



Pinces Acoustiques : De la modélisation à l'expérience

D. Baresch^a, R. Marchiano^b et J.-L. Thomas^a

^aInstitut des Nanosciences de Paris, UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

^bInstitut Jean le Rond d'Alembert-UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France
diego.baresch@upmc.fr

Les forces de “pression de radiation” qu’une onde acoustique peut exercer sur un objet résulte de l’interaction non-linéaire entre l’onde incidente qui échange un flux de quantité de mouvement avec l’objet par diffusion acoustique. Nous avons étudié cet effet non-linéaire dans un contexte de piégeage et de manipulation sans contact d’objets, on parle alors de “pince acoustique”. L’utilisation de ces forces s’est révélée extrêmement féconde pour des expériences de lévitation acoustique de particules suspendues dans un fluide puis son application à l’étude, tri et séparation de particules (pouvant être biologiques ou biomédicales). Néanmoins, la limite majeure de ce mode de piégeage réside dans l’établissement d’un système d’ondes stationnaires (en général unidirectionnel) qui ne permet pas d’obtenir une “pince acoustique” à proprement parler. Cela nous a amené à introduire l’utilisation d’un faisceau acoustique particulier, le vortex acoustique. Son front d’onde hélicoïdal lui confère des caractéristiques uniques pour manipuler des objets. L’exposé abordera une généralisation importante de la théorie de la pression de radiation qui s’exerce sur une sphère ainsi que les expériences associées qui ont permis de démontrer que le vortex acoustique permet de piéger, translater, voire de tourner un objet, ce qui pourrait être la clé pour donner à la “pince acoustique” une véritable dextérité de préhension.

1 Introduction

Il y a maintenant deux décennies, le travail pionnier de Ashkin sur le piégeage de particules diélectriques dans un faisceau laser fortement focalisé a initié un champ de recherche excitant : les pinces optiques [1, 2, 3]. Son usage a amené rapidement aux travaux de Chu, Cohen-Tannoudji et Philips sur le refroidissement d’atomes par pompage optique qui leur vaudra le prix Nobel de 1997. La pression dite de radiation qui s’exerce sur une particule s’opposant à la propagation de la lumière est le phénomène sous-jacent aux pinces et fut exploité à la fois comme un riche exemple de phénoménologie physique et un outil efficace pour concevoir des outils de mesures très sensibles [4]. Aujourd’hui plus que jamais, l’idée de faire usage de la pression de radiation acoustique dans une manière similaire semble attractive. De fait, les “pinces acoustiques” pourraient présenter plusieurs avantages devant leur analogue optique allant de l’ordre de grandeur de la force obtenue, la taille plus grande et la nature des objets qui pourraient être manipulés (limitant les risques d’échauffement), une région d’application des forces plus vaste et une meilleure pénétration des ondes acoustiques dans la plupart des milieux.

Le piégeage acoustique a été considéré dans des systèmes à ondes stationnaires [5, 6], dits de lévitation acoustique, et est à la base de nombreuses applications pour les “laboratoires sur puce” et la microfluidique [7]. Quant à l’utilisation d’un unique faisceau propagatif, aucune démonstration n’a permis de mettre en évidence l’existence de forces capables de piéger un objet en trois dimensions. Les deux tentatives de Wu et Lee *al* [8, 9] ont montré qu’inévitablement un simple faisceau ultrasonore focalisé exerçait une forte force de poussé sur les particules conduisant à leur fuite.

Par ailleurs, des études récentes sur la manipulation d’objets en optique et acoustique ont révélé d’importantes propriétés de la pression de radiation qu’un faisceau aux fronts d’onde hélicoïdaux (aussi appelés les vortex) pouvait exercer sur des objets. Ces faisceaux sont des solutions naturelles de l’équation des ondes et possèdent une variation azimutale et périodique de leur phase. Par suite, l’axe de propagation du faisceau représente une région de singularité de phase où celle-ci n’est pas définie. Ceci implique que l’amplitude y est nulle, conférant une structure tridimensionnelle particulière à l’intensité de ces faisceaux. Elle est nulle sur l’axe et a son maximum sur un anneau centré sur l’axe de propagation. Le cœur silencieux des vortex représente une zone de piégeage privilégiée

