



Modélisation et Mesure d'Impédance : de la Ligne de Transmission au Transducteur - Application au Contrôle Non Destructif du Vieillessement de Plaques Composites

E.B. Ndiaye, P. Maréchal et H. Duflo

Université du Havre, LOMC, UMR 6294 CNRS, 75 rue Bellot, 76058 Le Havre, France
elzobarz@hotmail.com

Dans le but de tester localement une structure dans les industries de l'aéronautique, on a souvent recours à des moyens d'évaluation non destructive (END). La mesure d'impédance électromécanique figure parmi les techniques permettant de caractériser les matériaux. En mettant un transducteur piézoélectrique ultrasonore en contact direct avec la plaque à tester, avec un film de gel de couplage pour assurer une bonne transmission des ondes ultrasonores, on vient modifier la résonance du transducteur. En appliquant une tension entre les deux électrodes du transducteur, on relève un courant électrique caractéristique de l'impédance de l'ensemble transducteur couplé à une plaque.

Les résonances apparaissant sur l'impédance relevée en fonction de la fréquence sont une signature caractéristique du système à identifier. La connaissance des paramètres de transfert du transducteur piézoélectrique permettent sa modélisation. Ce modèle permet de déduire l'impédance acoustique de la structure à évaluer, en particulier, la vitesse de propagation et l'atténuation des ondes dans la plaque inspectée.

Afin de modéliser la mesure d'impédance acoustique, la propagation d'une onde est modélisée par une ligne de transmission. Ainsi, nous réaliserons une adaptation d'impédance électrique par analogie avec l'adaptation d'impédance acoustique. La modélisation de la couche piézoélectrique, élément actif du transducteur ainsi que de l'ensemble des couches le constituant est discutée selon le modèle de Mason. Pour les transducteurs destinés à fonctionner en régime impulsif, l'ensemble des éléments constitutifs sont dimensionnés dans le but d'élargir la bande passante du transducteur et donc de réduire la durée de la réponse impulsif.

La modélisation ainsi que les résultats de mesures obtenus sur des matériaux composites vieillissants montrent l'efficacité de ce moyen d'évaluation non destructive. Les résultats obtenus sur l'impédance électrique montrent que les fréquences des pics de résonances ainsi que leurs largeurs varient suivant le taux de porosité, en lien avec une durée de vieillissement.

1 Introduction

Dans ce papier, nous mettons en évidence un moyen d'investigation expérimentale sur le vieillissement des matériaux composites. Du fait des nombreux avantages qu'offrent ces matériaux par rapport aux matériaux métalliques conventionnels, leur utilisation a nettement augmenté dans l'aéronautique durant ces dernières décennies. Cependant, les composites peuvent subir des vieillissements au long de leur cycle de vie. Nous étudierons le vieillissement thermique c'est-à-dire dans un environnement appauvri en oxygène à des durées différentes et ceci pour s'affranchir des effets de l'oxydation par l'air.

Dès lors le recours à la mesure de l'impédance électromécanique d'un transducteur en contact avec une plaque composite [1] devient envisageable pour évaluer le vieillissement par mesure du taux de porosité par exemple [2]. En effet la présence de porosité dans le matériau provoque une atténuation plus importante des ondes ultrasonores. L'atténuation, la vitesse des ondes ultrasonores et le taux de porosité dans une plaque donnée constitueront donc de bons estimateurs sur son état de vieillissement [3, 4].

Si on connaît maintenant les caractéristiques du transducteur, on peut remonter alors à l'impédance acoustique de la plaque et par conséquent à la vitesse dans la plaque.

Pour l'étude, nous effectuons dans un premier temps un rappel sur la propagation d'ondes dans les lignes et dans un second temps une modélisation de Mason de la couche piézoélectrique et de l'ensemble du transducteur utilisé. Des études antérieures ont montré que l'impédance électrique d'une pastille piézoélectrique est modifiée de façon importante quand elle est en contact avec un milieu viscoélastique [5] ou composite [6, 7].

