868) [2] et Rayleigh (1896) [3] sont considérés comme les pionniers de cette problématique. Kirchhoff fut le premier à donner la solution exacte de la propagation d'onde sonore dans les tubes cylindriques à section constante. Malheureusement, sa solution est très peu pratique pour la plupart des applications compte tenu de sa grande complexité. Quelques années plus tard, grâce à des simplifications plus ou moins fortes suivant les auteurs, des solutions analytiques ou numériques approchées et simples d'utilisation ont été trouvées. Pour certains, les hypothèses sont introduites à partir de la solution de Kirchhoff, tandis que d'autres comme Zwikker et Kosten [4] ont introduit leurs hypothèses directement aux équations de base. Dans son article, Tijdeman [5] a fait un tour d'horizon de la littérature sur la plupart des solutions du problème de la propagation sonore dans les tubes avec effets viscothermiques. Beltman [6] présente également une revue des modèles thermovisqueux avec couplage fluide-structure. Parmi toutes les solutions analytiques proposées, le modèle de la "faible fréquence réduite" développé pour la première fois par Zwikker et Kosten, et plus tard par Iberall [7] se révèle le plus approprié car couvrant une grande variété des solutions de la littérature. Dans ce modèle, les effets de viscosité et de conductivité thermique sont traités séparément respectivement à travers la densité complexe et le module d'incompressibilité complexe du fluide en fonction desquels la constante de propagation sera ensuite exprimée.

Dans cette communication, nous allons nous focaliser

sur les mécanismes d'atténuation des ondes acoustiques par des résonateurs quart-d'onde à partir de la détermination de l'impédance de ces derniers. Avant d'exprimer l'impédance d'un résonateur, nous allons exprimer la solution de la propagation dans les tubes avec effets dissipatifs. Une fois que le mécanisme d'atténuation sonore sera compris pour un résonateur, nous allons présenter certains moyens pour élargir la bande d'efficacité de tels résonateurs, à savoir les couplages série et/ou parallèle.

## 2 Théorie de la propagation d'onde acoustique visco-thermique

Dans un domaine acoustique borné, on peut définir, à l'interface entre le fluide et les parois, deux couches limites : la couche limite visqueuse ( $\delta_v = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0 \omega}}$ ) et la couche limite thermique ( $\delta_t = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0 C_p \omega}}$ ). Dans beaucoup de problèmes de propagation du son dans l'air, l'acoustique isentropique où seuls les effets d'inertie et de compressibilité sont pris en compte, suffit pour décrire le comportement acoustique du milieu. Cependant, lorsque ces couches limites ne sont pas négligeables devant au moins une des dimensions du domaine (par exemple le rayon d'un tube), elles sont le siège d'une dissipation due à la viscosité du fluide et à la conduction thermique dans ce dernier. Si de plus les parois du domaine sont flexibles alors une dissipation dite structurale va s'ajouter aux deux premières généralisant ainsi les trois principaux mécanismes de dissipation dans les matériaux acoustiques [4, 8, 9]. Dans ce papier, nous allons juste considérer le cas où les parois sont rigides et donc où seuls les effets viscothermiques seraient présents. C'est la propagation d'onde acoustique viscothermique régie par la théorie de Kirchhoff. Mechel [10] par exemple appelle l'acoustique viscothermique de Kirchhoff la "théorie des trois ondes" où il considère qu'il y a une interaction entre une onde visqueuse, une onde thermique et une onde acoustique. Dans la théorie de Kirchhoff plusieurs quantités interviennent comme variables dans la description de l'état du fluide. Il s'agit de la pression totale ( $P$ ), la température totale ( $T$ ), la densité totale ( $\rho$ ) et la vitesse particulière ( $\mathbf{V}$ ). Les équations qui gouvernent la théorie de Kirchhoff (1) sont

l'équation de Navier-Stokes linéarisée [11, 12], l'équation de continuité, l'équation de chaleur et l'équation d'état de gaz parfaits.

