



Couplage acoustique-fluide-structure 1D : influence de la vitesse d'écoulement sur la bande des fréquences interdites

V. Meyer et V. Martin

Institut Jean Le Rond d'Alembert, case 162, 4, Place Jussieu, 75005 Paris, France
virgile.meyer@etu.upmc.fr

Dans des configurations donnant naissance à des bruits de soufflante, il y aurait un intérêt à réduire la nuisance acoustique en couplant l'onde sonore avec des parois vibrantes. Ayant en vue une telle application, une étude est entamée tout d'abord dans une configuration élémentaire. Envisageant donc une onde acoustique plane propagée dans un guide infini et couplée avec la vibration des parois (ici à réaction localisée) du guide, il existe une bande de fréquences interdite où l'onde acoustique est atténuée. Lorsque l'onde acoustique est convectée par un écoulement de vitesse uniforme, non seulement la largeur de la bande en est affectée mais il apparaît que, avec une vitesse d'écoulement croissante, l'atténuation augmente ou diminue selon la position de la fréquence dans la bande. Cette observation est cohérente avec les graphes de dispersion associés à la configuration (mais l'explication physique n'est pas encore là). Dans le cas où seule une partie finie du guide infini possède des parois vibrantes, l'atténuation en fonction de la vitesse de l'écoulement dépend maintenant du jeu d'ondes stationnaires dans le guide à parois vibrantes. Ces conclusions seront présentées à partir de résultats de simulations numériques présentement accessibles par voies analytique ou numérique.

1 Introduction

Dans une canalisation aux parois vibrantes, des modèles analytiques en acoustique linéaire ont été apportés depuis longtemps. Plus récemment, la recherche a montré à la fois par le calcul (Cabelli [1]) ou par le calcul comparé à des expériences (Cummings [2], Martin [3], Martin et al. [4]) que dans le cas d'un guide d'onde de section rectangulaire et pour une gamme de fréquences précise, une forte atténuation de la pression sonore peut être induite par la mise en vibration de la paroi.

Une modélisation d'un guide cylindrique par un modèle de coques a été publiée par Gautier et al. [5] et une réflexion sur l'atténuation en fonction de l'écoulement a été communiquée par Fan et al. [6]

Cette atténuation issue du couplage acoustique-structure pourrait se prêter à des réductions de bruit de raies (bruit discret) issues de turbines ou de systèmes de ventilation par exemple. Elle est fonction de différents paramètres dont la vitesse de l'écoulement. L'onde y apparaît purement évanescence sans écoulement (si l'écoulement n'est pas nul, il existe une partie propagative).

Nous étudions ici l'influence de l'écoulement sur l'atténuation issue du couplage acoustique-structure.

Dans un premier temps, ce papier traite d'un guide infini muni de parois vibrantes puis dans un second temps un guide infini dont un domaine fini est muni de parois vibrantes. Pour ces deux parties, la configuration sera exposée ainsi que la modélisation du champ sonore, puis l'atténuation en fonction de l'écoulement est traitée.

2 Première Configuration

2.1 Modèle et équation de dispersion

Considérons la configuration de la Figure 1 : un guide infini 1D muni d'une paroi aux réactions localisées, dans lequel se propage une onde plane acoustique convectée par un écoulement uniforme.

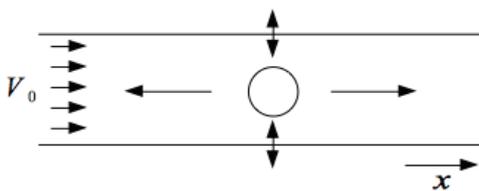


Figure 1: Guide infini 1D muni d'une paroi vibrante, siège d'un écoulement uniforme et d'une onde plane.

La paroi aux réactions localisées (Morse&Ingard [7], Martin [8]) consiste en une succession infinie de ressorts qui sont indépendants entre eux.

L'équation de propagation acoustique avec écoulement (Eq. (1.a)) est issue de l'équation de conservation de la quantité de mouvements sous les hypothèses suivantes : l'écoulement est stationnaire et uniforme, la vitesse de vibration acoustique est négligeable devant celle de l'écoulement et l'onde est plane. Dans cette équation, M est le nombre de Mach, p la pression acoustique, x la position, c la célérité de l'onde dans l'air, ω la pulsation et k le nombre d'onde.

