



Modélisation 2D et analyse vibroacoustique d'une gaine rectangulaire excitée par un écoulement turbulent

A. David^a, N. Dauchez^b, A. De Gromard^a et C. Lim^a

^aSolios Environnement, 25-27 Boulevard de la paix, 78100 Saint-Germain-En-Laye, France

^bUTC, Laboratoire Roberval UMR CNRS, Rue Personne de Roberval, 60205 Compiègne, France
antoine.david@fivesgroup.com

Les centres de traitement de gaz conçus et fabriqués par Fives Solios sont amenés à traiter des débits pouvant atteindre plusieurs millions de mètres-cubes par heure. La collecte et le transport de ces gaz sont assurés par des gaines de forme rectangulaire de grande taille fabriquées par assemblage de tôles d'acier et de poutres. Les turbulences présentes dans le flux peuvent entraîner des vibrations importantes de la structure. Notre objectif est d'identifier les sources qui génèrent le plus de vibrations et de déterminer les niveaux vibratoires des gaines. Dans un premier temps, nous présentons un modèle 2D analytique permettant d'étudier le comportement vibroacoustique d'une section de gaine soumise à différents types d'excitations. Dans un second temps, nous présentons la modélisation des sources d'origine aéraulique. Ces sources peuvent être classées dans deux catégories : les sources intrinsèques au flux dues au caractère turbulent de l'écoulement (couche limite, tourbillons), et les sources induites par les obstacles présents dans l'écoulement (renforts internes, instruments de mesure).

1 Introduction

L'impact des phénomènes vibratoires et aéroacoustiques sur les réseaux de transport de gaz est une problématique importante pour Fives Solios, concepteur et fabricant de centres de traitement de gaz pour l'industrie de l'aluminium. Ces centres peuvent traiter deux millions de mètres-cubes de gaz par heure et sont constitués d'un réseau de gaines assurant la collecte et le transport des gaz produits par le processus de fabrication de l'aluminium. Certaines des gaines constituant ce réseau sont de section rectangulaire et sont fabriquées par assemblage de plaques d'acier et raidies sur la face extérieure de la gaine. Cette structure de grandes dimensions (section de 4 m x 3 m) subit les effets générés par l'écoulement d'air d'une vitesse moyenne de 20 m/s. Ces effets se traduisent par une vibration potentielle de la structure et ne sont pas pris en compte dans l'optimisation de ces réseaux [1]. La recherche d'une meilleure optimisation de ses usines amène Fives Solios à considérer l'étude de ces phénomènes comme un enjeu majeur.

Les approches scientifiques usuelles considèrent des plaques [2] ou des conduits cylindriques de petits diamètres [3, 4] soumis à une couche limite turbulente. Notre objectif est d'étudier la réponse vibroacoustique d'une gaine rectangulaire de grande taille soumise à un écoulement turbulent.

Dans un premier temps nous présentons une modélisation vibroacoustique 2D d'une gaine rectangulaire, puis nous explicitons l'implémentation numérique des sources de type couche limite turbulente.

2 Modélisation vibroacoustique 2D

L'approche vibroacoustique présentée dans cette partie ne prend en compte que les phénomènes se produisant dans une section de gaine. L'impact de la troisième dimension (suivant le sens de l'écoulement) n'est pas pris en compte ici. Le principe de ce modèle repose sur le couplage d'un modèle vibratoire *in vacuo* et d'un modèle acoustique en paroi rigide. Cette méthode appelée DMF (Dual Modal Formulation) est explicitée en référence [5]. Étant donné le caractère basse fréquence des phénomènes observés, nous considérons l'approche modale pour l'expression du champ de déplacement des parois et du champ de pression acoustique.

