



Ondes à la surface d'une paroi courbe : l'expérience de Rayleigh revisitée

V. Gibiat^a, P. De Guibert^a et D. Cassereau^{b,c}

^aLaboratoire PHASE, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 4, France

^bLaboratoire d'Imagerie Paramétrique, UPMC Univ Paris 06, CNRS UMR 7623, 15 rue de l'École de Médecine, 75006 Paris, France

^cESPCI ParisTech, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris, France
vincent.gibiat@univ-tlse3.fr

John William Strutt, Baron Rayleigh, a publié un certain nombre d'observations et de réalisations expérimentales sur ce qu'il est convenu d'appeler le phénomène des « whispering galleries ». Ce phénomène, pour lequel Lord Rayleigh a mis en évidence une propagation à la surface d'un mur courbe plus intense que le trajet aérien entre une source et un récepteur, est régulièrement cité en acoustique architecturale, mais sans que le travail de Lord Rayleigh ne soit corrélé avec des mesures plus récentes. Une question reste pendante : qu'a donc détecté Lord Rayleigh dans l'expérience qu'il a réalisée, non pas dans la basilique Saint-Paul à Londres, mais dans son laboratoire ? Nous avons repris, au plus près des caractéristiques connues, l'expérience de Lord Rayleigh à la fois numériquement et expérimentalement. Les premiers résultats montrent que trois types d'ondes sont présentes : i) aérienne directe, ii) guidée à l'interface air/solide et se propageant à la vitesse estimée d'une onde de Rayleigh, et enfin iii) guidée à l'interface mais rayonnant fortement dans l'air et se déplaçant à une vitesse voisine de l'onde aérienne ; cette dernière onde pouvant être assimilée à une onde de Scholte-Stoneley.

1 Introduction

Le phénomène des « whispering galleries » fait partie de nombreuses situations rencontrées en acoustique architecturale ou même environnementale où la perception sonore est paradoxale : chuchotements perçus à grande distance, une aiguille qui tombe entendue à l'autre bout d'un édifice, perception d'un quai de métro à l'autre. Ces phénomènes, qui font apparaître systématiquement des parois courbes, sont soit expliqués à travers des modèles de rayons issus de l'optique, soit plus rarement en faisant appel à la propagation d'ondes de surface. Cette dernière explication a été opposée par John William Strutt, Baron Rayleigh, à celle d'Airy, alors astronome impérial à la cour d'Angleterre, qui lui proposait un argumentaire fondé sur de l'optique géométrique. Lord Rayleigh a appuyé son argumentaire sur une expérience qui a montré l'insuffisance de l'explication proposée par Airy [1]. Le travail de Rayleigh sur les « whispering galleries » est souvent réduit à la référence à son ouvrage « Theory of sound » [2], oubliant d'autres références pertinentes du même auteur [3,4,5]. De nombreux articles laissent alors supposer que Lord Rayleigh a réalisé son expérience dans le dôme de Saint-Paul à Londres, où le phénomène d'un chuchotement perçu par un auditeur placé diamétralement au chuchoteur est bien connu. Or, et cela est confirmé par un article de Raman [6], Lord Rayleigh a en fait réalisé son expérience à échelle réduite dans son laboratoire. En l'absence de haut-parleur et de microphone, l'expérience a mobilisé un appeau sous la forme d'un petit tuyau d'orgue et une flamme manométrique pour détecter l'onde aérienne « perçue ». Lord Rayleigh a ainsi mis en évidence un phénomène de propagation d'une onde à la surface du matériau courbe qu'il utilisait, confirmant son hypothèse de propagation guidée. Le matériau solide est une feuille de zinc, constituant un demi-cylindre de rayon 1 mètre. La longueur d'onde produite par l'appeau est de 2 cm. Cette expérience n'a pas, à notre connaissance, été reproduite à l'identique ; en revanche elle est largement citée comme explication d'un certain nombre de phénomènes similaires [7,8] pour des bâtiments où les courbures des parois induisent le même phénomène. Plus généralement, pour des travaux concernant l'acoustique architecturale, la référence à Lord Rayleigh [2] ne semble pas suivie d'expériences et il ne nous a pas été possible de trouver de références récentes reprenant cette expérience avec des moyens modernes de génération, mesure et acquisition du signal sonore. De fait, hormis le fait indéniable que Lord Rayleigh a mis en évidence la propagation d'une onde de surface, il n'existe

aucune preuve évidente de ce qu'il aurait pu effectivement mesurer. Paradoxalement, Lord Rayleigh a étudié l'interaction d'une onde sonore avec une paroi courbe concave, et son apport a été de fait largement utilisé dans l'étude de l'interaction d'une onde sonore avec une paroi courbe convexe dans le cadre de nombreuses études en acoustique sous-marine. Nous avons donc choisi de reprendre l'expérience de Lord Rayleigh, en nous plaçant au plus près de sa réalisation historique, et en utilisant à la fois les outils contemporains de simulation numérique et les moyens disponibles d'expérimentation, pour répondre à la question : qu'a donc détecté Lord Rayleigh ?