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\nabla P + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mu \Delta \mathbf{V} \quad (1a)$$

$$\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1b)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T + \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1c)$$

$$P = \rho R_0 T \quad (1d)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide (air),  $C_p$  sa chaleur spécifique à pression constante,  $\kappa$  sa conductivité thermique,  $\rho_0$  sa densité statique ou moyenne et  $R_0$  la constante spécifique de l'air. Ces équations qui sont générales (ne dépendent pas de la géométrie du domaine) sont accompagnées d'un certain nombre d'hypothèses nécessaires à la résolution du problème. Ce sont essentiellement des hypothèses conduisant à la linéarisation et sont : vitesse moyenne nulle, absence de source de chaleur et de force, fluide homogène, écoulement laminaire.

Les grandeurs acoustiques sont considérées comme des petites perturbations harmoniques autour de leur valeur moyenne respective. Ainsi une quantité totale  $\Psi$  s'écrit comme étant la somme de sa valeur moyenne  $\psi_0$  et d'une valeur fluctuante  $\psi e^{j\omega t}$  ( $\Psi = \psi_0 + \psi e^{j\omega t}$ ). L'amplitude complexe  $\psi$  de la perturbation est la variable acoustique qui nous intéresse. Grâce à cette notation, on définit la pression acoustique  $p$  telle que :  $P = p_0 + p e^{j\omega t}$ . De la même façon se définissent les autres variables acoustiques  $\mathbf{v}$ ,  $\tau$  et  $\delta$  qui sont respectivement la vitesse particulière, la variation de la température et la variation de la densité.

Ce système d'équations aux dérivées partielles est très difficile à résoudre analytiquement pour des géométries complexes et dans ce cas, est souvent résolu de façon numérique [13]. Pour des géométries simples telles que les tubes, des solutions analytiques existent. Dans ce qui suit, nous allons présenter la solution dite de "faible fréquence réduite" en nous basant sur les tubes à section circulaire.

## 2.1 Modèle de la fréquence réduite

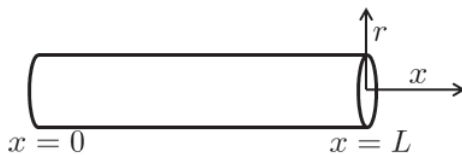


FIGURE 1 – tube cylindrique et système de coordonnées

Le modèle de la fréquence réduite est le modèle analytique qui décrit l'acoustique viscothermique dans les guides d'onde. Il est développé pour la première fois par Zwikker et Kosten par application d'hypothèses supplémentaires aux équations gouvernantes de la théorie de Kirchhoff. Tout en considérant les effets de viscosité et de conduction thermique, Zwikker et Kosten ont supposé que l'onde se propageant dans le tube est plane et se propage suivant la direction longitudinale. Ils définissent deux axes (directions) perpendiculaires (fig. 1) suivant lesquels les

variables et particulièrement le vecteur vitesse peuvent être décomposées : la direction de propagation ( $x$ ) et la direction radiale ( $r$ ). Ils définissent une grandeur géométrique très importante liée à section droite appelé "longueur caractéristique" ( $l$ ) de la section droite. Une mesure convenable de cette longueur est le *rayon hydraulique* défini par :

$$l = 2S_{cd}/P_{cd} \quad (2)$$

avec  $S_{cd}$  l'aire de la section droite du tube, et  $P_{cd}$  son périmètre. Pour un tube cylindrique de section circulaire, la longueur caractéristique n'est rien d'autre que son rayon  $R$ . En réécrivant la solution de Zwikker en fonction des coordonnées normalisées (adimensionnelles), Tijdeman [5] a montré que la propagation d'onde sonore dans les tubes cylindriques est totalement contrôlée par quatre paramètres adimensionnels qui sont : le nombre d'onde de cisaillement  $s = l \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{\mu}}$ , la fréquence réduite  $k_r = l \frac{\omega}{c_0}$ , la racine

du nombre de Prandtl  $\sigma = \sqrt{\frac{\mu C_p}{\kappa}}$  et le rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma = C_p/C_v$ . Pour un gaz donné, on montre que les deux derniers paramètres sont pratiquement constants et donc seuls les deux premiers sont influents. On peut aisément vérifier que le nombre d'onde de cisaillement est le rapport de la longueur caractéristique  $R$  de la section sur l'épaisseur de couche limite visqueuse  $\delta_v$  tandis  $k_r$  est le rapport de cette longueur caractéristique sur la longueur d'onde acoustique  $\lambda = 2\pi/k$ . Pour aboutir à la solution de leur modèle, Zwikker et Kosten ont introduit deux autres hypothèses majeures supplémentaires :