L'équation est obtenue en considérant le déplacement moyen $\overline{w}_n = 1/L \int w_n dl$ de la paroi le long du périmètre vibrant sur la section du guide introduit dans la conservation de la masse (fluctuation du débit liée à la variation de section) où L et S sont le périmètre vibrant et la section, et ρ est la masse volumique de l'air (Martin [8]).

La vibration de la paroi aux réactions localisées selon la surface $\Delta x dl$ (où Δx est la longueur vibrante considérée selon x et dl est la longueur élémentaire selon le périmètre) est décrite par l'équation structurale Eq. (1.b) où t_n représente la vitesse de déplacement de la paroi.

$$(1-M^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2 \frac{M}{c} i \omega \frac{\partial p}{\partial x} + k^2 p + \frac{\rho L}{S} \omega^2 \overline{w}_n = 0 \quad (1.a)$$

$$m_s \Delta x dl i \omega t_n - k_s \Delta x dl \frac{t_n}{i \omega} = p \Delta x dl \quad (1.b)$$

L'équation de propagation acoustique-structure Eq. (2) vient du couplage des deux équations précédentes, et de l'ajout d'une sollicitation (où δ est le delta de Kronecker et x_s la position de la source). Elle possède un nombre d'onde couplé acoustique-structure k_α (Eq. (3)) issu du couplage spectral (i.e. sans sollicitation) de la propagation acoustique et de la vibration de la paroi. Le terme $\omega_s^2 = k_s / m_s$ représente le carré de la pulsation propre de la paroi où k_s et m_s sont les raideurs surfaciques de celle-ci.

$$(1-M^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2 \frac{M}{c} i \omega \frac{\partial p}{\partial x} + k_\alpha^2 p = f_{ac} \delta(x-x_s) \quad (2)$$

$$k_{\alpha}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\omega^2 - \omega_s^2 - \frac{\rho c^2 L}{S m_s}}{\omega^2 - \omega_s^2} \quad (3)$$

De l'Eq. (2) sans second membre l'on tire les nombres d'ondes associés suivants (Eq. (4)) :

$$k_{x_{i,2}} = \frac{\pm \omega}{c(1-M^2)} \left(M \pm \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_s^2 - (1-M^2) \frac{\rho c^2 L}{S m_s}}{\omega^2 - \omega_s^2}} \right) \quad (4)$$

L'argument dans la racine de l'Eq. (4) devient imaginaire et conduit à l'atténuation entre ω_s et ω_s' où $\omega_s'^2 = \omega_s^2 + (1-M^2) \rho c^2 L / S m_s$.

2.2 Bande des fréquences interdites et atténuation en fonction de l'écoulement

Pour une bande de fréquences précise (la bande des fréquences interdites), la célérité devient complexe (voir Figure 2) ; en dehors de celle-ci la célérité est purement réelle. Une branche supersonique se situe à droite de la bande des fréquences interdites tandis qu'une branche subsonique se situe à gauche.

En observant l'évolution de la partie imaginaire du nombre d'onde (voir Figure 3), il existe une décroissance de sa valeur absolue en fonction du nombre de Mach. Ceci conduit à une atténuation qui est d'autant plus importante que la partie imaginaire est élevée. De plus, il est à noter que l'augmentation de la vitesse d'écoulement diminue la largeur de la bande des fréquences atténuées.

À l'aide de la valeur de la borne haute et de la masse surfacique obtenue dans l'article de Martin et al. [4] qui décrit aussi une expérience, on en déduit la raideur surfacique.

Les calculs sont fait, dans ce papier, pour les valeurs suivantes : $k_s = 5.276 \cdot 10^6 \text{ N/m}^3$ et $m_s = 1.62 \text{ kg/m}^2$. On considère, pour le guide d'onde, une section rectangulaire de 90mm par 100mm ; les quatre côté sont vibrants donc le périmètre est de $(90\text{mm}+100\text{mm}) \times 2$.

