



## **Une Méthode Numérique pour Calculer la Diffusion Acoustique d'une Source Mobile par Plusieurs Objets**

N. Pignier<sup>a,b</sup>, C. O'Reilly<sup>a,b</sup> et S. Boij<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>KTH Royal Institute of Technology, KTH Aeronautical and Vehicle Engineering, Teknikringen 8, 100 44  
Stockholm, Suède

<sup>b</sup>The Centre for ECO<sup>2</sup> Vehicle Design, KTH Aeronautical and Vehicle Engineering, Teknikringen 8, 100  
44 Stockholm, Suède  
pignier@kth.se

Dans le cadre d'une étude de la propagation du son depuis un véhicule terrestre en mouvement, une méthode numérique est développée pour calculer le champ sonore généré par une source en mouvement et son interaction avec un environnement proche constitué de routes, immeubles et murs anti-bruit par exemple. Cette méthode, destinée à être implémentée dans un processus de conception de véhicule, doit être efficace et peu coûteuse en temps de calcul. Ce dernier objectif requiert un certain nombre d'approximations. Le problème est simplifié à celui d'un monopôle acoustique harmonique se déplaçant à vitesse constante dans un milieu au repos à proximité d'un ou plusieurs larges objets parfaitement réfléchissants. Le cas d'une source fixe est d'abord étudié. Les réflexions sont calculées via une intégrale de Kirchhoff-Helmholtz à laquelle est appliquée l'approximation de Kirchhoff. Cette approximation permet d'exprimer l'intégrale explicitement afin de pouvoir l'intégrer numériquement sur la surface des objets diffusant, supposés rigides. Cette étape nécessite le développement d'une méthode pour calculer les zones d'ombres. Les réflexions multiples sont ensuite modélisées par mises à jour consécutives des valeurs de pressions sur la surface des objets. L'effet d'un mouvement de la source est pris en compte à travers l'introduction d'un temps retardé et de l'effet Doppler dans l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz. Cette méthode est validée pour le calcul de la diffusion d'une onde sphérique par un panneau rigide pour laquelle des résultats numériques et expérimentaux existent ainsi que pour le calcul du champ sonore généré par un point source mobile passant à proximité de deux immeubles où les résultats sont comparés à ceux obtenus par une méthode de différences finies en domaine temporel d'ordre supérieur. Les résultats sont satisfaisants au regard des applications envisagées.

## 1 Introduction

Au sein de l'Union Européenne, environ 65% de la population est régulièrement exposée à des niveaux sonores dangereux pour la santé [1]. Les transports sont de loin les premiers responsables de cette pollution sonore [2], principalement les transports terrestres puisque les transports aériens représentent un problème localisé au voisinage des aéroports. Comme les niveaux mondiaux de trafic ne cessent d'augmenter, il semble probable que les expositions au bruit des transports suivent la même tendance. Dans le but de concevoir des véhicules de transport durables, la problématique de réduction du bruit doit être considérée en parallèle avec d'autres contraintes. Cela implique non seulement que les niveaux sonores doivent être réduits, mais aussi que les phénomènes de propagation et de perception du son au passage du véhicule soient inclus dans le processus de conception. Une méthode efficace pour prédire la propagation du son depuis des véhicules en mouvement dans un environnement urbain est par conséquent un sujet d'intérêt.

De nombreuses études de propagation du son en milieu urbain ont été menées dans le passé, mais à la connaissance des auteurs ces études concernent toutes une source fixe. Les méthodes pour résoudre les hautes fréquences s'appuient souvent sur des algorithmes de lancer de rayon ou sur des méthodes de géométrie acoustique où les réflexions spéculaires sont modélisées par des images sources et où la diffraction des rayons est calculée par des formules analytiques calculées le long des arêtes des objets [3]. Pour les basses fréquences où les hypothèses de géométrie acoustique ne sont plus valables, la méthode des éléments finis de frontière est couramment adoptée. D'autres études se focalisent sur une modélisation plus réaliste des façades non homogènes d'immeubles à travers des modèles établis par mesure et prédiction d'un coefficient de diffusion [4, 5].

Cet article présente une méthode pour estimer le champ sonore à proximité de voies de transport au passage d'un véhicule en présence d'immeubles ou d'obstacles divers. Pour le moment, nous supposons que les sources sonores du véhicule sont modélisables par un nombre fini de monopôles se déplaçant avec un vecteur vitesse constant dans un fluide homogène au repos. Les façades des immeubles sont supposées être parfaitement réfléchissantes.

## 2 Equation de Kirchhoff-Helmholtz, approximation de Kirchhoff et application au calcul de diffusion sonore

Cette partie présente l'équation de Kirchhoff-Helmholtz et l'approximation de Kirchhoff appliquées au calcul de la diffusion sonore d'une onde sphérique par un objet rigide. Dans toute la suite, nous considérons la propagation sonore dans un milieu homogène, linéaire, isotrope tridimensionnel au repos. Nous supposons que la pression acoustique obéit à l'équation d'onde dans l'ensemble du domaine. Cette équation étant linéaire, nous limitons cette étude au cas d'une source ponctuelle, le cas de sources multiples pouvant être obtenu par sommation.  $p$  désigne la pression acoustique dans le domaine temporel et  $\hat{p}$  la pression acoustique dans le domaine fréquentiel.