- $k_r \ll 1$ . Cette hypothèse implique que la longueur d'onde acoustique doit être grande devant la longueur caractéristique. C'est cette hypothèse qui donne son nom au modèle ("faible fréquence réduite").
- $k_r/s \ll 1$ , c'est-à-dire que la longueur d'onde acoustique doit être grande comparée aux épaisseurs de couches visqueuses et thermiques.

Avec l'introduction de toutes ces hypothèses, des solutions analytiques ont été trouvées pour les différentes variables acoustiques mais nous allons juste nous intéresser à la pression acoustique et à la vitesse particulière dans la direction de propagation qui sont données par les équations suivantes :

$$p(x, t) = [A_1 e^{\Gamma k x} + A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (3a)$$

$$v(x, t) = \frac{G}{\rho_0 c_0} [A_1 e^{\Gamma k x} - A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (3b)$$

où  $G$  est un facteur dépendant de la forme de la section droite (circulaire, carrée, etc.) et  $\Gamma$  est la constante de propagation. On voit clairement que l'expression de la pression par exemple diffère de celle obtenue de l'équation de Helmholtz par la présence de cette constante qui permet de prendre en compte les effets viscothermiques. Cette constante de propagation qui est une grandeur complexe a ainsi une signification physique importante pour la compréhension des phénomènes. Sa partie imaginaire détermine la célérité effective de l'onde acoustique ( $c_{eff} = c_0/Im(\Gamma)$ ) tandis que sa partie réelle rend compte de l'atténuation dont le coefficient est  $\beta = kRe(\Gamma)$ .

La constante de propagation dépend de la géométrie de la

section droite. Pour une section circulaire :

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_0(sj\sqrt{-j})\gamma}{J_2(sj\sqrt{-j})n}} \quad (4)$$

$$G = -i \frac{\Gamma J_2(sj\sqrt{-j})\gamma}{\gamma J_0(sj\sqrt{-j})n} = -\frac{i}{\Gamma} \frac{\gamma}{n} \quad (5)$$

avec  $n$  le coefficient polytropique reliant la pression et la densité intégrées sur la section par :  $P/\rho^n = cste$ . Il est défini par :

$$n = \left(1 + \frac{(\gamma - 1) J_2(s\sigma j\sqrt{-j})}{\gamma J_0(s\sigma j\sqrt{-j})}\right)^{-1} \quad (6)$$

Dans ces formules,  $J_0$  et  $J_2$  sont respectivement les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 2. Stinson [14, 15] a formulé une expression générale de la constante de propagation pour traiter différentes sections droites. Dans tous les cas, on constate qu'elle prend en compte les effets visqueux via l'argument  $s$  dans les fonctions de Bessel et les effets thermiques par l'argument  $\sigma$  qui ne dépend que de la conductivité thermique de l'air, mais pas de sa viscosité.

Il faut noter que compte tenu des deux dernières hypothèses qui ont conduit à son élaboration, le modèle de la faible fréquence réduite n'est valide que pour des tubes de rayon  $R$  et des fréquences  $f$  tels que :  $Rf^{3/2} < 10^6 \text{ cm s}^{3/2}$  et  $R > 10^{-3} \text{ cm}$ . Pour des valeurs inférieures à  $10^{-3} \text{ cm}$ , les rayons approcheraient le libre parcours moyen (distance moyenne parcourue par une particule d'une substance entre deux collisions successives avec d'autres particules en mouvement) et le tube deviendrait imperméable à l'onde. De même, pour des fréquences supérieures à  $10^8 \text{ Hz}$  la longueur d'onde approcherait aussi le libre parcours moyen. Il faut souligner que la bande fréquentielle de validité de ce modèle couvre largement la bande audible qui nous intéresse.