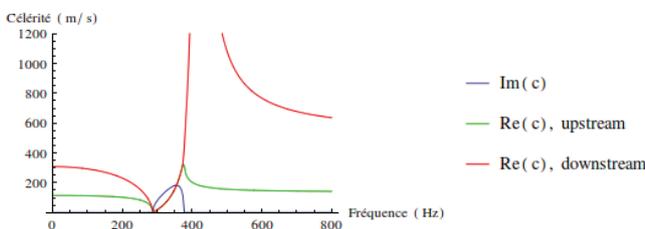


Figure 2: Célérité en fonction de la fréquence, à Mach=0.6. Partie réelle en rouge : onde downstream ; en vert : onde upstream. Partie imaginaire en bleu.

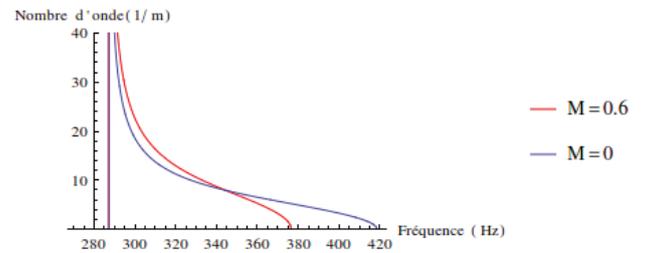


Figure 3 : Amplitude de la partie imaginaire du nombre d'onde pour différents nombres de Mach.

Afin de mesurer l'atténuation dans la bande des fréquences interdites, la perte par transmission ou Transmission Loss (TL) est définie par : $TL = -20 \log_{10}(|P_{tr}|/|P_{inc}|)$ où la pression incidente et la pression transmise sont deux pressions prises en deux points distincts. Dans le cas du guide infini, il n'est pas nécessaire de connaître le champ de pression car l'amplitude de la partie propagée de l'onde reste constante (en effet, l'onde est de la forme $ae^{-ik_{re}|x|}e^{-ik_{im}|x|}$ et $|ae^{-ik_{re}|x|}| = |a|$ pour tout x).

La perte par transmission est mesurée ici, dans la bande des fréquences interdites, à droite de la source sur une portion de 0.1m et pour différents nombres de Mach (voir Figure 4).

Pour des valeurs proches de la borne basse $f_s = \omega_s / 2\pi$ (où la partie imaginaire disparaît vers 287Hz) ; il y a une augmentation de la perte par transmission due à la croissance de la partie imaginaire du nombre d'onde.

Pour des valeurs proches de la borne haute $f_s' = \omega_s' / 2\pi$ (où la partie imaginaire disparaît vers 419Hz à M=0 et vers 377Hz à M=0.6) ; il y a une décroissance de la perte par transmission due à la décroissance de la partie imaginaire du nombre d'onde. Ceci est du au fait que la courbe (voir Figure 3) à M=0.6 passe en dessous de la courbe à M=0.

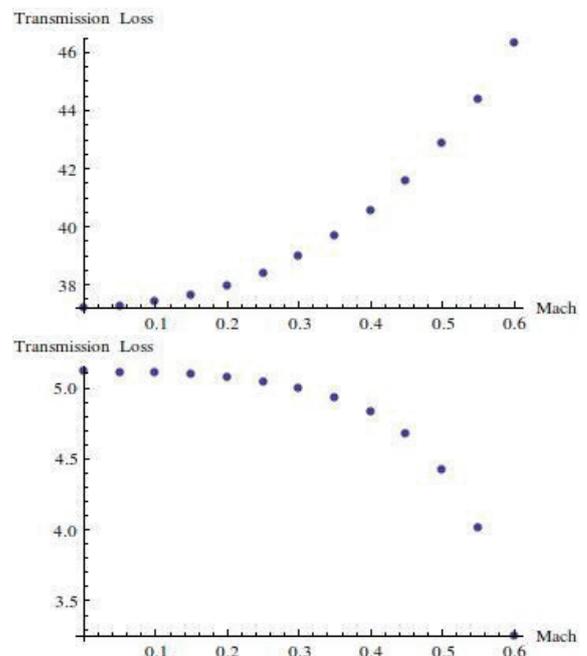


Figure 4: Perte par transmission calculée en fonction du nombre de Mach à $f=290\text{Hz}$ (en haut) et à $f=368\text{Hz}$ (en bas) sur une longueur de 10cm dans un guide infini.