puisqu’elle pourrait y limiter l’échauffement des objets. Qui plus est, les fronts d’ondes hélicoïdaux assignent au faisceau un flux de moment cinétique en addition au flux de quantité de mouvement linéaire [10]. Ce moment angulaire absorbé par des disques a induit un couple provoquant leur mise en rotation [11, 12]. Dans un contexte de piégeage de particules, on prévoit une mise en rotation orbitale des particules autour de l’axe de propagation [13, 14], voire un échange de moment cinétique intrinsèque avec des particules absorbantes tournant alors autour de leur propre axe [15, 16]. Finalement, considérant le cas particulier des faisceaux de Bessel, la prévision de l’apparition d’une force axiale négative permettrait, même si cela peut paraître contre-intuitif, d’attirer une particule vers la source sonore [17, 13, 18].

Des analyses approfondies de la pression de radiation acoustique dues aux ondes planes progressives ou stationnaires et qui s’exercent sur une sphère ont établi les principes de base des pièges acoustiques [19, 20, 21]. Néanmoins diverses limitations inhérentes à ces modèles liés à la taille de la particule ou encore à la nature du champ incident ne permettent pas de comprendre la dynamique de particules dans des champs aux fronts d’ondes complexes et progressifs.

Dans ce travail, nous nous concentrerons sur les forces qu’un vortex dit de Bessel exerce sur une sphère élastique dans un fluide parfait. Dans la première partie nous discuterons du dispositif expérimental permettant d’obtenir des vortex acoustiques. Dans la deuxième partie, nous présenterons une analyse théorique récente de la pression de radiation acoustique permettant de caractériser la dynamique complexe d’une sphère dans ces scènes ultrasonores particulières.

2 Le faisceau incident

Vortex acoustique : Nye et Berry [22] sont à l’origine du travail fondateur sur les singularités de phase pouvant apparaître lors de la propagation de trains d’ondes acoustiques. Ils ont démontré l’existence de différents types de dislocations du front d’onde et en particulier la dislocation de type vis. Cette catégorie comprend les faisceaux possédant des fronts d’onde hélicoïdaux (voir figure 1) signature des vortex acoustiques ou optiques. Leur travail a ouvert un vaste sujet de recherche en optique (dénommé “singular optics”) et a permis de comprendre notamment la nature à la fois intrinsèque et

extrinsèque du moment angulaire portée par les faisceaux électromagnétiques [23, 24] ainsi que d'utiliser les vortex optiques comme des pinces optiques devenus des outils privilégiés des recherches fondamentales en physique ou le monde du vivant [3, 25]. En acoustique, la thématique des vortex est émergente. Ils ont été synthétisés et analysés dans les deux régimes linéaires et non-linéaires [10, 26, 27]. Et l'étude de leur interaction avec des objets révèle déjà d'importantes perspectives [28, 12].

Parmi différentes écritures mathématiques possibles pour les vortex en acoustique [29], en coordonnées cylindriques une solution naturelle de l'équation de Helmholtz en milieu libre et non dissipatif est le faisceau de Bessel pouvant s'écrire :

$$\phi(\rho, \varphi, z) = \phi_0 J_m(\kappa\rho) e^{i(m\varphi + k_z z)} \quad (1)$$

ϕ étant le potentiel de vitesse acoustique, ϕ_0 son amplitude. D'après la figure 1, (ρ, φ, z) sont les coordonnées de la base cylindrique centrée sur la sphère. J_m est la fonction de Bessel d'ordre m . Ce dernier paramètre désigne la charge topologique du vortex [10]. Le signe de m définit le sens de rotation des fronts d'onde alors que sa valeur fixe le pas de l'hélice dessinée par les plans equiphases de l'onde. κ et k_z sont les composantes radiale et axiale du vecteur d'onde reliées par la relation de dispersion : $\kappa^2 + k_z^2 = (\omega/c_0)^2$ où ω est la pulsation de l'onde. Ces solutions sont non-diffractantes (tout comme les ondes planes) et donc invariantes suivant l'axe de propagation z . En d'autres termes, il n'y a pas de gradient de pression suivant l'axe de propagation.