2 Propagation dans une ligne de transmission

Une ligne de transmission ou ligne électromagnétique permet la transmission d'énergie électrique dans de nombreux domaines. La propagation d'ondes dans des câbles coaxiaux est caractérisée principalement par deux paramètres : l'impédance caractéristique Z_0 et la vitesse de propagation v_0 . Ces caractéristiques sont exprimées en fonction des constantes réparties par unité de longueur de ligne (L_0 , C_0 , R_0 et G_0), où (L_0 , C_0) décrivent la partie propagative et (R_0 , G_0) décrivent la partie dissipative de la propagation :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \\ v_0 \approx \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \left(1 + \frac{1}{8\omega} \left(\frac{R_0}{L_0} - \frac{G_0}{C_0} \right)^2 \right) \end{array} \right. \quad (1)$$

Dans le cas d'une ligne sans perte on écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \\ v_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \end{array} \right. \quad (2)$$

Dans le cas de la mesure de l'impédance d'un transducteur relié à un impédancemètre via un câble coaxial, il est nécessaire de déterminer l'impédance du transducteur ramenée à travers ce câble. Cette impédance ramenée s'obtient lorsqu'en bout de ligne une charge Y est adjointe. De façon générale, l'expression de l'impédance en bout de ligne Z_l s'exprime en fonction de R_0 la charge en bout de ligne, Z_0 l'impédance caractéristique du câble, $k = \omega/v_0$ le nombre d'onde, et l la longueur du câble :

$$Z_l = Z_0 \frac{Z_{charge} + jZ_0 \tan(kl)}{Z_0 + jZ_{charge} \tan(kl)} \quad (3)$$

Dans le cas d'une charge adaptée, $Z_{charge} = Z_0$, et on a bien $Z_l = Z_0$. Par la suite, on utilisera des câbles coaxiaux ayant ces caractéristiques $(Z_0, v_0) = (50 \Omega, 2.10^8 \text{ m/s})$ pour les mesures d'impédance électromécanique d'un transducteur.

3 Modélisation

Un transducteur ultrasonore piézoélectrique de contact est constitué d'un élément piézoélectrique, auquel sont adjoints une ou plusieurs lame(s) adaptatrice(s). En face arrière de la pastille piézoélectrique, un milieu arrière adapté et absorbant est ajouté. Dans la littérature, deux modèles sont souvent proposés pour modéliser le comportement électromécanique d'un transducteur. Il s'agit du modèle de Mason [8] et du modèle KLM (pour Krimholtz, Leedom et Mattei) [9].

Dans cette étude, nous développerons seulement le modèle de Mason d'un transducteur piézoélectrique. Mason a montré que l'on peut modéliser une couche piézoélectrique d'épaisseur d par un circuit trois ports, dont deux sont mécaniques et le troisième est électrique.

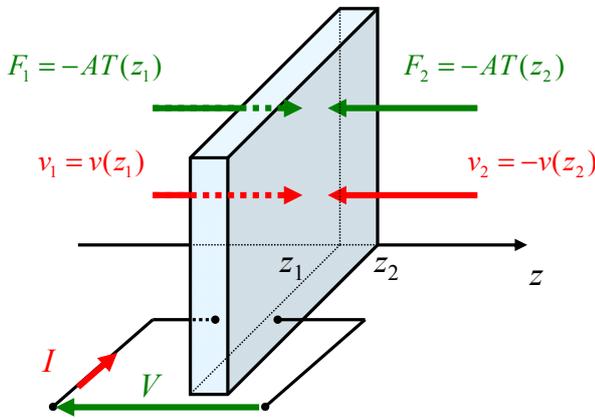


Figure 1: Modélisation de Mason d'une couche piézoélectrique.

La Figure 1 ci-dessus montre les deux ports mécaniques auxquels sont associées les grandeurs des vitesses de déplacement v_1 et v_2 et les forces appliquées F_1 et F_2 . Pour le port électrique, les grandeurs associées sont la tension V et l'intensité du courant I qui traverse les deux électrodes. On peut relier les six grandeurs en entrée et en sortie par la matrice d'impédance suivante :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ V \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{12} & Z_{11} & Z_{13} \\ Z_{13} & Z_{13} & Z_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ I \end{pmatrix} \quad (4)$$

Avec :

$$Z_{11} = \frac{AZ_p}{j \tan(kd)} \quad Z_{12} = \frac{AZ_p}{j \sin(kd)}$$

$$Z_{13} = \frac{n}{jC_0\omega} \quad Z_{33} = \frac{1}{jC_0\omega}$$

$$Z_p = \rho V_p \quad n = \frac{eA}{d}$$

$$k = \frac{2\pi f}{V_p} \quad C_0 = \frac{\epsilon^S A}{d}$$

où d est l'épaisseur de la couche piézoélectrique, ρ sa masse volumique, V_p la vitesse des ondes, Z_p l'impédance acoustique, ϵ^S représente la permittivité à déformation nulle, e est le coefficient de couplage électromécanique, A est la section droite de la couche piézoélectrique et f est la fréquence.