2.1 Modèle vibratoire

Le modèle vibratoire, qui considère une section de conduit, est constitué de 4 poutres reliées entre-elles. Chaque poutre modélise une face de la section considérée

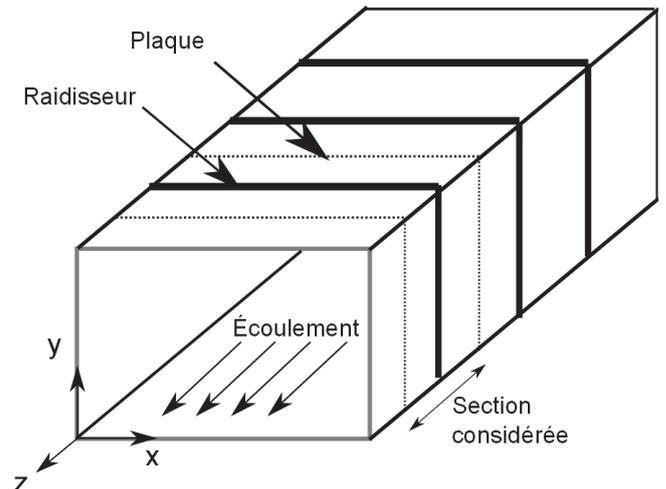


FIGURE 1 – Schéma de la gaine à modéliser.

comprenant un raidisseur et une plaque (figure 1). Les caractéristiques de la poutre sont définies de telle sorte que sa section et son inertie de flexion soient égales à celles de la structure initiale. La déformée w_i d'une poutre i est donnée par

$$w_i^i(r_i) = \sum_k B_k \Psi_k^i(r_i)$$

avec r_i l'axe longitudinal de la poutre i et B_k le coefficient modal du mode k . La fonction déformée de la poutre i pour le mode k a pour expression

$$\Psi_k^i(r_i) = a_k^i \cosh(\beta_k^i r_i) + b_k^i \sinh(\beta_k^i r_i) + c_k^i \cos(\beta_k^i r_i) + d_k^i \sin(\beta_k^i r_i) \quad (1)$$

$$\text{avec } (\beta_k^i)^4 = \frac{E^i I^i}{\rho^i S^i} \omega_k^2.$$

L'assemblage des poutres permet d'écrire, à partir de l'équation 1, la déformée de la structure sous la forme

$$w(r_i) = \sum_k B_k (\Psi_k^1(r_1) + \Psi_k^2(r_2) + \Psi_k^3(r_3) + \Psi_k^4(r_4)) . \quad (2)$$

Les conditions aux limites entre deux poutres adjacentes imposent un déplacement nul ainsi que la continuité de la rotation et du moment fléchissant :

$$\begin{cases} w^i(L_i) = w^{i+1}(0) = 0 , \\ \frac{\partial w^i}{\partial r_i}(L_i) = \frac{\partial w^{i+1}}{\partial r_{i+1}}(0) , \\ E^i I^i \frac{\partial^2 w^i}{\partial r_i^2}(L_i) = E^{i+1} I^{i+1} \frac{\partial^2 w^{i+1}}{\partial r_{i+1}^2}(0) . \end{cases} \quad (3)$$

En introduisant la formulation (1) dans le système d'équations (3), il est possible de le formuler de façon

matricielle tel que

$$\mathbf{U}(\omega)V = 0$$

avec $V = [a_k^1, \dots, d_k^1, a_k^2, \dots, d_k^4]$.

Les fréquences propres du modèle vibratoire f_k sont déterminées en résolvant l'équation $\det[\mathbf{U}(\omega)] = 0$. Les déformées modales sont déterminées grâce au vecteur V_k calculé pour chaque mode k par la résolution du système $\mathbf{U}(\omega_k)V_k = 0$. Les 4 premiers modes de structure sont présentés à la figure 2.