Dans une première partie, nous mettrons en évidence les différents phénomènes observables à travers une modélisation « complète » en différences finies de l'équation d'onde dans un milieu gazeux limité par une surface courbe solide. Nous montrerons ensuite qu'un modèle de rayons, tel que suggéré par Airy, permet de faire apparaître des phénomènes observables dans le modèle « complet », contrairement à ce que laisserait supposer une lecture trop rapide du travail de Lord Rayleigh. Enfin ces simulations à 2 et 3 dimensions serviront à construire une expérience reprenant au mieux celle de Rayleigh décrite par Raman.

2 Simulations numériques 2 et 3 D

Dans tout ce qui suit, nous essaierons de nous placer au plus proche de l'expérience de Lord Rayleigh, à savoir une surface courbe, construisant un cylindre de rayon 1 mètre. Contrairement à Lord Rayleigh et pour des raisons pratiques, nous avons réalisé une paroi courbe en plâtre plutôt qu'en zinc. La source est placée dans l'air à proximité immédiate de la paroi en plâtre et le signal est « mesuré » en un point diamétralement opposé à la source. Nous reproduisons ainsi la figure de l'expérience de Lord Rayleigh telle que sur la figure 1. Les simulations numériques utilisent un code aux différences finies (FDTD, Simsonic [9]), que ce soit en dimension 2 ou en dimension 3. Les données expérimentales sont les suivantes :

- cylindre de 1 m de rayon, plâtre en milieu semi-infini circonscrit par des PML (Perfectly Matched Layer),
- air : densité 1.2×10^{-3} , vitesse du son 340 m/s,
- plâtre : densité 2.79, vitesse des ondes longitudinales 2400 m/s et vitesse des ondes transversales 1500 m/s,
- le signal d'émission est une sinusoïde de fréquence variant de 1 à 4 kHz pondérée par une gaussienne couvrant 3 à 5 pseudo-périodes ; elle est construite à partir de la fonction Matlab « gausspuls » dans sa forme asymétrique,

- la source est ponctuelle et placée à distances variables de la paroi, la plus proche étant à 2 mm.

Pour le calcul, le pas spatial Δx est de 2.27 mm à 1 kHz, 2 fois plus petit à 2 kHz et 4 fois plus petit à 4 kHz. Le pas temporel respecte la loi CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), à savoir en 2 dimensions

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c_{\max} \sqrt{2}}$$

où c_{\max} est la plus grande vitesse (vitesse L du plâtre).

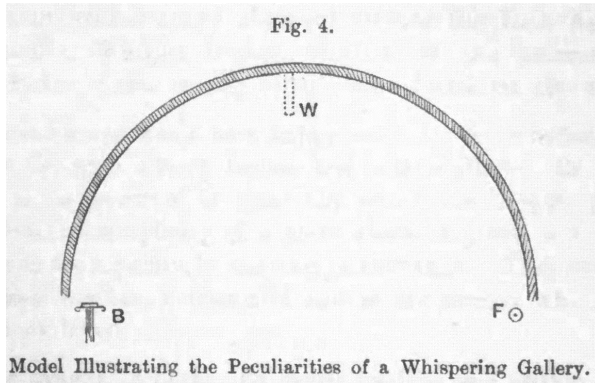


Figure 1: schéma expérimental extrait de [4].