La couche d'adaptation aussi peut être modélisée avec le modèle de Mason en ne prenant pas en compte la porte électrique du fait que le coefficient de couplage est nul (couche élastique). Le milieu arrière est un milieu semi-infini, il peut être représenté par un dipôle. De ce fait l'ensemble {couche d'adaptation et milieu arrière} peut être modélisé comme un milieu infini d'impédance variable avec la fréquence.

L'ensemble des constituants du transducteur sont conçus de manière à élargir la bande passante du transducteur donc diminuer la durée de la réponse impulsionnelle. En utilisant la modélisation de Mason d'une couche piézoélectrique, le transducteur peut donc être représenté par le schéma équivalent suivant :

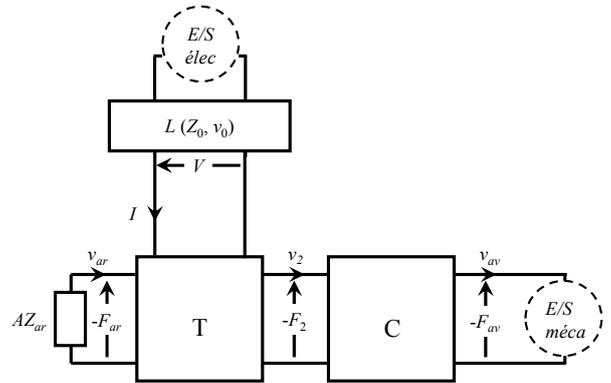


Figure 2: Schéma du système équivalent au transducteur. T est la matrice de transfert de la couche piézoélectrique, C est la matrice de transfert des couches d'adaptation, L est la matrice de transfert électrique fonction de (Z_0, v_0) .

Le port d'entrée/sortie électrique (E/S élec) possède une impédance d'entrée électrique $Z_{p,elec} = Z_T$. Le port d'entrée/sortie mécanique (E/S méca) possède une impédance d'entrée mécanique $A.Z_{p,acou} = A.Z_{av}$.

4 Dispositif expérimental et mesures

Un dispositif constitué de lignes électromagnétiques et d'un diviseur de tension est utilisé pour réaliser les mesures d'impédance dans la gamme fréquentielle allant de 1 à 100 MHz. Le montage de mesure est représenté ci-dessous (Figure 3). Un générateur basse fréquence (GBF) envoie un signal au point A à travers la ligne L_1 . A ce signal émis V_A s'ajoute celui reçu après réflexion sur le port électrique du transducteur V_B .

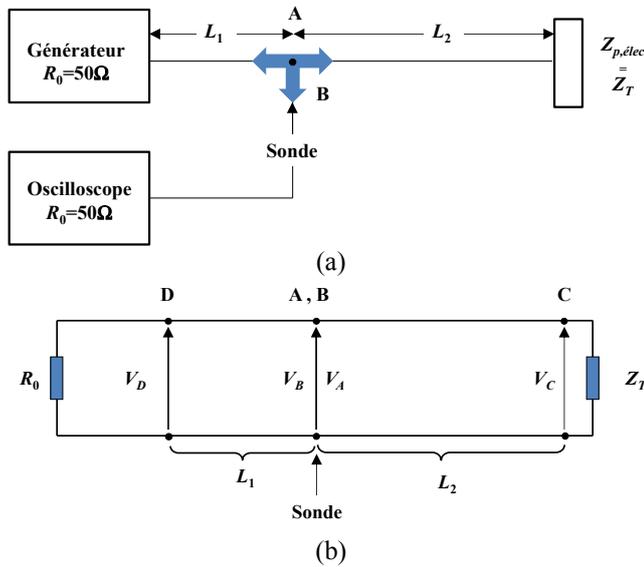


Figure 3 : Dispositif expérimental de mesures d'impédance (a) et schéma électrique équivalent (b).