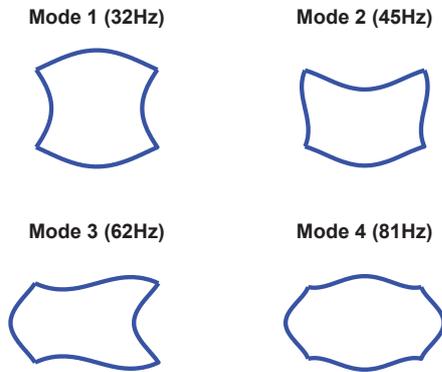


FIGURE 2 – Représentation des 4 premiers modes de structure.

2.2 Modèle Acoustique

Le modèle acoustique considère l'environnement fluide contenu à l'intérieur de la section. Le champ de pression acoustique en parois rigides est défini par décomposition modale

$$P(x, y) = \sum_m \sum_n A_{m,n} \cos\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right). \quad (4)$$

2.3 Réponse du système couplé

En injectant les expressions 2 et 4 dans les équations du mouvement des poutres et du milieu acoustique, et en introduisant la continuité des vitesses et des pressions à la paroi [6], nous obtenons une formulation matricielle du système vibroacoustique couplé tel que

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{ac} & \mathbf{K}_{as} \\ \mathbf{K}_{sa} & \mathbf{Z}_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{0,0} \\ \vdots \\ A_{m,n} \\ B_1 \\ \vdots \\ B_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{ac} \\ F_s \end{pmatrix} \quad (5)$$

avec \mathbf{K}_{as} et \mathbf{K}_{sa} les matrices de couplage.

La figure 3 montre la projection des modes acoustiques sur les modes de structure et traduit les configurations dans lesquelles les domaines acoustique et structural se couplent bien. On remarque que le mode plan acoustique se couple avec les modes de structure à débit non nul. Le couplage le plus fort s'établit entre le mode plan et le mode 4, cette configuration permet à une source acoustique d'exciter fortement la structure.

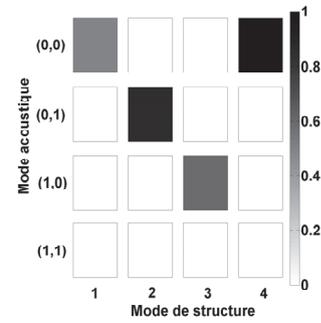


FIGURE 3 – Projection des modes acoustiques sur les modes de structure.

2.4 Cas de charge

Le système peut être excité par des sources acoustiques et mécaniques. Nous proposons dans un premier temps d'étudier le comportement du système soumis à une excitation de type monopolaire située aux coordonnées $(L_x/4, L_y/4)$. Le calcul consiste à déterminer pour chaque fréquence les coefficients modaux $A_{m,n}$ et B_k qui permettent d'exprimer les champs de déplacement et de pression. L'expression de ces champs permet de calculer le déplacement quadratique moyen quantifiant l'énergie dans la structure et la pression quadratique moyenne quantifiant l'énergie dans le domaine acoustique. L'étude fréquentielle est réalisée entre 1 Hz et 100 Hz. Les fréquences des modes des systèmes découplés situés dans cette bande de fréquence sont renseignés dans le tableau 1.

TABLEAU 1 – Fréquence des modes acoustiques et modes de structure.

Mode acoustique	(0,0)	(1,0)	(0,1)	(1,1)
	0 Hz	48 Hz	61 Hz	78 Hz
Mode de structure	1	2	3	4
	32 Hz	45 Hz	62 Hz	81 Hz

2.5 Interprétation

Trois différents types de résonance peuvent être identifiés (figure 4).

- Résonance de type A (ex. $f=78$ Hz) : le domaine acoustique est excité sur un de ses modes et répond fortement. La structure est peu excitée.
- Résonance de type B (ex. $f=32$ Hz) : la structure est excitée sur un de ses modes et répond fortement. Le domaine acoustique est peu excité.
- Résonance de type C (ex. $f=48$ Hz) : le domaine acoustique répond sur un de ses modes et excite à son tour la structure.