Considérons un objet fixe de forme arbitraire de surface  $S$  et un monopôle également fixe localisé au point  $\mathbf{y}$  hors de  $S$ . La condition de radiation de Sommerfeld est supposée respectée à l'infini. La pression acoustique  $\hat{p}$  en un point donné  $\mathbf{x}$  en dehors de  $S$  et différent de  $\mathbf{y}$  peut s'écrire comme

$$\hat{p}(\mathbf{x}) = \hat{p}_{inc}(\mathbf{x}) + \hat{p}_{sc}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

où  $\hat{p}_{inc}$  est donné par

$$\hat{p}_{inc}(\mathbf{x}) = \hat{S}_0 \hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2)$$

et où  $\hat{p}_{sc}$  est exprimé via l'équation de Kirchhoff-Helmholtz comme

$$\hat{p}_{sc}(\mathbf{x}) = \iint_S (\hat{p}(\mathbf{z}) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) - \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \nabla \hat{p}(\mathbf{z})) \cdot \mathbf{n}_{out} dS_z \quad (3)$$

$\hat{S}_0$  est l'amplitude de la source,  $\hat{G}$  est la fonction de Green en espace infini donnée par

$$\hat{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \hat{G}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi r} e^{-ikr} \quad \text{avec } \mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}. \quad (4)$$

et  $\mathbf{n}_{out}$  représente la normale sortante locale à la surface  $S$ . Si nous supposons que l'objet est rigide, le second terme dans l'intégrale de l'Eq. (3) disparaît car la pression acoustique sur sa surface  $S$  doit alors satisfaire la condition aux limites

de Neumann  $\nabla \hat{p} \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} = 0$ . Il en résulte une expression plus simple pour  $\hat{p}_{sc}$

$$\hat{p}_{sc}(\mathbf{x}) = \iint_S (\hat{p}(\mathbf{z}) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{\text{out}}) dS_z \quad (5)$$

L'équation de Kirchhoff-Helmholtz présentée dans l'Eq. (5) n'est pas sous une forme explicite. Pour la résoudre, les valeurs de pression surfacique doivent être évaluées et celles-ci dépendent du champ diffusé lui-même. L'équation peut être utilisée en tant que telle dans une méthode des éléments finis mais le coût en temps de calcul pour résoudre les hautes fréquences est alors conséquent. Une méthode moins demandeuse en ressource de calculs consiste à approximer les valeurs de pression surfacique en utilisant l'approximation de Kirchhoff. Cette hypothèse fut à l'origine utilisée pour calculer la diffraction d'une onde plane au travers d'un trou et sa formulation était la suivante [6] : sur la surface d'intégration, le champ de pression surfacique est supposé être égal au champ de pression incident dans le trou et est supposé être nul ailleurs. Cette hypothèse est généralisée à l'étude de la diffusion d'un champ sonore par un objet, auquel cas les valeurs de pression surfacique sont supposées être égales au double de la pression incidente sur l'objet dans les zones illuminées et nulles dans les zones d'ombres. En d'autres termes, les diffractions et réflexions internes à l'objet sont négligées, ce qui est d'autant plus valide pour des objets de forme convexe et pour les hautes fréquences. D'autre part, comme les parties cachées de l'objet sont supposées ne pas contribuer au champ diffusé dans cette formulation, nous pouvons nous attendre à ce que le champ sonore derrière l'objet ne soit pas parfaitement représenté.

La validité de l'approximation de Kirchhoff a été testée de nombreuses fois dans le passé. Cox et Lam [7] ont comparé différentes méthodes basées sur l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz pour évaluer la diffusion sonore par des plaques rigides planes et incurvées et ont comparé les résultats avec des mesures expérimentales. L'approximation de Kirchhoff donne des résultats similaires à une méthode des éléments finis de frontière pour des angles de réflexion faibles avec un coût plus faible. Les résultats sont d'autant meilleurs que l'angle de réflexion est faible et que les fréquences considérées sont élevées, une conclusion partagée par d'autres publications. Jepsen et Medwin [8] ont montré que l'approximation de Kirchhoff menait à des erreurs dans le calcul de la rétro-diffusion du son par une plaque semi-infinie et par un coin rigide pour des angles rasants. Il semble donc que l'approximation de Kirchhoff peut mener à des résultats satisfaisants avec un coût de calcul modéré si l'on se limite aux hautes fréquences et aux incidences non rasantes. De plus, comme les diffractions aux arêtes ne sont pas explicitement modélisées, cette méthode n'est pas destinée à prédire correctement le champ sonore dans des configurations où ce phénomène est prévalent.