La sonde fournit donc à l'oscilloscope une différence de potentiel (ddp) V_A au point A et V_B au point B. Du point de vue géométrique, les points A et B sont confondus, mais différent en terme de temps de propagation.

Le GBF et l'oscilloscope tous deux d'impédance interne $R_0 = 50 \Omega$ sont reliés entre eux (longueur L_1) et au port électrique du transducteur (longueur L_2) via un câble électrique d'impédance caractéristique $Z_0 = 50 \Omega$. Par conséquent, la ddp V_A est alors exprimée comme suit :

$$V_A = V_0 e^{-jkL_1} \quad (5)$$

avec V_0 la ddp aux bornes du générateur, L_1 la longueur du câble entre la sortie du générateur et le point A.

La ddp V_B est obtenue lorsqu'en bout de ligne on met en contact le transducteur et la plaque à tester. Il en résulte alors deux ondes l'une incidente V_{inc} et l'autre réfléchie $V_{réfl}$ résultant en $V_B = V_{inc} + V_{réfl}$:

$$\begin{cases} V_{inc} = V_A = V_0 e^{-jkL_1} \\ V_{réfl} = V_A \cdot R \cdot e^{-j2kL_2} = R \cdot V_0 e^{-jkL_1} e^{-j2kL_2} \end{cases} \quad (6)$$

On définit le coefficient de réflexion R par :

$$R = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} \quad (7)$$

La ddp V_B peut être exprimée comme suit :

$$V_B = V_A (1 + R \cdot e^{-jk2L_2}) \quad (8)$$

En définissant le rapport $Q = V_B / V_A$, le coefficient de réflexion peut se mettre sous la forme :

$$R = (Q - 1) e^{jk2L_2} \quad (9)$$

L'impédance Z_T d'un transducteur au bout de la ligne de longueur L_2 est déduite de la relation définie à l'équation (7). En remplaçant le coefficient de réflexion R par la relation trouvée à l'équation (9), l'impédance Z_T s'écrit alors sous la forme suivante :

$$Z_T = R_0 \frac{1 + (Q - 1) e^{jk2L_2}}{1 - (Q - 1) e^{jk2L_2}} \quad (10)$$

Lorsque le transducteur n'est couplé à aucun milieu, l'impédance Z_T tend vers l'infini et le coefficient de réflexion $R = 1$. Dès lors la ddp V_C au point C s'exprime en fonction de V_A comme suit :

$$V_C = V_A (1 + e^{-jk2L_2}) \quad (11)$$

On peut en outre définir un autre facteur P tel que :

$$P = \frac{V_C}{V_A} = 1 + e^{-jk2L_2} \quad (12)$$

Par la suite le terme propagatif s'écrit en fonction du facteur P et on obtient l'impédance Z_T mesurée au point B :

$$Z_T = R_0 \frac{\left(1 + \frac{Q-1}{P-1}\right)}{\left(1 - \frac{Q-1}{P-1}\right)} = R_0 \left(\frac{P+Q-2}{P-Q}\right) \quad (13)$$

Les mesures des ddp V_A , V_B et V_C étant effectuées, on détermine les fonctions de transfert spectrales P et Q par FFT. On peut alors calculer l'impédance du transducteur Z_T (équation (13)) en terme de module $|Z_T|$ et de phase Φ_{Z_T} en fonction de la fréquence f .