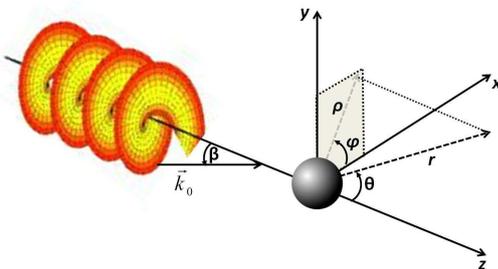


FIGURE 1 – Géométrie du problème. La sphère est illuminée par un vortex acoustique. Le repère de référence (x, y, z) et le repère sphérique (r, θ, φ) sont centrés sur la sphère élastique.

Synthèse expérimentale : Obtenir expérimentalement un faisceau de Bessel reste problématique du fait de leur nature non-diffractante et d'extension infinie. Néanmoins il est possible d'approcher cette solution idéale dans une région limitée de l'espace [10]. Mais dans l'optique de piéger des particules un faisceau hélicoïdal fortement focalisé au contraire, semble pertinent [14].

Le dispositif expérimental est similaire à celui utilisé pour les premières expériences de synthèse de vortex en acoustique [10, 27]. Il est composé d'une cuve de propagation remplie d'eau dans laquelle on plonge un émetteur ultrasonore multi-voies (127 voies Vermon, France). Chaque transducteur est piloté à sa fréquence centrale de 1MHz (longueur d'onde d'environ 1,5mm dans l'eau) et par une électronique permettant de contrôler

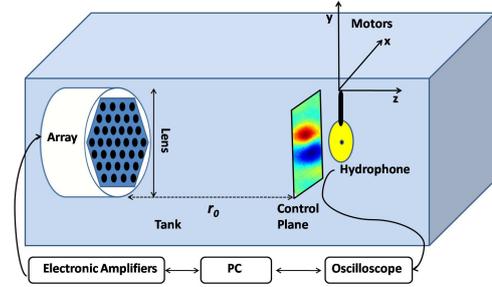


FIGURE 2 – Dispositif expérimental comprenant : un réseau de transducteurs, une lentille sphérique en PMMA et un hydrophone monté sur un moteur pas-à-pas permettant de mesurer le champ ultrasonore émis dans le plan focal de la lentille.

l'amplitude et la phase de chaque voie. Un hydrophone motorisé permet de mesurer le champ de pression acoustique dans la cuve (voir Fig.2). Afin de focaliser le faisceau acoustique, une lentille sphérique de rayon de courbure $R_0 = 10$ cm en PMMA est utilisée.

La méthode de synthèse repose sur la technique du filtre inverse [30]. Performante et versatile, elle est capable de générer des scènes ultrasonores complexes.

Sur la figure 3, l'amplitude de la pression acoustique de deux faisceaux synthétisés est représentée. Les fluctuations ont été mesurées dans un plan transverse à l'axe de propagation z confondu avec le plan focal de la lentille et sont présentés à quatre instants distincts $t = [0, T/4, T/2, 3T/4]$ pour appréhender la nature hélicoïdale du faisceau. La rangée du haut concerne un vortex de charge topologique $m = 1$ alors qu'en bas la rotation des fronts d'onde s'effectue deux fois plus lentement et en sens inverse $m = -2$. En effet, la flèche noire montre qu'un lobe positif n'effectue qu'un demi tour en une période T pour $m = -2$ alors que la rotation est complétée pour $m = 1$. L'analyse de la phase et de l'intensité du faisceau dans le plan transverse révèle des informations supplémentaires. L'analyse de la phase sur la figure 4 permet de retrouver une variation azimutale de celle-ci autour du centre du faisceau où elle reste indéterminée. Elle effectue $|m|$ sauts de 2π sur une rotation. Le déphasage de π entre deux points opposés par rapport au centre du faisceau est responsable de l'intensité nulle dans le cœur du vortex. Cette zone de silence est entourée d'un anneau de forte intensité.