Le problème présenté ici concerne principalement les hautes fréquences. En outre, nous sommes principalement intéressés par les réflexions sur les immeubles du côté de la voie de circulation donc les phénomènes de diffraction autour des immeubles ne constituent pas notre intérêt prioritaire. L'approximation de Kirchhoff semble par conséquent raisonnable.

En utilisant l'approximation de Kirchhoff nous obtenons

l'expression suivante pour  $\hat{p}_{sc}$

$$\hat{p}_{sc}(\mathbf{x}) = \iint_S \hat{p}_{surf}(\mathbf{z}) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{\text{out}} dS_z \quad (6)$$

avec

$$\hat{p}_{surf}(\mathbf{z}) = 2\hat{p}_{inc}(\mathbf{z})\mathcal{D}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \quad (7)$$

où  $\mathbf{y}$  est la position de la source. Dans l'équation (7) nous avons introduit une fonction  $\mathcal{D}$  qui rend compte des zones d'ombres.  $\mathcal{D}$  est définie par

$$\mathcal{D}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 0 & \text{si le segment } [\mathbf{x}\mathbf{y}] \text{ a une intersection avec au} \\ & \text{moins un des éléments de la surface de l'objet,} \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (8)$$

et est évaluée par la méthode expliquée dans le Paragraphe 3.1.

### 3 Implémentation pour une source mobile et plusieurs objets diffusants

Dans cette partie nous expliquons comment l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz peut être implémentée pour calculer les réflexions multiples d'abord dans le cas d'une source fixe puis dans le cas d'une source mobile. Nous présentons également une méthode pour déterminer les zones d'ombre.

#### 3.1 Calcul des zones d'ombre

Pour pouvoir évaluer numériquement la pression acoustique sur la surface de l'objet diffusant dans le but d'utiliser l'approximation de Kirchhoff, nous devons savoir quelles parties de la surface de l'objet sont visibles par la source et quelles parties ne le sont pas. Ces dernières sont appelées les zones d'ombre. Dans le cas de réflexions multiples la source peut aussi être un autre objet. Les zones d'ombres sont déterminées par la méthode suivante.

La position de la source qui a émis l'onde atteignant le point  $\mathbf{x}$  à  $t$  est donnée par  $\mathbf{y}(t_e)$ , où  $t_e$  est le temps retardé.  $\mathbf{x}$  est dans la zone d'ombre à  $t$  si le rayon entre  $\mathbf{y}(t_e)$  et  $\mathbf{x}$  est intercepté par une frontière. Comme les surfaces des objets sont discrétisées en éléments triangulaires pour intégrer numériquement l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz, le problème se ramène à celui de savoir si un segment  $[\mathbf{x}\mathbf{y}]$  entre deux points dans un espace à trois dimensions a une intersection ou non avec un triangle  $\mathcal{T}$ . Pour ce faire, nous

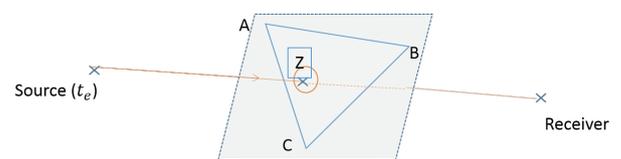


FIGURE 1 – Intersection entre un rayon source-observateur et un triangle en 3D

définissons la projection  $\mathbf{Z}$  du point  $\mathbf{y}$  dans le plan contenant le triangle comme représenté Figure 1. Si  $\mathbf{Z}$  est dans  $\mathcal{T}$  alors il y a intersection et  $\mathbf{x}$  appartient à la zone d'ombre.  $\mathbf{Z}$  appartient à  $\mathcal{T}$  si et seulement si  $\mathbf{Z}$  peut être exprimé comme une somme pondérée des points  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$ , les trois poids étant positifs. En pratique, nous définissons  $\mathbf{Z}$  puis nous calculons  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  tels que  $\mathbf{Z} = \alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{B} + \gamma\mathbf{C}$  et nous vérifions que tous ces poids sont positifs.

## 3.2 Formulation dans le cas de réflexions multiples

Lorsqu'il y a plus d'un objet diffusant dans le milieu, l'expression pour la pression réfléchie donnée par l'Eq. (6) doit être adaptée pour prendre en compte les réflexions multiples entre les objets. Chaque objet voit les autres objets comme une source qui contribue aux valeurs de pression acoustique sur sa surface. En d'autres termes la pression  $p_{surf}$  doit inclure les ondes provenant des autres objets. Par superposition, la pression acoustique au point  $\mathbf{x}$  est donnée par

$$p(\mathbf{x}, t) = p_{inc}(\mathbf{x}, t) + \sum_{i=1}^N p_{sc,r}^{(i)}(\mathbf{x}, t) \quad (9)$$

où  $N$  est le nombre d'objets et

$$p_{sc,r}^{(i)}(\mathbf{x}, t) = \iint_{S_i} p_{surf}^{(i)}(\mathbf{z}, t) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{out} dS_z \quad (10)$$

est la pression acoustique réfléchie par l'objet  $i$ . Dans cette expression,  $p_{surf}^{(i)}$  est la pression acoustique sur la surface de l'objet  $i$ .  $p_{surf}^{(i)}$  est évaluée comme

$$p_{surf}^{(i)}(\mathbf{z}, t) = 2p_{inc}^{(i)}(\mathbf{z}, t) \mathcal{D}^{(0)}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) + 2 \sum_{j=1, j \neq i}^N p_{sc,o}^{(j)}(\mathbf{z}, t) \quad (11)$$

où

$$p_{sc,o}^{(i)}(\mathbf{x}, t) = \iint_{S_i} p_{surf}^{(i)}(\mathbf{z}, t) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{out} \mathcal{D}^{(i)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) dS_z. \quad (12)$$