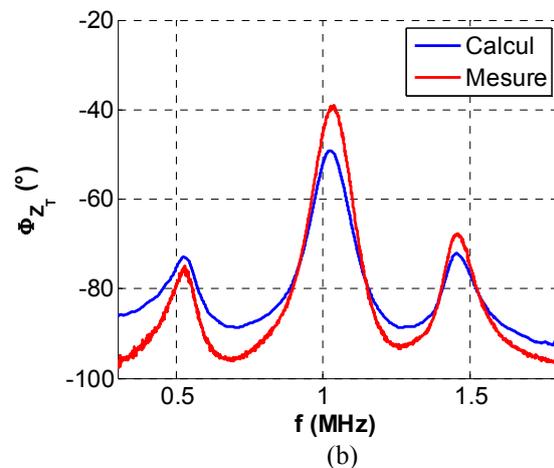
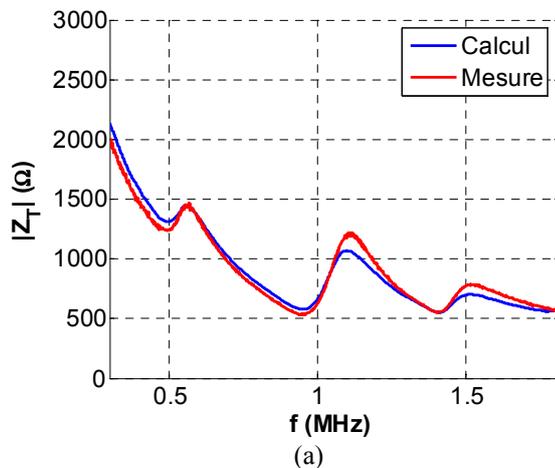


Figure 4: Module (a) et phase (b) aux bornes du transducteur Sonaxis® de fréquence centrale $f_c = 1$ MHz.

5 Évaluation du vieillissement

Trois plaques composites en carbone/époxy sont testées par la mesure d'impédance électromécanique. Elles ont subi des vieillissements isothermes à 180 °C dans l'air pendant des durées de 500, 1500 et 3500 heures respectivement. Le même dispositif de mesure est utilisé avec un signal d'émission de type chirp d'une durée de 200 μ s. Les relevés ont été faits au centre des différentes éprouvettes 300×200×3.2 mm³. La Figure 5 ci-dessous illustre ces résultats. Deux estimateurs du vieillissement ont été élaborés à partir de représentations spectrales de l'impédance afin d'évaluer leur sensibilité à la durée du vieillissement.

Dans un premier temps (Figure 5 a-1, 2, 3), la partie réelle du spectre de l'impédance {transducteur + plaque} est normalisée par rapport à celui enregistré avec une charge de 50 Ω . Dans un second temps (Figure 5 b-1, 2, 3), le module du spectre de l'impédance {transducteur + plaque} est normalisé par le spectre du transducteur à vide. Par la suite, des critères ont été définis sur ces deux types d'estimateurs pour l'étude du vieillissement. Sur la représentation de la partie réelle, on considère les trois pics d'impédance et sur la représentation du module, le pic inversé (non représenté), le pic après 1 MHz et la pente (en rouge) de la courbe qui passe entre les deux pics de la représentation.