Cette inversion de tendance s'effectue en une fréquence donnée qui dépend du Mach. Celle-ci a lieu à l'intersection des courbes de la Figure 3 (c'est-à-dire pour $\text{Im}[k_x(M=0)] = \text{Im}[k_x(M \neq 0)]$) et s'effectue alors à la pulsation indiquée dans l'Eq. (5) ci-dessous :

$$\omega_c^2 = \omega_s^2 + \frac{\rho c^2 L}{S m_s} \frac{M^2 - 1}{M^2 - 2} \quad (5)$$

La présence de l'écoulement est donc favorable à l'atténuation de l'onde acoustique pour $\omega \in [\omega_s, \omega_c]$.

3 Seconde Configuration

3.1 Configuration et calcul du champ par la méthode analytique

Considérons la configuration de la Figure 5 :

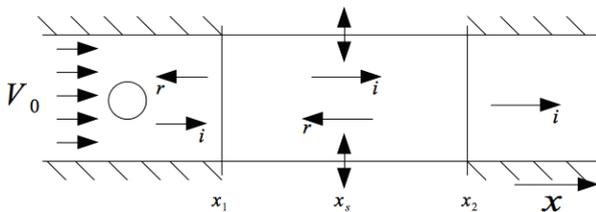


Figure 5 : Guide infini avec écoulement uniforme et aux parois rigides sauf entre x_1 et x_2 où les parois sont vibrantes. Les ondes acoustiques incidentes sont notées i , les réfléchies sont notées r .

Ayant en vue de déterminer la perte par transmission, on aurait pu aussi travailler sur le problème spectral sans source où sur la Figure 5 on aurait cinq inconnues à la vue des ondes indiquées et quatre conditions de couplages entre domaine ; comme pour tout problème spectral on déduirait le nombre d'onde et il resterait une inconnue. On peut aussi, comme ici, se donner une source (qui apporte des conditions supplémentaires) et traiter le problème forcé.

Les équations régissant la propagation sonore dans cette configuration proviennent de l'Eq. (2). Dans la partie vibrante, il s'agit de la même équation sans le terme source. Dans les parties rigides, le nombre d'onde k_α est remplacé par k qui est le nombre d'onde correspondant à la propagation de l'onde dans l'air. Le terme source s'applique à l'équation décrivant la partie gauche.

La résolution s'effectue ici, de manière analytique, par la méthode des ondes aller-retour et considère les conditions de couplage entre les domaines (continuité de la pression et de la vitesse acoustique) et la condition de source (continuité de la pression et saut de vitesse acoustique). Enfin les conditions aux limites (conditions de non-réflexion) s'appliquent à l'onde à gauche de la source et à l'onde dans la partie de droite. Cette méthode donne accès à toutes les ondes composant le champ de pression.

3.2 Perte par transmission en fonction de l'écoulement

Le calcul de la perte par transmission se fait entre le rayon incident issu de la source et le rayon transmis c'est-à-dire celui du domaine à parois rigides à droite. Le nombre d'onde dans la partie centrale est calculé à partir de la relation de dispersion (et non pas de la solution forcée) ; le raisonnement du paragraphe 2.2 sur une onde propagative ne s'applique pas ici car les ondes en jeu dans la partie vibrante sont stationnaires. Le calcul des pertes par transmission conduisent aux courbes de la Figure 6. On y observe des tendances similaires à celles du guide infini.

Les valeurs sont assez différentes du fait des réflexions de l'onde lorsqu'elle franchit les différents domaines.