3 Analyse tridimensionnelle de la pression de radiation

La force résultante sur un objet est issue d'un échange de flux de quantité de mouvement par diffusion acoustique [31]. Récemment un modèle général permettant une analyse tridimensionnelle de cet effet non-linéaire a été proposé [13] et généralise les analyses pionnières [19, 20, 21] pour se défaire de leur limitations. La procédure est la suivante. Le champ incident défini à l'équation (1) est décomposé dans la base sphérique liée à la sphère (Fig.1) :

$$\phi_i = \phi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^m j_n(k_0 r) Y_n^m(\theta, \varphi) \quad (2)$$

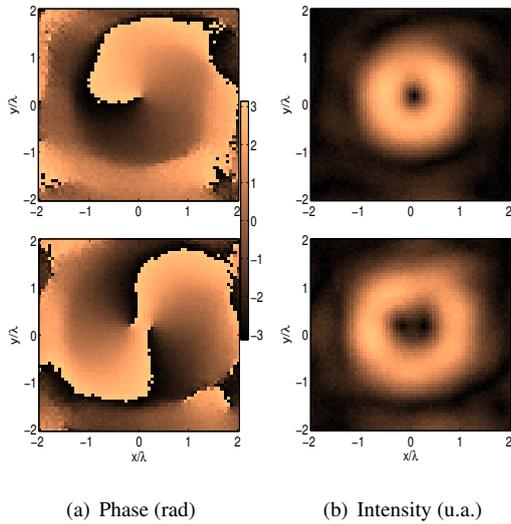


FIGURE 4 – Vortex focalisés de charge $m = 1$ (haut) et $m = -2$ (bas) dans le plan focal (dimensions en unités de λ).

$$\text{avec } A_n^m = i^{n-m} (2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos\beta) \quad (3)$$

et $Y_n^m = e^{im\varphi} P_n^m(\cos\theta)$ sont les harmoniques sphériques complexes. Les coefficients du champ incident A_n^m sont utilisés et calculés pour chaque nouvelle position de la sphère dans le faisceau. Ils sont nécessaires au calcul de la force tout autant que les coefficients de diffusion de la sphère élastique $R_n = \alpha_n + i\beta_n$ obtenus en appliquant les conditions aux limites appropriées sur les parois de la sphère. Pour finir les trois composantes de la force sont obtenues à partir des équations (14)-(16) dans [13]. Elles sont calculées ici dans la base cylindrique centrée sur la sphère (ρ, φ, z) . (Fig.5).

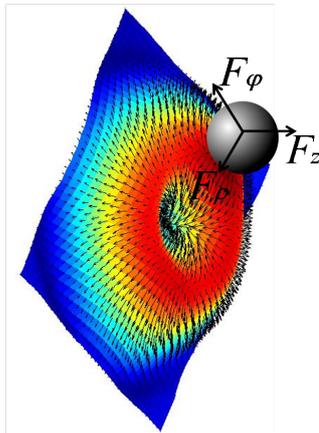


FIGURE 5 – Composantes axiale F_z , radiale F_ρ et azimuthale F_φ de la force acoustique exercée par un vortex sur une sphère.

Résultats numériques : Le cas considéré ici est celui d'une sphère de rayon $a = 0,1\lambda$ plongée dans de l'eau de densité $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ où la vitesse de propagation est $c_0 = 1500 \text{ m/s}$. La sphère est en polystyrène de densité $\rho' = 1080 \text{ kg/m}^3$ et pour laquelle les vitesses des ondes longitudinales et transverses sont respectivement 2350 m/s et 1120 m/s . L'amplitude du faisceau incident est fixée à $p_0 = 1 \text{ MPa}$.