Dans l'équation (12) la fonction  $\mathcal{D}$  introduite dans la Partie 2 a une définition légèrement différente.  $\mathcal{D}$  est maintenant définie par

$$\mathcal{D}^{(i)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 0 & \text{si le segment } [\mathbf{x}\mathbf{y}] \text{ a une intersection} \\ & \text{avec au moins un des objets } j \neq i, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (13)$$

et est évaluée avec la méthode développée au Paragraphe 3.1. Dans l'expression de  $\mathcal{D}^{(0)}$  tous les objets sont pris en compte dans le calcul des intersections rayons-surfaces, y compris l'objet sur lequel les pressions surfaciques sont évaluées. Pour calculer  $p_{surf}^{(i)}$  nous procédons par mises à jour successives. Dans un premier temps les pressions surfaciques sont évaluées uniquement depuis la source, puis elles sont mises à jour étape après étape en ajoutant les contributions des autres objets.

$$\begin{cases} \text{Step 1 } p_{surf}^{(i,1)}(\mathbf{z}, t) = 2p_{inc}^{(i)}(\mathbf{z}, t) \mathcal{D}^{(0)}(\mathbf{z}, \mathbf{y}) \\ \text{Step } q, q \geq 2 \ p_{surf}^{(i,q)}(\mathbf{z}, t) = p_{surf}^{(i,q-1)}(\mathbf{z}, t) \\ + \sum_{j=1, j \neq i}^N \iint_{S_j} p_{surf}^{(j,q-1)}(\mathbf{z}, t) \nabla \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{out} \mathcal{D}^{(j)}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) dS_z \end{cases} \quad (14)$$

où  $p_{surf}^{(i,q)}$  fait référence aux valeurs de pression surfacique sur l'objet  $i$  à l'étape  $q$ . Le nombre d'étapes  $Q$  est choisi en fonction du nombre d'objets, de leur configuration et du niveau de précision souhaité. La pression acoustique totale à la position de l'observateur est évaluée à travers les Eq. (9) et (12) en utilisant  $p_{surf}^{(i,Q)}$  à la place de  $p_{surf}^{(i)}$  dans l'évaluation de  $p_{sc}$ . Ce procédé est décrit dans les Figures 2 à 4 dans le cas de deux objets et deux ordres de réflexion.

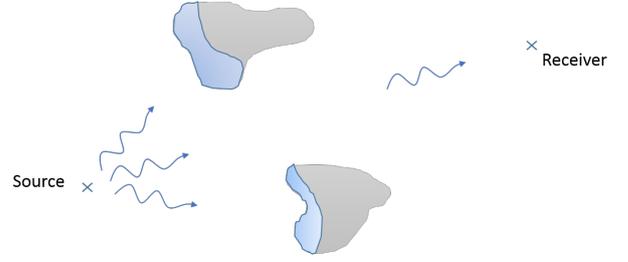


FIGURE 2 – Étape  $q = 1$  : la pression incidente due à la source est évaluée sur les objets et à la position de l'observateur. Les zones illuminées où la pression surfacique est mise à jour sont représentées en couleur.

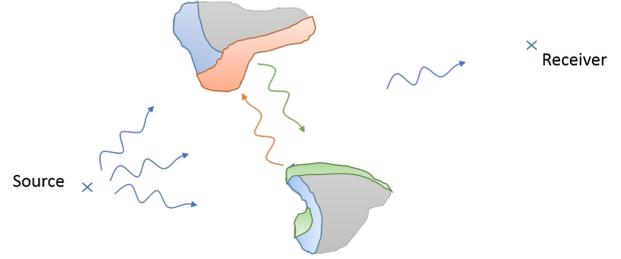


FIGURE 3 – Étape  $q = 2$  : les valeurs de pression surfacique sur chaque objet sont mises à jour par addition du champ diffusé par l'autre objet calculé avec les valeurs de pression surfacique de l'étape 1.

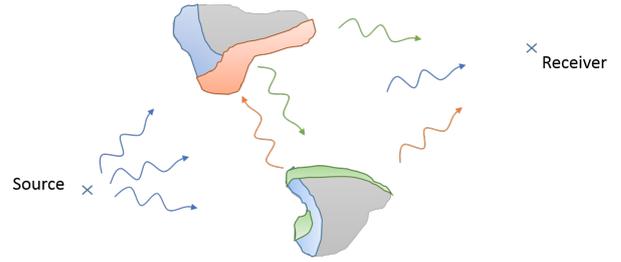


FIGURE 4 – Enfin la pression acoustique est évaluée à la position de l'observateur par addition de la pression incidente de la source et des pressions diffusées par les deux objets.