Les résonances de type A et B traduisent le comportement des deux sous-systèmes découplés (réponse maximale d'un sous-système sur ses modes propres). La résonance de type

C traduit le couplage vibroacoustique entre les deux systèmes découplés.

Seules les résonances de type B et C nous intéressent. Leur amplitude dépend du type de la source acoustique ou structurale. Il est à noter que dans le cas d'une résonance de type C, la réponse de la structure n'est pas forcément celle du mode le plus proche en fréquence mais celle du mode qui se projette le mieux sur l'excitation. Ces sources peuvent être dues à des obstacles, des discontinuités [7] ou au caractère turbulent de l'écoulement [8]. Nous considérons dans la suite des sources de type turbulent présentes hors obstacles.

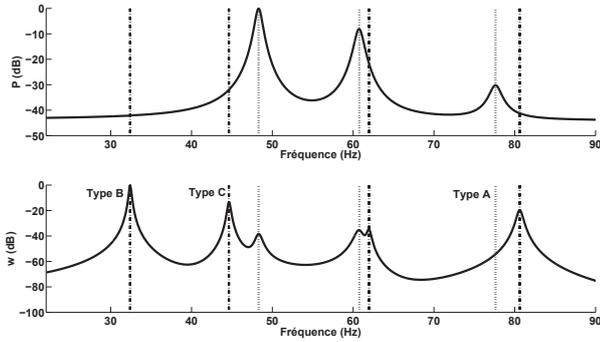


FIGURE 4 – Spectres de pression (haut) et déplacement quadratiques (bas). Références : P_{max} (haut), V_{max} (bas), \cdots : modes acoustiques, $---$: modes de structure

3 Modèle de couche limite turbulente

3.1 Modèle de Corcos

Depuis plusieurs dizaines d'années, les recherches sur la modélisation des fluctuations de pression à la paroi générées par une couche limite turbulente (CLT) ont beaucoup progressé. Une vue d'ensemble sur ces recherches est proposée par Bull [8]. Nous souhaitons modéliser l'excitation générée par une CLT sur les parois de notre gaine afin d'évaluer sa réponse aux excitations de l'écoulement. Les modèles de CLT sont nombreux : nous proposons ici une modélisation de la formulation proposée par Corcos [9].

L'excitation générée par une CLT peut être quantifiée de manière statistique par sa densité spectrale de puissance S_{PP} [2]. Cette fonction est calculée grâce la fonction d'inter-corrélation de pression $R_{pp}(\xi_x, \xi_y, \tau)$ telle que

$$S_{PP}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(\xi_x, \xi_y, \tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau . \quad (6)$$

La fonction $R_{pp}(\xi_x, \xi_y, \tau)$ est la moyenne du champ de pression de l'ensemble des points séparés de (ξ_x, ξ_y) dans l'espace et de τ dans le temps

$$R_{pp}(\xi_x, \xi_y, \tau) = E[p(x, y, t)p(x + \xi_x, y + \xi_y, t + \tau)] . \quad (7)$$

Les modèles de densité spectrale de pression cherchent à approcher la fonction S_{PP} sous la forme d'un produit de deux fonctions

$$S_{PP}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \Phi_{PP}(\omega)\Gamma(\xi_x, \xi_y, \omega) \quad (8)$$

où Φ_{PP} représente l'auto-spectre de la pression en un point donné et Γ la répartition spatiale de la source. L'expression de Φ_{PP} est adaptée de la référence [2] en prenant pour épaisseur de couche limite δ , le rayon hydraulique de la section. Le modèle de Corcos suppose que les phénomènes dans le sens de l'écoulement sont décorrélés de ceux présents dans le sens transverse à l'écoulement et propose la fonction Γ suivante :

$$\Gamma(\xi_x, \xi_y, \omega) = A\left(\frac{\omega\xi_x}{U_c}\right)B\left(\frac{\omega\xi_y}{U_c}\right)\exp\left(\frac{-i\omega\xi_x}{U_c}\right) \quad (9)$$