Les trois composantes Q_ρ, Q_φ et Q_z (composantes adimensionnées du vecteur force) sont tracées sur la figure 6. Les composantes Q_ρ et Q_φ sont tracées comme des fonctions du déplacement ρ/λ hors de l'axe de propagation z . Trouver une position d'équilibre stable de la sphère requiert une force qui passe par zéro et avec une pente négative. Seulement dans cette situation, les forces sont de rappel. Pour Q_ρ , l'axe de propagation $\rho = 0$ est une position d'équilibre. La particule y est attirée. L'existence d'une composante Q_φ non-nulle en dehors de l'axe confirme le transfert d'un flux de moment cinétique entre le faisceau et l'objet. Pour finir, la force axiale Q_z montre aussi l'existence d'une position d'équilibre axiale en $z = 0, 2\lambda$ en aval de la focale. C'est la première prévision d'un piège tri-dimensionnel en acoustique avec un unique faisceau propagatif.

Comme l'analyse de la force acoustique est ici complète, il est possible d'étudier la dynamique de la sphère plongée dans ce vortex focalisé. Se donnant une position initiale pour la sphère, son poids et en prenant en compte les forces d'entraînement de Stokes on calcule la trajectoire de la particule subissant les forces de pression de radiation dues au faisceau en intégrant l'équation de la dynamique. Pour la sphère en polystyrène de rayon $a = 0,1\lambda$ partant de la position $(0, 4\lambda, -0, 4\lambda, 0)$, on peut voir sur la figure 7 qu'elle est premièrement poussée par une force axiale F_z positive par le faisceau se propageant vers les z croissants tout pendant qu'elle est attirée vers l'axe de propagation par une force radiale F_ρ attractive. La trajectoire spiralée témoigne de la présence d'une composante azimuthale $F_\varphi \neq 0$ et confirme le transfert d'un flux de moment angulaire du faisceau vers la sphère. Une fois que la particule plonge dans le cœur du vortex elle est alors aspirée vers la position d'équilibre axiale.

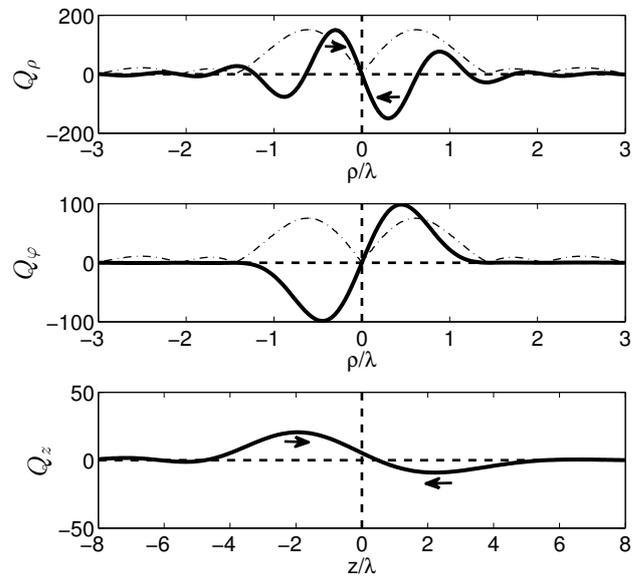


FIGURE 6 – Radial, azimuthal and axial forces (Q_ρ, Q_φ, Q_z) exerted on an aluminum sphere of radius $a = 0,15\lambda$ in a AV beam of charge $m' = 1$. The beam intensity (arbitrary units) is also plotted in the radial direction (dashed-dotted curve)

4 Conclusion

Cette étude a permis d'analyser la pression de radiation acoustique s'exerçant sur des particules sphériques dans des faisceaux ultrasonores aux fronts d'onde complexes. En premier lieu le dispositif expérimental ainsi que la technique permettant la synthèse de vortex acoustiques ont été présentés. La versatilité du dispositif nous a permis de synthétiser deux vortex de charge $m = 1$ et $m = -2$ fortement focalisés. Ces résultats sont importants dans la réalisation prochaine de la pince acoustique. Pour faire la lumière sur le comportement complexe des particules dans ces scènes ultrasonores, nous avons utilisé un modèle général introduit récemment [13] pour obtenir les trois composantes de la force agissant sur une sphère qui interagit avec un faisceau hélicoïdal focalisé. Ce type de faisceau semble être adapté à la manipulation en trois dimensions d'une petite sphère en polystyrène de taille $0,1\lambda$. Plus généralement, l'analyse présentée ici sera d'utilité pour toute application potentielle impliquant l'utilisation des forces acoustique pour manipuler avec précision des objets ou encore dans la conception d'émetteurs ultrasonores originaux pour des applications en science du vivant.