## 3.3 Adaptation de l'équation de Kirchhoff-Helmholtz au cas d'une source ponctuelle mobile

Si la source se déplace à vitesse constante (les vitesses considérées sont toujours subsoniques) alors nous devons prendre en compte le mouvement de la source pendant la propagation du son jusqu'à l'observateur. La pression acoustique à l'observateur vaut alors [9]

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{\hat{S}_0}{4\pi r(t_e) |1 - M_r(t_e)|} e^{i\omega t_e} \quad (15)$$

où  $t_e$  est le temps retardé qui est solution de l'équation  $c_0(t - t_e) = r(t_e)$  et où  $\mathbf{r}(t_e) = \mathbf{x} - \mathbf{y}(t_e)$ .  $\mathbf{y}$  est la position de la source.  $t_e$  correspond au temps auquel la pression acoustique atteignant l'observateur à  $t$  a été émise par la source.  $M_r = \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_r = M \cos \theta$  représente la projection du nombre de Mach dans la direction de l'observateur et  $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$ . Un observateur à  $\mathbf{x}$  perçoit une onde de pulsation instantanée

$$\omega_e = \frac{\omega}{1 - \mathbf{M}_r}. \quad (16)$$

Pour exprimer la pression diffusée, nous devons adapter l'Eq. (6). En effet, l'équation de Kirchhoff-Helmholtz a été dérivée dans le domaine fréquentiel et n'est par conséquent pas valide telle qu'elle dans le cas d'une source mobile. En raison de l'effet Doppler, chaque élément sur la surface des objets diffusants perçoit à un temps donné une onde de fréquence  $\omega_e$  ( $\omega_e$  est ici une fonction de la position sur la surface et du temps). L'Eq. (6) peut être interprétée en termes de sources de Huygens : la contribution de l'objet à la diffusion du son est équivalente à celle d'un certain nombre de source ponctuelle localisées sur sa surface comme expliquée sur la Figure 5. Dans cette interprétation, chaque

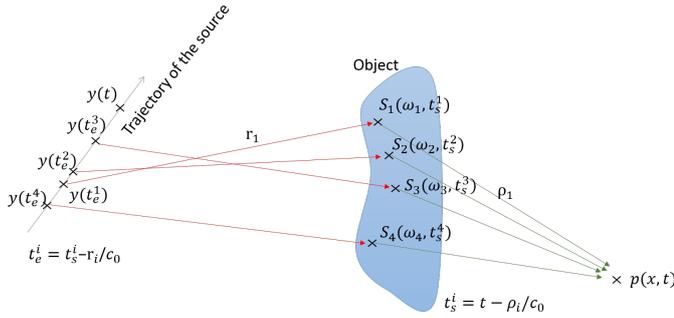


FIGURE 5 – Diffusion par un objet d'une onde sonore émise par une source ponctuelle mobile vue en termes de sources équivalentes de Huygens.

source équivalente  $S_i$  a une fréquence égale à la fréquence perçue

$$\omega_i(t) = \frac{\omega}{1 - \mathbf{M}_r^{(i)}(t)}. \quad (17)$$

Ceci n'est valable que si la source se déplace suffisamment lentement pour qu'un observateur sur l'objet voit instantanément une onde harmonique. Dans ces conditions nous pouvons proposer l'expression suivante pour le champ diffusé

$$p(\mathbf{x}, t) = p_{inc}(\mathbf{x}, t) + \iint_S 2p_{inc}(\mathbf{z}, t - \frac{|\mathbf{z} - \mathbf{x}|}{c_0}) \nabla_z \hat{G}(\mathbf{z}, \mathbf{x}, \mathbf{k}_z) \cdot \mathbf{n}_{out} \cdot \mathcal{D}(\mathbf{z}, y(t_e)) dS_z \quad (18)$$

avec  $p_{inc}$  donnée par l'Eq. (15) et  $t_e$  le temps retardé introduit précédemment. Les dépendances temporelle et spatiale sont contenues dans  $t_e$ .  $\mathbf{k}_z$  est le nombre d'onde perçu.

### 3.4 Réflexions multiples d'une onde sonore émise par un point source mobile

Si la source est mobile, le problème de réflexions multiples est plus complexe que dans le cas d'une source fixe. Le problème peut encore être interprété en termes de sources équivalentes. Considérons une source ponctuelle harmonique et deux objets. La source émet une onde sonore qui atteint l'Objet 1. Si la vitesse de la source n'est pas trop grande, chaque point sur les parties illuminées de la surface de cet objet voit une onde harmonique de pulsation  $\omega_p$  donnée par l'Eq. (16). En utilisant le principe de Huygens comme expliqué dans le Paragraphe 3.3, chacun de ces points peut être considéré comme une source secondaire fictive émettant une onde sonore à sa propre fréquence perçue. Cette onde atteint le second objet, où cette fois

toutes les parties illuminées perçoivent cette contribution à la même fréquence puisque les deux objets sont fixes. Puis ces nouvelles sources équivalentes sur l'Objet 2 émettent une onde sonore de pulsation  $\omega_p$  qui est perçue par l'observateur.