où U_c est la vitesse de l'écoulement. En pratique [10], les fonctions $A(\omega\xi_x/U_c)$ et $B(\omega\xi_y/U_c)$ sont fréquemment approximées par des exponentielles décroissantes

$$\Gamma(\xi_x, \xi_y, \omega) = \exp\left(\frac{-\gamma_1\omega|\xi_x|}{U_c}\right)\exp\left(\frac{-\gamma_3\omega|\xi_y|}{U_c}\right)\exp\left(\frac{-i\omega\xi_x}{U_c}\right) \quad (10)$$

où γ_1 et γ_3 sont les paramètres de Corcos. Liu [2] propose quelques valeurs de ces paramètres et introduit les longueurs de corrélations Λ_x et Λ_y telles que

$$\Lambda_x = \frac{U_c}{\gamma_1\omega} \quad \text{et} \quad \Lambda_y = \frac{U_c}{\gamma_3\omega} . \quad (11)$$

La longueur de corrélation définit la distance maximale d'une source à un point au delà de laquelle la source n'a plus d'impact sur le point considéré. Ces longueurs nous permettent d'écrire la formulation de Corcos proposée en [2]

$$S_{PP}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \Phi_{PP}(\omega) \exp\left(\frac{-|\xi_x|}{\Lambda_x}\right) \exp\left(\frac{-|\xi_y|}{\Lambda_y}\right) \exp\left(\frac{-i\omega\xi_x}{U_c}\right) . \quad (12)$$

3.2 Implémentation numérique

Nous modélisons la répartition spatiale du champ de pression d'une CLT en utilisant la formulation de Corcos sur une zone rectangulaire de taille (1 m x 4 m). Dans le cas où les longueurs de cohérence seraient supérieures aux dimensions de la zone, une seule source placée au centre suffit à couvrir la zone. Dans le cas contraire, la couverture spatiale est réalisée par composition de plusieurs sources décorrélées les unes des autres et placées de manière à ce que l'union des zones de corrélation couvre la zone à étudier. Nous prenons comme valeurs des coefficients de Corcos : $\gamma_1 = 0.12$ et $\gamma_3 = 0.7$, la figure 5 illustre un champ de pression obtenu par le modèle de Corcos à 100 Hz.

Nous sélectionnons ensuite les données des fluctuations de pression à une abscisse quelconque suivant l'axe transverse à l'écoulement. Ces données sont appliquées sur les parois du modèle 2D. Plusieurs réponses quadratiques sont ensuite moyennées pour obtenir la réponse globale de la structure aux excitations décorrélées. Ces opérations doivent être répétées pour chaque pas fréquentiel sachant que les sources varient en fonction de la fréquence.

La figure 6 montre la réponse globale de la structure à une excitation CLT. Nous retrouvons sur le spectre les pics associés aux fréquences propres de la structure. Dans la gamme de fréquence considéré, la fonction $\Phi_{PP}(\omega)$ suit une loi en ω^{-3} et impose donc de plus bas niveaux en haute fréquence. À noter que le caractère 2D du modèle ne permet pas de prendre en compte le pic de Corcos dont les caractéristiques sont liée à la dimensions suivant le sens de l'écoulement.

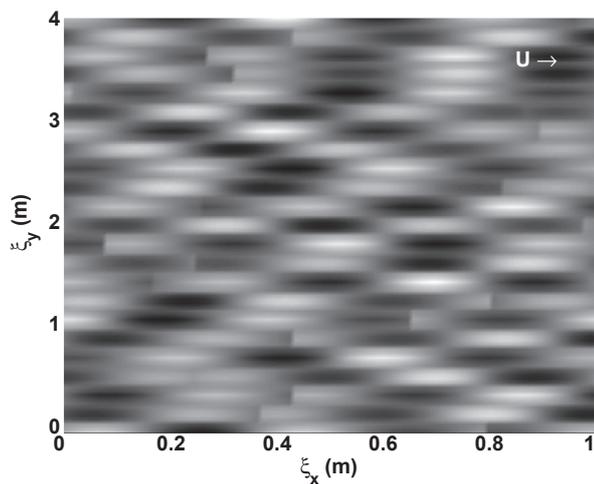


FIGURE 5 – Répartition spatiale du spectre de Corcos
 $f=100$ Hz, $U_c=20$ m/s, $\Lambda_x=0.27$ m, $\Lambda_y=0.05$ m.