## 2.2 Impédance acoustique

L'impédance acoustique  $Z$  étant le rapport de la pression sur la vitesse particulière, on remarque d'après les expressions des équations (3) que l'impédance dans le tube varie non seulement avec la fréquence mais aussi en fonction de l'abscisse ( $x$ ) du tube. On définit donc une impédance variable  $Z(x) = \frac{p(x)}{v(x)}$ . Comme en acoustique isentropique le produit  $\rho_0 c_0$  désigne l'impédance caractéristique d'une onde se propageant dans l'air libre, l'impédance caractéristique dans un tube où se propage une onde visqueuse est définie par :  $Z_c = \rho_0 c_0 / (-G)$ . Cette impédance caractéristique peut être utilisée pour exprimer l'impédance normalisée (sans dimension)  $\zeta$  d'après la relation :

$$\zeta(x) = \frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{-G}{\rho_0 c_0} Z(x) = \frac{-G}{\rho_0 c_0} \frac{p(x)}{v(x)} \quad (7)$$

Étant donné que l'impédance varie le long de la direction de propagation, on peut définir un coefficient de réflexion variable suivant la position  $x$  par :

$$R(x) = \frac{\zeta(x) - 1}{\zeta(x) + 1} \quad (8)$$

L'impédance varie suivant  $x$  mais pour déterminer certaines propriétés acoustiques du tubes, les valeurs aux limites suffisent. Ainsi, si nous considérons les conditions aux

limites de pression  $p(0) = p_0$  et  $p(L) = p_L$  appliquées respectivement en  $x = 0$  et  $x = L$ , les impédances en ces limites valent respectivement :

$$\zeta(0) = \frac{\sinh(\Gamma kL)}{\cosh(\Gamma kL) - \frac{p_L}{p_0}} \quad (9)$$

$$\zeta(L) = \frac{\sinh(\Gamma kL)}{\frac{p_0}{p_L} - \cosh(\Gamma kL)} \quad (10)$$

Dans les deux expressions, apparaît le rapport  $\frac{p_L}{p_0}$  qui peut être considéré comme la fonction de transfert du tube. Dans le cas d'un résonateur quart-d'onde où l'extrémité fermée peut être caractérisée par une condition limite  $v_L = 0$ , cette fonction de transfert du tube vaut :

$$\frac{p_L}{p_0} = \frac{1}{\cosh(\Gamma kL)} \quad (11)$$

## 3 Résonateur quart-d'onde et absorption acoustique

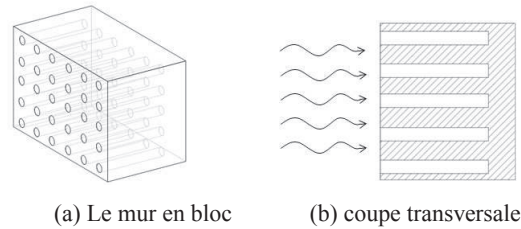


FIGURE 2 – mur acoustique contenant des résonateurs quart-d'onde

Considérons un mur dans lequel sont perforés plusieurs résonateurs quart-d'onde (fig. 2a). Si une onde acoustique incidente arrive sur ce mur du côté ouvert des résonateurs (fig. 2b), elle va pénétrer et se propager dans les tubes. Suivant les caractéristiques du tube, l'onde va être amortie tout au long de sa propagation à l'intérieur du tube avant d'aller se réfléchir à l'extrémité rigide. Si l'on considère le mur comme un matériau acoustique à réaction locale, son coefficient d'absorption peut être déterminé par la méthode d'impédance. En effet, si on désigne par  $\zeta_s$  l'impédance de surface normalisée du mur, le coefficient de réflexion au niveau de cette surface sera exprimé comme dans l'équation (8) par :

$$R = \frac{\zeta_s - 1}{\zeta_s + 1}$$

L'impédance de surface  $\zeta_s$ , dépend de l'impédance  $\zeta_{tube} = \zeta(0)$  à l'entrée du tube définie ci-dessus. Pour un mur comportant  $N$  résonateurs identiques, l'impédance de surface est définie par :

$$\zeta_s = \frac{\zeta_{tube}}{\Phi} \quad (12)$$

où  $\Phi$  est la "porosité surfacique" définie par le rapport de la surface totale des sections des résonateurs ( $NA_{tube}$ ) sur la surface totale du mur ( $A_{mur}$ ) :

$$\Phi = \frac{NA_{tube}}{A_{mur}}$$

La connaissance du coefficient de réflexion permet d'obtenir le coefficient d'absorption  $\alpha$  du mur par :