## 4 Validation

Dans cette partie nous discutons deux cas de validation de notre implémentation de l'équation de Kirchhoff-Helmoltz appliquée aux réflexions par un ou plusieurs objets de l'onde émise par une source en mouvement. Le premier cas est une étude de la diffusion d'une onde sonore sphérique par une plaque rigide et s'appuie sur les résultats d'une étude expérimentale et numérique par Cox et Lam [7]. Le second est une comparaison avec des résultats obtenus par un code de différences finies en domaine temporel d'ordre supérieur (FDTD) [10, 11] dans une configuration avec une source mobile et deux immeubles infiniment élevés.

### 4.1 Diffusion d'une onde sphérique par une plaque rigide

Cox et Lam [7] ont étudié la diffusion d'une onde sphérique par des réflecteurs rigides. Des résultats expérimentaux ont été comparés avec des résultats issus de solutions analytiques et de simulations toutes basées sur différentes méthodes de solution de l'équation de Kirchhoff-Helmholtz, y compris l'approximation de Kirchhoff. Cette étude est principalement applicable pour les auditoriums où de tels réflecteurs sont utilisés mais après mise à l'échelle des ordres de grandeur des objets et des fréquences considérées cette étude peut également donner des résultats intéressants pour notre étude, à la fois pour valider notre implémentation de l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz et pour quantifier le degré de validité de l'approximation de Kirchhoff. La configuration du problème est présentée Figure 6.

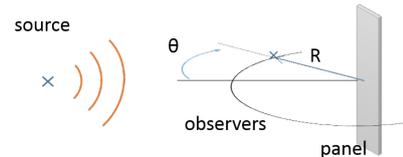


FIGURE 6 – Positions de la source, de la plaque et des observateurs pour l'étude de la diffusion d'une onde sonore sphérique par une plaque rigide.

La plaque mesurée a une taille de 0.302 x 1.92 x 0.010 m. La source est localisée à 3.96 m de la plaque et la pression acoustique est mesurée sur un arc de cercle de 180° du côté de la source à 1.178 m du centre de la plaque. Deux différentes plaques furent testées par Cox et Lam, une seulement par simulations, l'autre par simulation et expérimentalement. Le cas par simulations uniquement est intéressant dans la mesure où il nous permet de valider notre implémentation de l'équation de Kirchhoff-Helmholtz pour la diffusion d'une onde sphérique par un seul objet. Les résultats obtenus sont exactement les mêmes que ceux de Cox et Lam avec les mêmes hypothèses. Ces résultats ne sont pas présentés ici. Le second cas, pour lequel des résultats expérimentaux existent mais pour lequel ces résultats n'ont pas été comparés à la solution de Kirchhoff, est

intéressant puisqu'il permet d'évaluer le degré de précision de l'approximation de Kirchhoff dans ce cas de diffusion. Ces derniers résultats sont présentés dans les Figures 7 et 8 pour 2012 et 3995 Hz respectivement.

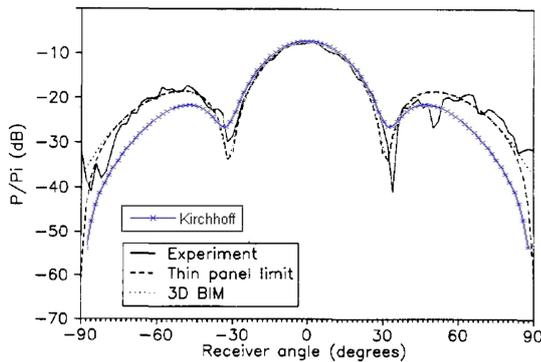


FIGURE 7 – Pression diffusée, comparaison entre les résultats obtenus avec l'approximation de Kirchhoff et les résultats expérimentaux obtenus par Cox et Lam [7] pour 2012 Hz.

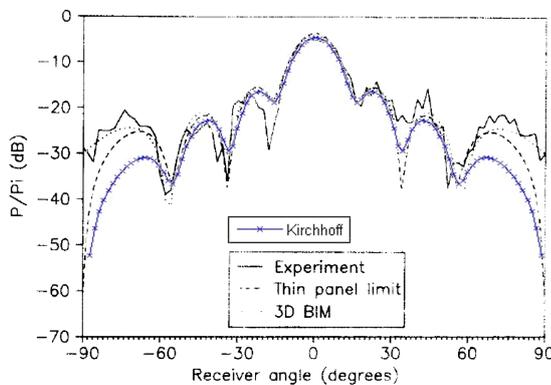


FIGURE 8 – Pression diffusée, comparaison entre les résultats obtenus avec l'approximation de Kirchhoff et les résultats expérimentaux obtenus par Cox et Lam [7] pour 3995 Hz.