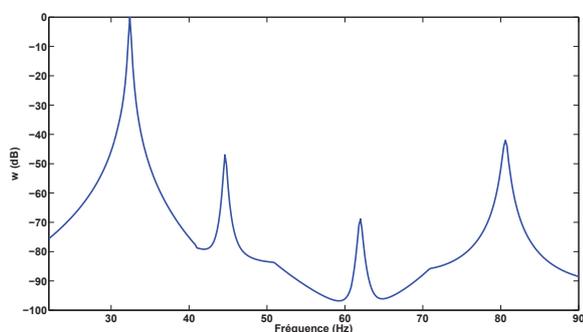


FIGURE 6 – Réponse de la structure à une CLT.

4 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté une modélisation vibroacoustique d'une section de gaine rectangulaire. Cette modélisation nous a permis d'apprécier les couplages pouvant s'effectuer entre les modes de structure et les modes acoustiques (proximité des fréquences, projection des modes). Un modèle d'excitation en CLT a été implémenté sur la base du modèle de Corcos. Ce modèle peut être appliqué au modèle 2D afin d'étudier la réponse de la structure à ce type d'excitation. Une campagne d'essais est en cours afin d'évaluer expérimentalement les paramètres d'excitation d'une CLT dans notre cas et la réponse d'une gaine rectangulaire soumise à ce type d'excitation. Ces données nous permettront ensuite de quantifier la contribution des sources de type CLT aux vibrations de la structure.

Remerciements

Les auteurs remercient l'ANRT pour leur soutien financier.

Références

[1] A. De Gromard, Solios Environnement performs in fluid dynamic optimisations for aluminum smelter gas

and fume treatment centres, *Aluminium Times*, 92 (September 2012).

- [2] B. Liu, Predicted and measured plate velocities induced by turbulent boundary layers, *Journal of Sound and Vibration* **331**, 5309-5325 (2012).
- [3] J. M. Clinch, Measurements of the wall pressure field at the surface of a smooth-walled pipe containing turbulent water flow, *Journal of Sound and Vibration* **9**, 398-419 (1969).
- [4] C. Durant, G. Robert, Vibro-Acoustic Response of a Pipe Excited by a Turbulent Internal Flow, *Flow, Turbulence and Combustion* **61**, 55-69 (1999).
- [5] L. Maxit, Analysis of the modal energy distribution of an excited vibrating panel coupled with a heavy fluid cavity by a dual modal formulation, *Journal of Sound and Vibration* **332**, 6703-6724 (2013).
- [6] E. H. Dowell, G. F. Gorman III, D. A. Smith, Acoustoelasticity : General theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment, *Journal of Sound and Vibration* **54**, 519-542 (1977).
- [7] R. Lacombe et al., Identification of aero-acoustic scattering matrices from large eddy simulation : Application to whistling orifices in duct, *Journal of Sound and Vibration* **332**, 5059-5067 (2013).
- [8] M. K. Bull, Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : Some reflections on forty years of research, *Journal of Sound and Vibration* **190**, 299-315 (1996).
- [9] G. M. Corcos, Resolution of Pressure in Turbulence, *Journal of the Acoustical Society of America* **35**, 192-199 (1963).
- [10] A. O. Borisyuk, V. T. Grinchenko, Vibration and noise generation by elastic elements excited by a turbulent flow, *Journal of Sound and Vibration* **204**, 213-237 (1997).