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (13)$$

D'après, les équations (12) et (13), pour avoir une absorption optimale, il faut que  $\zeta_s$  soit égal à l'unité à toutes les fréquences. Cependant, étant donné que cette impédance dépend de la fréquence, le coefficient d'absorption serait très sélectif. Les figures 3 et 4 montrent respectivement l'impédance de surface et le coefficient d'absorption d'un mur avec un réseau uniforme de résonateurs quart-d'onde de caractéristiques géométriques suivantes :  $L = 0.0807\text{m}$ ,  $R = 0.001\text{m}$  et  $\Phi = 0.0657$

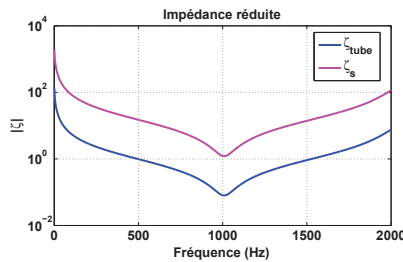


FIGURE 3 – Impédances du tube et de surface

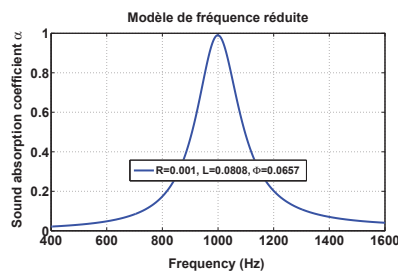


FIGURE 4 – Coefficient d'absorption

### 3.1 Mécanisme d'absorption

La courbe d'absorption de la figure 4 montre un pic autour de 1000Hz. Cette fréquence correspond à la résonance des tubes où la pression dans le tube est amplifiée et l'onde acoustique est réfléchi au fond du résonateur. Il se crée un fort gradient de vitesse et température dans les couches limites entraînant une importante dissipation d'énergie de l'onde incidente. L'onde incidente et l'onde réfléchi sont en opposition de phase et s'annulent. Exactement à cette fréquence de résonance, si la "porosité surfacique" et l'impédance du tube s'accordent bien alors l'absorption sera totale comme c'est le cas de cet exemple. L'absorption non nulle pour les fréquences proches de la résonance est due aussi aux effets viscothermiques.

La bonne prédiction de la fréquence de résonance exige de considérer, en plus de la longueur géométrique du tube, une longueur corrective  $\epsilon$ . Cette longueur rend compte du fait qu'une certaine couche d'air à l'entrée du tube participe à la vibration de l'air présent dans le tube et apporte ainsi une masse ajoutée. Cette correction de longueur a pour effet de déplacer la résonance vers les basses fréquences et

dépend de la configuration géométrique des trous dans le mur (distribution uniforme, tubes concentriques...) [16].

Un autre paramètre très influent sur le niveau d'absorption est le rayon des résonateurs. Les effets de viscosité et de conduction thermique sont fonction du rayon du tube respectivement à travers  $s$  et  $s\sigma$ . De ce fait l'atténuation de l'onde acoustique par le mur absorbant dépendra du rayon des résonateurs. La figure 5 où l'absorption est optimisée autour de 1000Hz pour différents rayons, montre que la dissipation augmente quand le rayon décroît confirmant ainsi le fait que les effets dissipatifs deviennent importants quand les couches limites ne sont pas négligeables devant le rayon. La difficulté est que pour de faibles rayons, les "porosités" optimales donnent de très grand nombres de trous au mètre carré.