Pour des angles faibles l'approximation de Kirchhoff prédit assez précisément le champ diffusé. Pour 2012 Hz, les résultats sont bons dans l'intervalle  $-30$  à  $30^\circ$  et pour 3995 Hz ils sont bons dans un intervalle deux fois plus large ce qui confirme que l'approximation est meilleure pour les hautes fréquences. Dans les deux cas, le motif de diffusion est bien représenté.

## 4.2 Source ponctuelle mobile passant à proximité de deux immeubles

Dans cette partie nous présentons des premiers résultats d'une étude de la diffusion du son émis par une source ponctuelle mobile passant à proximité de deux immeubles parfaitement réfléchissants. Les positions relatives de la source et des objets sont présentées Figure 9. Les deux immeubles ont une section horizontale de  $L = 20$  m par  $l = 10$  m et sont séparés par  $s = 8$  m. Ils sont supposés avoir des surfaces plates et rigides. La source est un monopôle de fréquence 87.5 Hz se déplaçant à une vitesse constante de  $v_0 = 60$  m.s<sup>-1</sup> dans le plan  $z = 0$  à une distance  $d = 10$  m de la façade des immeubles. Le milieu est constitué d'air homogène isotrope au repos, avec une vitesse du son de 346 m.s<sup>-1</sup>. Dans la direction  $z$ , les immeubles s'étendent

jusqu'aux frontières du domaine pour la méthode par FDTD et ils ont une taille finie de  $-30$  à  $30$  m pour notre méthode. Pour le code FDTD, le domaine s'étend de  $-10$  à  $80$  m dans la direction  $x$ , de  $-10$  à  $70$  m dans la direction  $y$  et de  $-50$  à  $50$  m dans la direction  $z$ . Une zone éponge est définie tout autour du domaine pour assurer de faibles réflexions. La source a été ajusté en amplitude et phase pour une source fixe placée à  $(20, 20, 0)$  m et un observateur à  $(40, 30, 0)$  m. Pour les deux simulations, la source est placée à  $(20, 20, 0)$  m au temps  $t = 0$ . Les champs de pression acoustique calculés

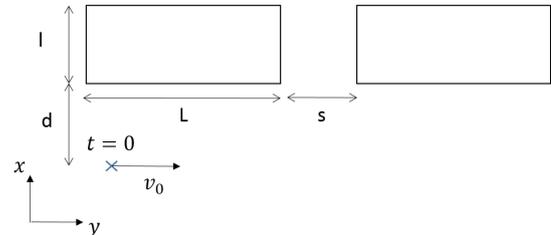


FIGURE 9 – Positions de la source et des immeubles dans le plan  $z = 0$  pour le test de validation par comparaison avec une méthode de différences finies en domaine temporel d'ordre supérieur.

aux temps 0.200 s et 0.334 s sont représentés respectivement sur les Figures 10 et 11.

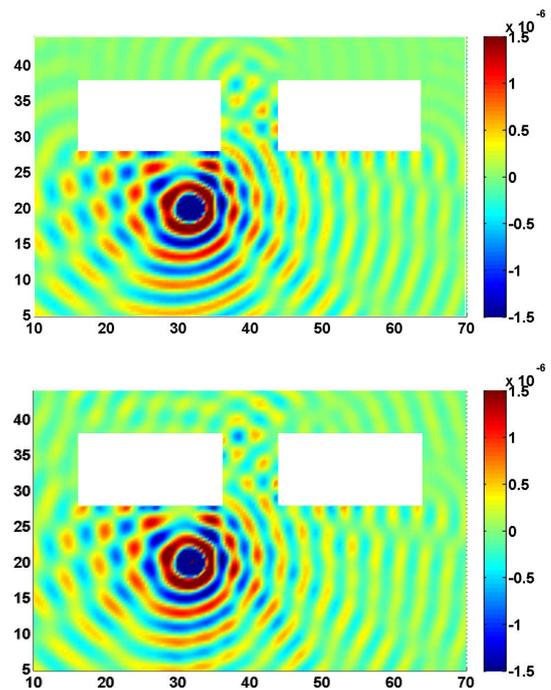


FIGURE 10 – Champ de pression acoustique au temps 0.200 s prédit par FDTD (en haut) et par notre méthode (en bas).