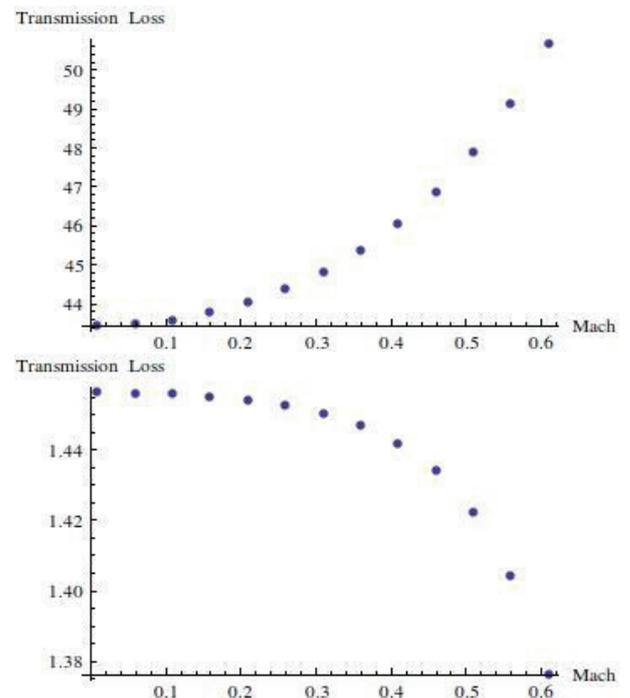


Figure 6 : Perte par transmission pour une longueur de 10cm et calculée pour différents nombres de Mach à 290Hz en haut et à 362Hz en bas dans le cas d'un guide infini muni de parois vibrantes de longueur finie.

Une inversion de la tendance s'effectue de la même manière que dans le cas du guide infini, mais les variations de l'atténuation dues à l'écoulement sont minimes. En traçant la perte par transmission en fonction de la fréquence (voir Figure 7), on observe une allure similaire à l'évolution du nombre d'onde (voir Figure 3) dans la bande. Cette inversion s'observe à la même fréquence que dans le cas précédent (donc pour une valeur donnée par l'Eq. (5)). L'influence de l'écoulement n'est notable que dans la partie basse de la bande.

En dehors de la bande, mais pour des fréquences proches de celle-ci, l'atténuation n'est pas nulle et s'explique par les réflexions qui ont lieu entre les différents domaines.

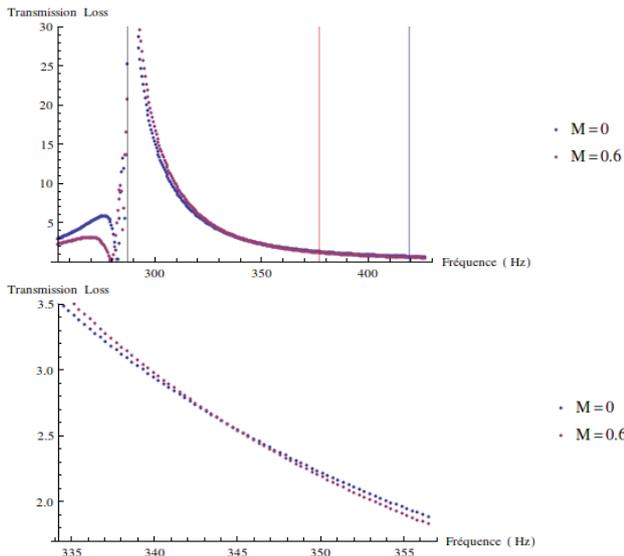


Figure 7 : Perte par transmission pour une longueur de 10cm en fonction de la fréquence pour deux nombres de Mach. Les bandes verticales délimitent la bande des fréquences interdites (borne basse : en noir ; borne haute : en bleu à $M=0$ et en rouge à $M=0.6$). En bas, agrandissement au niveau de l'inversion.

La perte par insertion (ou Insertion Loss) est définie par $IL = -20 \log_{10}(|P_{avec}|/|P_{sans}|)$ où la pression avec traitement (pression transmise) et la pression sans traitement sont calculées au même point. Elle est ici identique à la perte par transmission car la pression sans traitement est égale à la pression incidente (l'onde progressive n'étant pas atténuée).