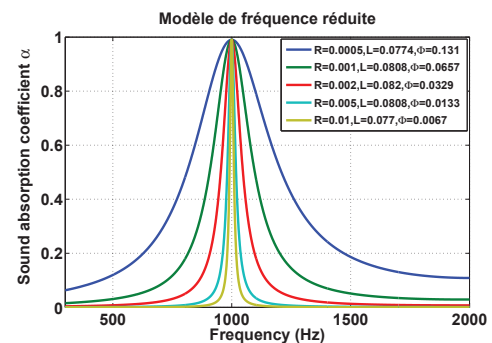


FIGURE 5 – Influence du rayon des résonateurs

### 3.2 Cas des résonateurs couplés

Les résultats précédents montrent qu'un mur fait de résonateurs identiques est très sélectif en termes d'atténuation. Cette limitation a motivé l'idée de combiner plusieurs résonateurs différents afin de tirer profit de leurs performances respectives. On obtient ainsi des résonateurs dits couplés. Les différentes combinaisons possibles sont le couplage parallèle, le couplage série et le couplage mixte. Lorsque les résonateurs sont différents, l'impédance de surface s'exprime de façon générale par :

$$\zeta_s = \frac{1}{\sum \frac{\Phi_j}{\zeta_j}} \quad (14)$$

#### 3.2.1 Couplage parallèle

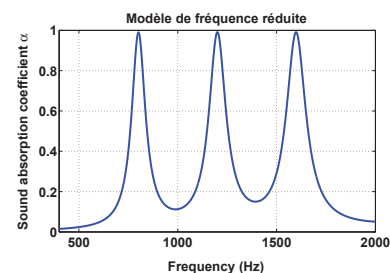


FIGURE 6 – Absorption d'un couplage parallèle

On parle de couplage parallèle de résonateurs si plusieurs tubes de longueurs différentes et/ou de rayons différents sont

réalisés dans un mur. Etant donné que les différents tubes entrent en résonance à des fréquences différentes, ils vont ajouter leurs contributions par principe de superposition et le mur se comportera comme un absorbeur discret (fig.6) sauf si les fréquences de résonance des différents tubes sont très proches les unes de leurs voisines.

### 3.2.2 Couplage série

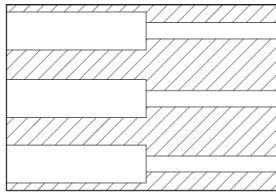


FIGURE 7 – Coupe schématique des résonateurs série

Lorsque deux tubes de sections différentes sont connectés entre eux (fig.7), on parle d'un "couplage série". Un tel résonateur, s'il est bien dimensionné, permet d'avoir une bande fréquentielle d'absorption plus large que celle d'un résonateur simple de même longueur et de même porosité. La figure 8 est un exemple d'amortissement réalisé par un mur de résonateurs série optimisés pour avoir un coefficient d'absorption supérieur à 0.80 sur une bande centrée sur 1000Hz. La procédure [17] consiste à fixer les dimensions  $L1$  et  $R1$  du grand tube et à rechercher la longueur  $L2$  du second tube (petit), son rayon  $R2$  et le rapport des surfaces  $\Phi$  qui donneraient une large bande d'absorption supérieure à un seuil cible  $\alpha_{min}$ .  $L1$  définit plus ou moins la fréquence centrale de la bande.

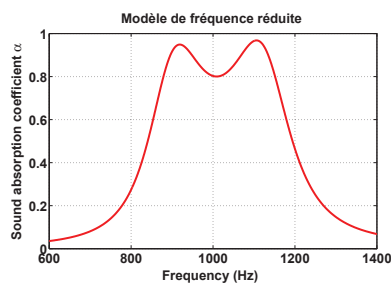


FIGURE 8 – Absorption de résonateurs couplés :  $L1 = 8\text{cm}$ ,  $R1 = 5\text{mm}$ ,  $L2 = 8\text{cm}$ ,  $R2 = 0.95\text{mm}$ ,  $\Phi = 0.167$