Dans l'ensemble les deux méthodes donnent des résultats similaires. Les schémas d'interférence et les zones de forte et faible pression sont bien représentés. Des différences peuvent être observées localement, en particulier entre les deux immeubles où les diffractions sur les arêtes affectent fortement le champ. Les réflexions sont modélisées uniquement jusqu'à l'ordre 2 dans notre méthode tandis qu'un nombre infini de réflexions sont implicitement modélisées dans le code FDTD. Des différences locales peuvent aussi être observées notamment près des arêtes

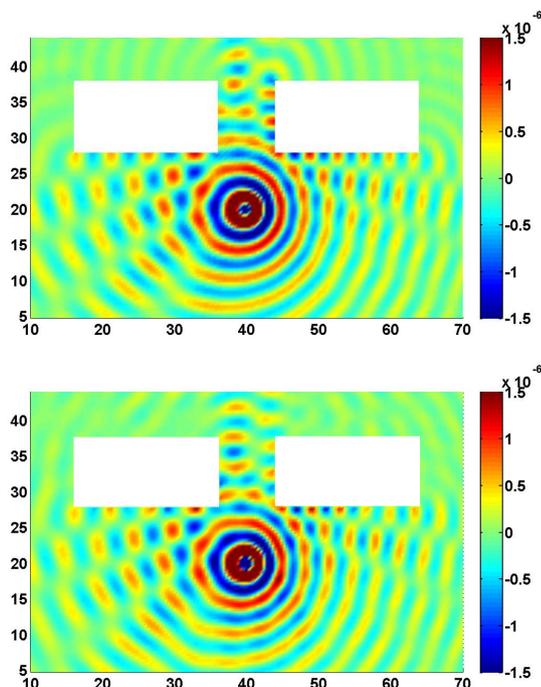


FIGURE 11 – Champ de pression acoustique au temps 0.334 s prédit par FDTD (en haut) et par notre méthode (en bas).

et peuvent être expliquées par le fait que notre modèle ne modélise pas explicitement la diffraction sur ces arêtes.

Ces deux méthodes sont très différentes par nature et il est intéressant de voir que les résultats sont similaires. Notre méthode procure des résultats certes moins précis de par les approximations faites mais elle présente des avantages similaires à une méthode par éléments finis de frontière sans être aussi coûteuse.

## 5 Conclusion

Ce papier présente une méthode approximative pour évaluer le champ sonore généré par un monopôle harmonique mobile passant à proximité d'objets rigides. Cette méthode s'appuie sur l'équation de Kirchhoff-Helmholtz à laquelle est appliquée l'approximation de Kirchhoff. Les réflexions multiples sont prises en compte par mise à jour successives des pressions surfaciques et le mouvement de la source est modélisé par l'introduction d'un temps retardé et de l'effet Doppler dans l'intégrale de Kirchhoff. Cette implémentation est vérifiée par comparaison avec une étude numérique et expérimentale de la diffusion d'une onde sphérique par une plaque rigide ainsi que par comparaison avec une méthode de différences finies en domaine temporel d'ordre supérieur pour le cas d'une source mobile en présence de deux immeubles. Les résultats sont bons compte tenu des approximations.

De futurs travaux sur la validation de cette méthode seront menés et les effets de réflexion sur le sol seront ajoutés. Une source plus réaliste devrait également être modélisée pour représenter de manière plus réaliste le champ sonore au passage d'un véhicule.

## Remerciements

Les travaux présentés ici ont été menés dans le cadre du Centre for ECO<sup>2</sup> Vehicle Design, un Centre VinnExcellence de recherche multidisciplinaire et multi-véhiculaire participant au développement d'un design durable de véhicules.

## Références

- [1] Carlos Dora. A different route to health : implications of transport policies. *BMJ*, 318(7199) :1686–1689, 6 1999.
- [2] OECD. Environmental policies for cities in the 1990s. Technical report, OECD, 1990.
- [3] Marcel C. Remillieux, Joseph M. Corcoran, T. Ryan Haac, Ricardo A. Burdisso, and U. Peter Svensson. Experimental and numerical study on the propagation of impulsive sound around buildings. *Applied Acoustics*, 73(10) :1029 – 1044, 2012.
- [4] M.R. Ismail and D.J. Oldham. A scale model investigation of sound reflection from building façades. *Applied Acoustics*, 66(2) :123 – 147, 2005. Urban Acoustics Urban Acoustics.
- [5] J. Picaut and L. Simon. A scale model experiment for the study of sound propagation in urban areas. *Applied Acoustics*, 62(3) :327 – 340, 2001.
- [6] B. B. Baker and E. T. Copson. *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*. Chelsea Publishing Company, 1950.
- [7] Trevor J. Cox and Y.W. Lam. Evaluation of methods for predicting the scattering from simple rigid panels. *Applied Acoustics*, 40(2) :123 – 140, 1993.
- [8] Gary M. Jepsen and Herman Medwin. On the failure of the kirchhoff assumption in backscatter. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 72(5) :1607–1611, 1982.
- [9] M. Åbom. *An Introduction to Flow Acoustics*. Trita-AVE. 2008.
- [10] Jeonglae Kim, Daniel Bodony, and Jonathan Freund. A high-order, overset-mesh algorithm for adjoint-based optimization for aeroacoustics control. In *Aeroacoustics Conferences*, pages –. American Institute of Aeronautics and Astronautics, June 2010.
- [11] Daniel J. Bodony. Accuracy of the simultaneous-approximation-term boundary condition for time-dependent problems. *Journal of Scientific Computing*, 43(1) :118–133, 2010.