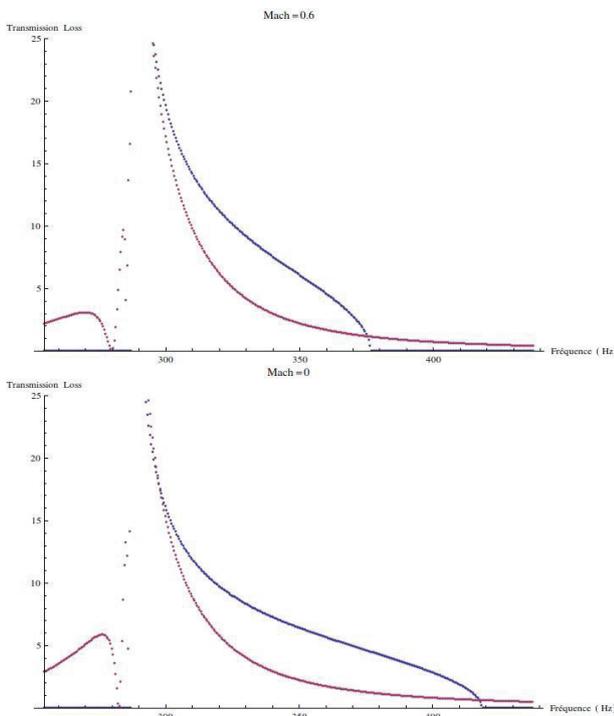


Figure 8 : Perte par transmission en fonction de la fréquence pour les deux configurations. En bleu, la première configuration et en rouge la deuxième (à $M=0.6$ en haut et à $M=0$ en bas).

En comparant les deux configurations (voir Figure 8), on observe que l'atténuation est plus importante dans le cas du guide infini sauf pour des valeurs (très) proches de la borne basse où, de plus, cette différence s'estompe avec l'écoulement (Figure 4 et 6).

4 Conclusion

Dans un guide d'onde, siège d'un écoulement uniforme et d'une onde plane acoustique, l'influence de l'écoulement sur l'atténuation est étudiée dans deux configurations. La première est un guide infini aux parois vibrantes, la deuxième est un guide infini aux parois rigides dont une partie est vibrante. Le calcul de l'atténuation dans la deuxième configuration nécessite la résolution du problème forcé, contrairement à la première qui utilise la relation de dispersion, car le raisonnement à partir du nombre d'onde sur une onde progressive ne s'applique plus sur une onde stationnaire. Proche de la fréquence basse, l'atténuation est meilleure dans la deuxième configuration.

Afin d'atténuer au mieux des fréquences précises (bruit de raies), il conviendrait de choisir un matériau tel que la bande de fréquences résultante ait sa fréquence basse juste inférieure à la fréquence que l'on veut traiter, là où de surcroît l'écoulement aura un rôle favorable pour l'atténuation.

L'inversion de la tendance de l'atténuation en fonction de l'écoulement a été déterminée ici par le calcul. L'explication physique du phénomène n'est pas encore là.

Pour affiner la modélisation, un modèle de membrane ou de plaque sera à prendre en compte pour la structure à la place de la paroi aux réactions localisées. Cependant la membrane ou la plaque posent plusieurs problèmes.

Le couplage conduira à plusieurs branches, qui ne sont pas toujours accessibles par voie analytique, et il faudra faire appel aux méthodes numériques pour chaque configuration. Malgré tout, la connaissance des branches est insuffisante et il reste a priori une indétermination concernant le comportement globale afin d'avoir accès à la perte par transmission. On sera donc conduit à travailler en régime forcé.

Références

- [1] A. Cabelli, The propagation of sound in a square duct with a non-rigid side wall, *Journal of Sound and Vibration* (1985) **103**(3), 379-394
- [2] A. Cummings, Low frequency acoustic transmission through the walls of rectangular ducts, *Journal of Sound and Vibration* (1978) **61**(3), 327-345
- [3] V. Martin, Perturbation of fluid-guided waves induced by bending plates, *Journal of Sound and Vibration* (1991) **144**(2), 331-353
- [4] V. Martin, A. Cummings, C. Gronier, Discrimination of coupled structural/acoustic duct modes by active control : principles and experimental results, *Journal of Sound and Vibration* (2004) **274**(3-5)
- [5] F. Gautier, J. Gilbert, J.-P. Dalmont, R. Pico Vila, Wave propagation in a fluid filled rubber tube : theoretical and experimental results for Kortweg's wave, *Acta Acustica united with Acustica* (2007) **93**(3), 333-344
- [6] H. K. H. Fan, R. C. K. Leung, G. C. Y. Lam, A time-domain analysis for aeronautics-structure interaction of flexible panel, *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* (2013)
- [7] P. M. Morse, K. U. Ingard, *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill, New York (1968)
- [8] V. Martin, *Elements d'acoustique générale. De quelques lieux communs à une première maîtrise des champs sonores*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (2007)