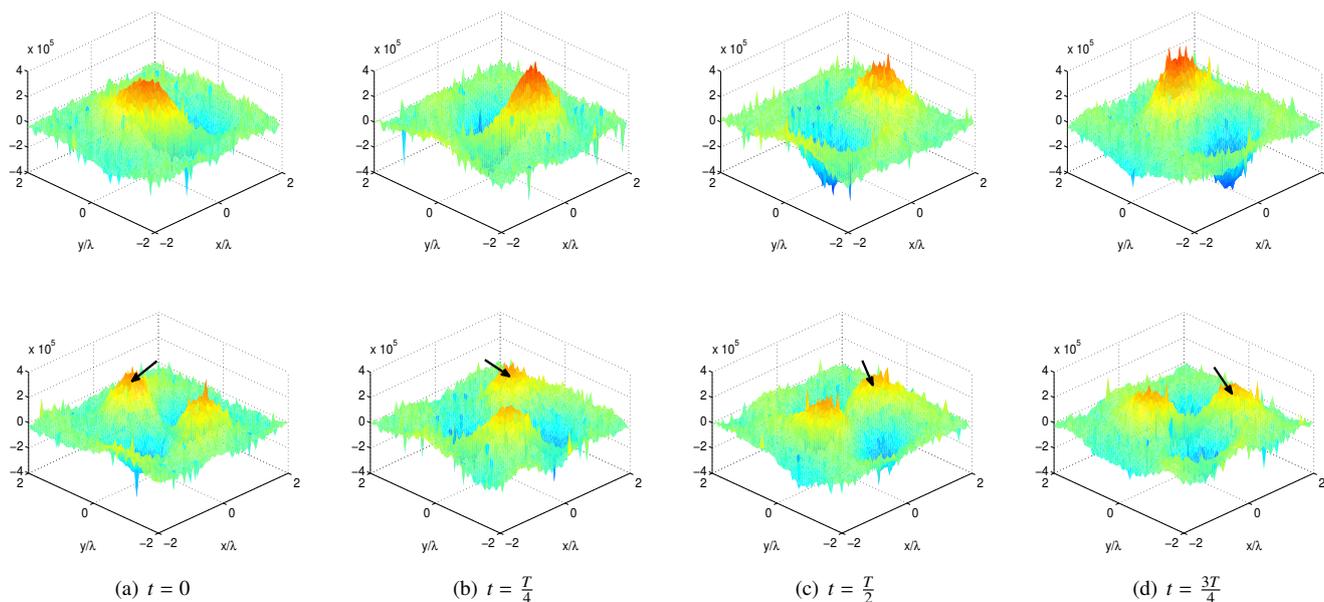


FIGURE 3 – Pression instantanée (Pa) mesurée dans un plan transverse à l’axe de propagation. Prises aux quatre instants : $t = 0, T/4, T/2$ et $3T/4$. (En haut) Vortex de charge $m = 1$ avec une hélice directe. (En bas) Vortex de charge $m = -2$ avec hélice indirecte.