### 3.2.3 Couplage mixte

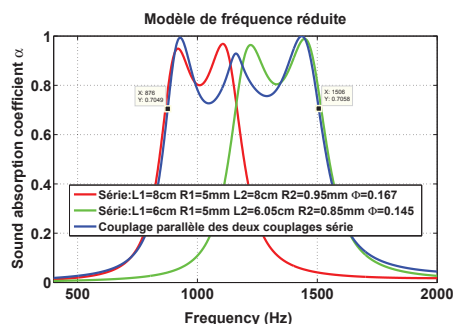


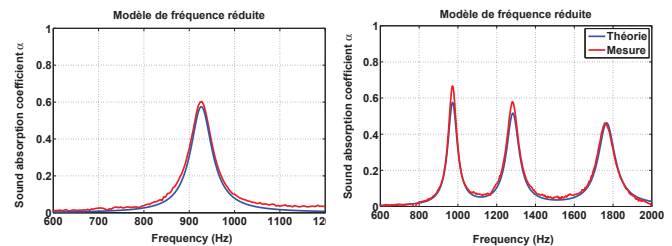
FIGURE 9 – Absorption d'un couplage mixte

Le couplage mixte est tout simplement la mise en parallèle de différents types de résonateurs couplés en série. Cela a pour avantage d'associer les performances des couplages série et parallèle afin d'avoir une bonne adsorption sur une certaine largeur avec une faible porosité, chose qui est difficile avec un simple couplage parallèle. Cet effet est montré par la courbe bleue de la figure 9 qui correspond à un couplage parallèle de deux couplages série optimisés pour une absorption d'au moins 0.80 respectivement autour de 1000Hz (courbe rouge) et 1324Hz (courbe verte). Dans cet exemple, on peut voir que le couplage mixte a permis d'avoir une atténuation d'au moins 70% sur une largeur de plus de 600hz.

## 4 Validation



FIGURE 10 – échantillons



(a) Un seul trou au centre (b) Trois trous en parallèle

FIGURE 11 – validation expérimentale du modèle

Des vérifications expérimentales ont été effectuées sur différentes conditions de couplage (résonateur simple, parallèle, mixte) dans un tube Kundt B&K de diamètre 100mm et confirment la bonne prédiction du modèle comme montré dans les figures 11 et 12. Les échantillons sont des tubes cylindriques en PVC dans lesquels sont réalisés les résonateurs (fig.10). La figure 11a correspond au cas d'un seul résonateur concentrique de dimensions  $L = 8.55\text{cm}$ ,  $R = 1\text{cm}$ . Dans la figure 11b sont présentés les résultats d'un couplage parallèle de trois tubes de rayon  $1\text{cm}$  et de longueurs respectives  $L1 = 8\text{cm}$ ,  $L2 = 5.85\text{cm}$ , et  $L3 = 4\text{cm}$ . Enfin la figure 12 correspond à un couplage mixte où sont mis en parallèle deux types de couplages série de caractéristiques géométriques ( $L1 = 8\text{cm}$ ,  $R1 = 8\text{mm}$ ,  $L2 = 8.2\text{cm}$ ,  $R2 = 1.05\text{mm}$ ,  $\Phi = 0.12$ ) et ( $L1 = 6\text{cm}$ ,  $R1 = 8\text{mm}$ ,  $L2 = 6.3\text{cm}$ ,  $R2 = 1.01\text{mm}$ ,  $\Phi = 0.122$ ). Chacun des deux couplages série est dimensionné pour réaliser une atténuation supérieure à 90% la plus large possible. Le décalage fréquentiel constaté sur ce dernier cas peut s'expliquer par l'interaction entre les tubes mais aussi par l'effet de bord compte tenue de la faible dimension du tube de Kundt et de l'échantillon. Par ailleurs, sur l'échantillon,

les résonateurs sont distribués sur une ligne circulaire or dans la théorie, le calcul a été fait avec une distribution en grillage avec une distance inter-tubes constante.