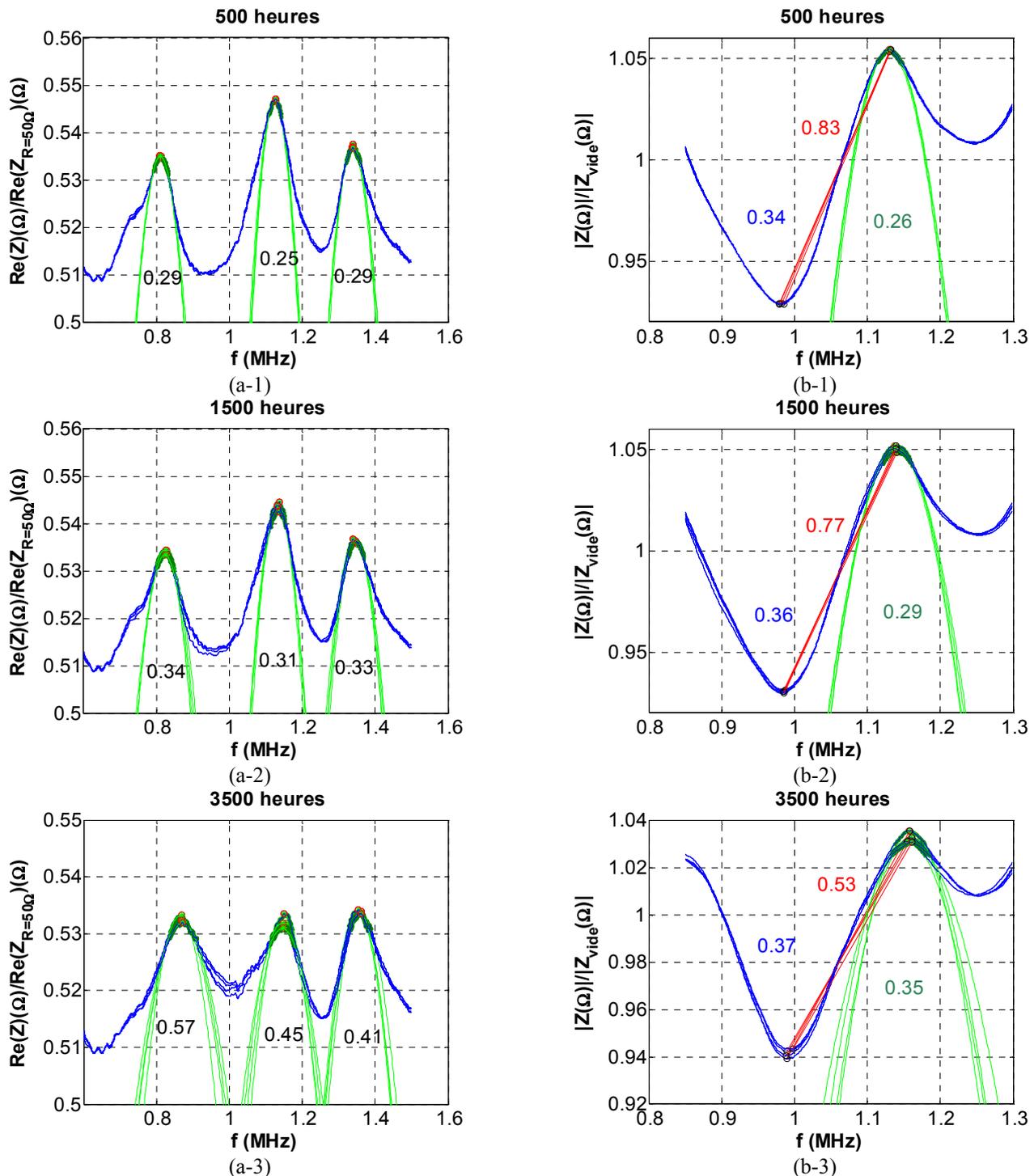


Figure 5: Vieillissement de plaques composites monolithiques carbone/époxy. Partie réelle de l'impédance {transducteur + plaque} vieillie normalisée par une résistance de 50 Ω (a-1, 2, 3) et module de l'ensemble normalisée par le module de l'impédance du transducteur à vide (b-1, 2, 3).

Les différentes valeurs indiquées sur les courbes représentent les largeurs des pics à -3 dB après une identification avec une fonction gaussienne (courbes tracées en vert sur les figures). Cette identification est réalisée en utilisant l'algorithme du simplex de Matlab qui permet de réaliser la minimisation de la distance entre les points expérimentaux et analytiques.

Avec l'estimateur basé sur la partie réelle du spectre de l'impédance, on note bien que les positions des trois pics sont décalées vers les basses fréquences suivant les durées de vieillissement. Leurs amplitudes baissent et plus significativement on a évalué les différentes largeurs. Par exemple pour le pic aux alentours de 1 MHz, la largeur suivant les durées de vieillissement 500, 1500 et 3500 heures est respectivement 0.25, 0.31 et 0.45 MHz. On note aussi des variations similaires avec l'estimateur basé sur le module du spectre de l'impédance, les pics s'élargissent suivant le vieillissement et du coup la pente de la courbe rouge devient de moins en moins raide passant de 0.83 puis 0.77 et enfin 0.53 MHz⁻¹ pour les trois durées de vieillissement. Lors des mesures nous avons effectué une série de dix mesures sur chaque plaque et les quatre courbes les plus proches les unes des autres ont été choisies pour l'identification. Sur la figure 5, les 4 courbes retenues sont dessinées (bleu) ainsi que les 4 gaussiennes identifiées, les valeurs indiquées pour la largeur des pics ou la pente étant la moyenne des 4 largeurs ou pentes. Pour résumer l'étude, nous dressons le Tableau 1 ci-dessous récapitulant les différentes valeurs trouvées pour les deux estimateurs. On note un élargissement des pics suivant les trois durées de vieillissement et par conséquent une baisse de la pente de la droite (en rouge). Globalement, les résultats ne présentaient pas de grandes dispersions (Tableau 1). Cette méthode d'évaluation non destructive rapide s'avère très efficace et intéressante pour la mise en œuvre « sous aile » dans la maintenance aéronautique [10].