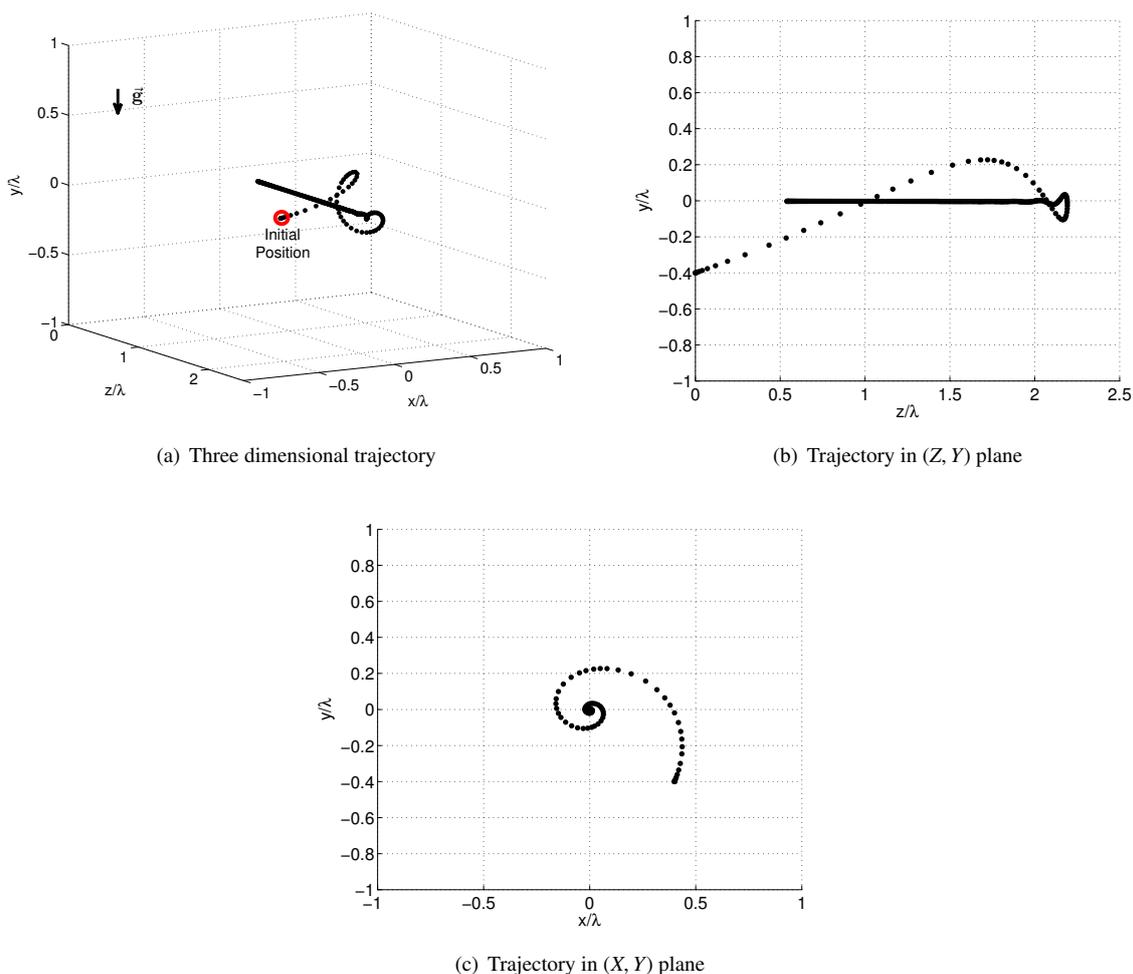


FIGURE 7 – Three dimensional trajectory of the center of an aluminum sphere under its own weight and buoyancy ($\|\vec{g}\| = 9.8 \text{ m/s}^2$), Stokes drag forces and the radiation forces of a charge $m' = 1 \text{ AV}$. The sphere’s radius is $a = 0.15\lambda$ and leaves the initial position $(0.4, -0.4, 0)$.