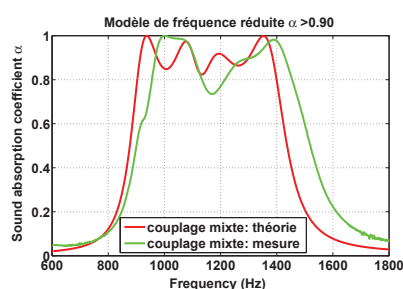


FIGURE 12 – Résultats du Couplage mixte

## 5 Conclusion

Mise à part leur utilisation pour l'amplification du son, les résonateurs quart-d'onde présentent un intérêt très important dans les applications de contrôle du bruit surtout dans les environnements où l'utilisation des matériaux poreux peut s'avérer difficile ou inappropriée. Lorsqu'ils sont bien dimensionnés, ils se comportent comme de très bons absorbeurs acoustiques quel que soit le matériau dans lequel ils sont réalisés. Ils ont l'inconvénient d'être très sélectifs en termes de fréquence mais même avec cette limite ils peuvent être utilisés dans des applications où seules certaines fréquences sont gênantes (bruit de moteurs...). Par ailleurs, on a montré dans ce papier que le couplage est un moyen d'élargir la bande fréquentielle d'absorption de ces résonateurs. Lorsque plusieurs fréquences isolées sont gênantes, une mise en parallèle de résonateurs différents suffit pour absorber le bruit. Pour des gênes couvrant une certaine bande fréquentielle, le couplage série ou le couplage mixte sont bien adaptés suivant l'étendue fréquentielle du bruit. Les mécanismes responsables de cette absorption sont essentiellement la résonance du tube, les frottements visqueux et les échanges thermiques entre l'air et les parois du résonateur. Le modèle de la "faible fréquence réduite" de Zwicker et Kosten est le modèle analytique le plus simple et le plus robuste pour décrire au mieux la prise en compte de ces effets dissipatifs. Pour l'air, les deux paramètres importants de ce modèle sont le nombre d'onde de cisaillement  $s$  et la fréquence réduite  $k_r$ .

## Remerciements

Ce travail a été réalisé grâce au soutien financier du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007). Nous remercions M. Patrick BLACHIER pour sa collaboration technique dans la fabrication des échantillons.

## Références

- [1] H. V. Helmholtz. Verhandlung der naturhistorisch-medizinischen vereins zu heidelberg. *Bd III*, 16, 1863.
- [2] Gustav Kirchhoff. Ueber den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. *Annalen der Physik*, 210(6) :177–193, 1868.
- [3] Baron John William Strutt Rayleigh. *The theory of sound*, volume 2. Macmillan, 1896.
- [4] CW Kosten and C Zwicker. *Sound Absorbing Materials*. Elsevier, 1949.
- [5] H. Tijdeman. On the propagation of sound waves in cylindrical tubes. *Journal of Sound and Vibration*, 39(1) :1 – 33, 1975.
- [6] W.M. BELTMAN. Viscothermal wave propagation including acousto-elastic interaction, part i : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 227(3) :555 – 586, 1999.
- [7] Arthur S Iberall. *Attenuation of oscillatory pressures in instrument lines*. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1950.
- [8] L Jaouen and FX Bécot. Reinforcement of acoustical material properties using multiple scales. *SIA Automotive and railroad comfort*, 2008.
- [9] Jean Allard and Noureddine Atalla. *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials 2e*. Wiley, 2009.
- [10] F. P. Mechel. Revision of the kirchhoff-rayleigh-theory of sound propagation in visco-thermal air. part i : Basic equations and capillary modes. *Acta Acustica united with Acustica*, 93(4) :507–534, 2007.
- [11] P.M.C. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical acoustics*. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill, 1968.
- [12] A.D. Pierce. *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. Acoustical Society of America, 1989.
- [13] Wim Ronald Kampinga. *Viscothermal acoustics using finite elements : analysis tools for engineers*. University of Twente, 2010.
- [14] Michael R Stinson. The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89 :550, 1991.
- [15] Michael R. Stinson and Yvan Champoux. Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple pore geometries. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(2) :685–695, 1992.
- [16] D.A. Bies and C.H. Hansen. *Engineering Noise Control : Theory and Practice, Third Edition*. Taylor & Francis, 2003.
- [17] Fredericus Joseph Marie van der Eerden. *Noise reduction with coupled prismatic tubes*. PhD thesis, University of Twente, Enschede, the Netherlands, November 2000.