Tableau 1 : Tableau récapitulatif des largeurs des pics d'impédance où les numéros $n = (1, 2, 3)$ sont les indices attribués aux pics p_n suivant leur ordre d'apparition.

Durée de vieillissement (h)		500	1500	3500
Partie réelle du spectre	p_1	0.29	0.34	0.57
	p_2	0.25	0.31	0.45
	p_3	0.29	0.33	0.41
Module normalisé	p_1	0.34	0.36	0.37
	p_2	0.26	0.29	0.35
	pente	0.83	0.77	0.53

5 Conclusion

Plusieurs méthodes d'évaluation non destructive (END) du vieillissement thermique de structures composites existent dans la maintenance aéronautique. La mesure d'impédance électromécanique est une méthode rapide et très reproductible pour la mise en œuvre « sous aile ».

L'utilisation d'un capteur large bande ayant l'avantage d'être dupliqué à l'identique permet de calibrer les différents résultats de mesures afin d'établir des comparaisons sur l'étude du vieillissement.

Malgré l'hétérogénéité des matériaux composites, les essais de reproductibilité permettent à la méthode proposée de donner une information sur les modifications apportées par le vieillissement thermique, dans le cas de plaques

monolithiques. Des essais complémentaires seront nécessaires dans le cas de plaques cuites à plus faible pression (2.5 bars), notamment dans le cadre de plaques sandwichs présentant une surface non parfaitement plane ("télégraphing"). Le rapprochement avec des tests sur la porosité locale des échantillons notamment avec la tomographie donnerait une idée de plus sur la compréhension du phénomène de vieillissement thermique des composites.

Remerciements

Les auteurs remercient la Communauté De l'Agglomération du Havre pour avoir financé la thèse de E.B. Ndiaye dont ce travail en fait partie.

Références

- [1] P. Selva, O. Cherrier, V. Budinger, F. Lachaud, and J. Morlier, Smart monitoring of aeronautical composites plates based on electromechanical impedance measurements and artificial neural networks, *Engineering Structures*, **56**, 794–804, (2013).
- [2] I. Perrissin-Fabert and Y. Jayet, Simulated and experimental study of the electric impedance of a piezoelectric element in a viscoelastic medium, *Ultrasonics*, **32** (2), 107–112, (1994).
- [3] O. Allix, A composite damage meso-model for impact problems, *Composites Science and Technology*, **61**, 2193–2205, (2001).
- [4] H. J. Lim, M. K. Kim, H. Sohn, and C. Y. Park, Impedance based damage detection under varying temperature and loading conditions, *NDT & E International*, **44** (8), 740–750, (2011).
- [5] N. Saint-Pierre, Y. Jayet, P. Guy, and J. Baboux, Ultrasonic evaluation of dispersive polymers by the piezoelectric embedded element method: modeling and experimental validation, *Ultrasonics*, **36** (6), 783–788, (1998).
- [6] Y. Jayet, N. Saint-Pierre, J. Tatibouet, and D. Zellof, Monitoring the hydrolytic degradation of composites by a piezoelectric method, *Ultrasonics*, **34** (2-5), 397–400, (1996).
- [7] J. Reddy, On laminated composite plates with integrated sensors and actuators, *Engineering Structures*, **21** (7), 568–593, (1999).
- [8] Redwood M., Transient performance of a piezoelectric transducer, *Journal of the Acoustical Society of America*, **33** (4), 527–536, (1961).
- [9] Krimholtz R., Leedom D.A., Mattei G.L., New equivalent circuit for elementary piezoelectric transducers. *Electronic letters*, **6**, 398–399, (1970).
- [10] Y. Gélébart, Évaluation non destructive par ultrasons du vieillissement thermique d'une structure composite, *Thèse de l'Université du Havre*, soutenue le 20 Mars 2007.