Références

- [1] A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24 :156, 1970.
- [2] A. Ashkin. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophys. J.*, 61(2) :569–582, 1992.
- [3] D.G. Grier. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424 :810–816, 2003.
- [4] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.*, 11(5) :288–290, 1986.
- [5] H.M. Hertz. Standing-wave acoustic trap for noninvasive positioning of microparticles. *J. Appl. Phys.*, 78(8) :4845–4849, 1995.
- [6] T. Kozuka, T. Tuziuti, H. Mitome, and T. Fukuda. Micromanipulation using a focused ultrasonic standing wave field. *Elec. and Comm. in Jap.*, 83 :53–60, 2000.
- [7] H. Bruus. Acoustofluidics 10 : scaling laws in acoustophoresis. *Lab on a chip*, 12(9) :1578–86, May 2012.
- [8] J. Wu. Acoustical tweezers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(5) :2140–2143, 1991.
- [9] J. Lee, S. Teh, A. Lee, H. Ham Kim, C. Lee, and K. K. Shung. Single beam acoustic trapping. *App. Phys. Lett.*, 95 :1–3, 2009.
- [10] J.-L. Thomas and R. Marchiano. Pseudo angular momentum and topological charge conservation for nonlinear acoustical vortices. *Phys. Rev. Lett.*, 91(24) :1–4, 2003.
- [11] K. Volke-Sepúlveda, A.O. Santillán, and R.R. Bullosa. Transfer of angular momentum to matter from acoustical vortices in free space. *Phys. Rev. L.*, 100 :024302, 2008.
- [12] A. Anhäuser, R. Wunenburger, and E. Brasslet. Acoustical rotational manipulation using orbital angular momentum transfer. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :034301, 2012.
- [13] D. Baresch, J.-L. Thomas, and R. Marchiano. Three-dimensional acoustic radiation force on an arbitrarily located elastic sphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 133(1) :25–36, 2013.
- [14] D. Baresch, J.-L. Thomas, and R. Marchiano. Spherical vortex beams of high radial degree for enhanced single-beam tweezers. *J. Appl. Phys.*, 113(18) :184901, 2013.
- [15] M. Padgett, S.M. Barnett, and R. Loudon. The angular momentum of light inside a dielectric. *J. Mod. Opt.*, 50(10) :1555–1562, 2003.
- [16] L. Zhang and P.L. Marston. Angular momentum flux of nonparaxial acoustic vortex beams and torques on axisymmetric objects. *Phys. Rev. E.*, 84 :065601, 2011.
- [17] Philip L. Marston. Axial radiation force of a Bessel beam on a sphere and direction reversal of the force. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(6) :3518, 2006.
- [18] A. Novitsky, C. Wei Qiu, and H. Wang. Single gradientless light beam drags particles as tractor beams. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :1–4, 2011.
- [19] L.V. King. On the acoustic radiation pressure on spheres. *Proc. R. Soc. London*, 147 :212–214, 1935.
- [20] L.P. Gor'kov. On the forces acting on a small particle in an acoustic field in an ideal fluid. *Sov. Phys. Dokl.*, 6 :773–775, 1962.
- [21] K. Yosioka and Y. Kawasima. Acoustic radiation pressure on a compressible sphere. *Acustica*, 5(3) :167–173, 1955.
- [22] J.F. Nye and M.V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London*, 336 :165–190, 1974.
- [23] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, and J.P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Phys. Rev. A*, 45 :8185–8189, 1992.
- [24] A. O'Neil, I. MacVicar, L. Allen, and M.J. Padgett. Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :053601, 2002.
- [25] R.W. Bowman and M.J. Padgett. Optical trapping and binding. *Rep. Prog. Phys.*, 76 :026401, 2013.
- [26] B.T. Hefner and P.L. Marston. An acoustical helicoidal wave transducer with applications for the alignment of ultrasonic and underwater systems. *J. Acous. Soc. Am.*, 106(6) :3313–3316, 1999.
- [27] R. Marchiano and J.-L. Thomas. Synthesis and analysis of linear and nonlinear acoustical vortices. *Phys. Rev. E.*, 71 :1–11, 2005.
- [28] K.D. Skeldon, C. Wilson, M. Edgar, and M.J. Padgett. An acoustic spanner and its associated rotational doppler shift. *New Journ. Phys.*, 10 :013018, 2008.
- [29] J.-L. Thomas, T. Brunet, and F. Coulouvrat. Generalization of helicoidal beams for short pulses. *Phys. Rev. E.*, 81 :1–14, 2010.
- [30] M. Tanter, J.-F. Aubry, J. Gerber, J.-L. Thomas, and M. Fink. Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. i. basic principles. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110(1) :37–47, 2001.
- [31] L. Brillouin. *Tensors in mechanics and elasticity*. Academic Press, New York, 1964.