2.1 Analyse des signaux temporels

Les signaux temporels bruts obtenus pour des fréquences centrales du signal d'excitation de 2 kHz à 4 kHz

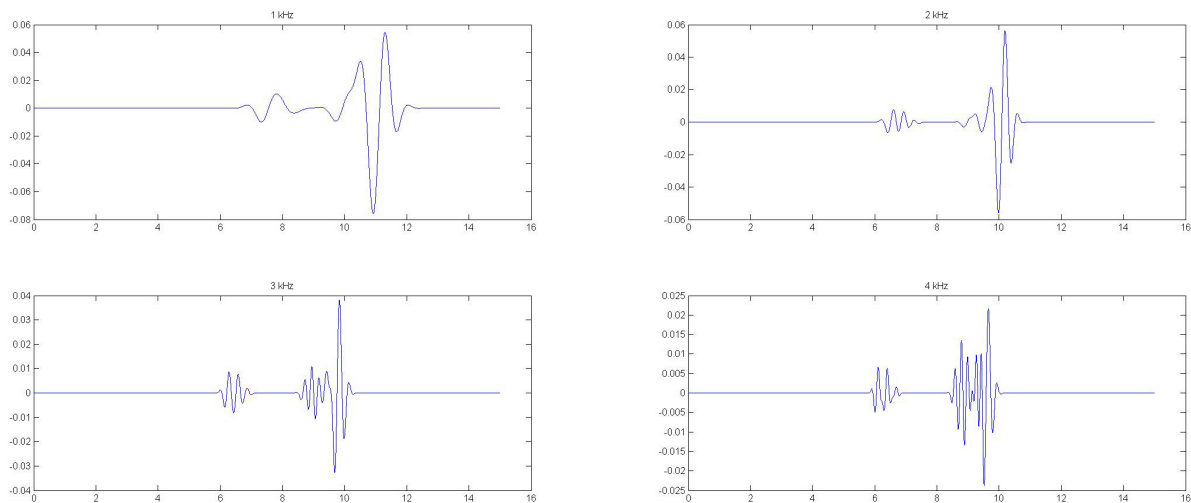


Figure 2: Comparaison des signaux observés au point diamétralement opposé à la source pour une paroi correspondant à un demi-cylindre, pour des fréquences allant de 1 kHz à 4 kHz. La source est située à 2 cm de la paroi.

2.2 Influence de la position de la source

L'influence de la position de la source peut facilement être étudiée. Nous ne présentons ici qu'un seul exemple qui montre que la proximité avec la paroi fait apparaître un troisième signal d'amplitude plus faible que les deux premiers observés. Ce signal, clairement visible sur la figure 3, se propage avec une vitesse plus faible que l'onde de cisaillement dans le plâtre, mais plus rapidement que

l'onde aérienne. Il s'agit bien d'une onde de type Love (ou Rayleigh généralisée) qui se propage rapidement à la surface du matériau. Les vidéos accessibles [10] montrent clairement les trois phénomènes, et ce d'autant plus dans les plus célèbres « whispering galleries » telles que mises en évidence par W.C. Sabine [8].

kHz montrent immédiatement deux phénomènes se propageant à des vitesses différentes : une première arrivée d'énergie moyenne qui correspond à un temps de propagation sur environ deux mètres à une vitesse de 340 m/s. Il est raisonnable de considérer qu'il s'agit de la propagation aérienne directe qui, dans le cas d'une simulation à 2 dimensions, s'atténue en \sqrt{r} où r est la distance à la source. En revanche, le second signal est plus complexe à analyser : il apparaît dépendant de la fréquence centrale, arrive en retard par rapport à la propagation aérienne (qui est celle de plus faible vitesse de propagation), ce qui semble privilégier un trajet de l'onde plus important et donc solidien ou guidé par le solide, si on exclut des phénomènes de réflexions multiples qui, s'ils étaient aériens, devraient apparaître plus tard. Enfin, cette seconde partie du signal fait apparaître une double contribution, en particulier à 4 kHz. Cette contribution, qui est porteuse de la plus forte énergie, se propage à une vitesse comparable à celle du son dans l'air en suivant la paroi de plâtre, comme on peut le voir sur des simulations [10] qui permettent de suivre l'évolution temporelle et spatiale du signal. Il s'agit donc bien d'une onde guidée dont le comportement est proche de celui d'une onde de Scholte-Stoney [11]

l'onde aérienne. Il s'agit bien d'une onde de type Love (ou Rayleigh généralisée) qui se propage rapidement à la surface du matériau. Les vidéos accessibles [10] montrent clairement les trois phénomènes, et ce d'autant plus dans les plus célèbres « whispering galleries » telles que mises en évidence par W.C. Sabine [8].

En amplifiant le signal enregistré pour une source éloignée de la paroi, on arrive à mettre en évidence cette contribution onde guidée à la surface, mais son amplitude est jusqu'à 5 ordre de grandeurs inférieure à celle de l'onde la plus intense.

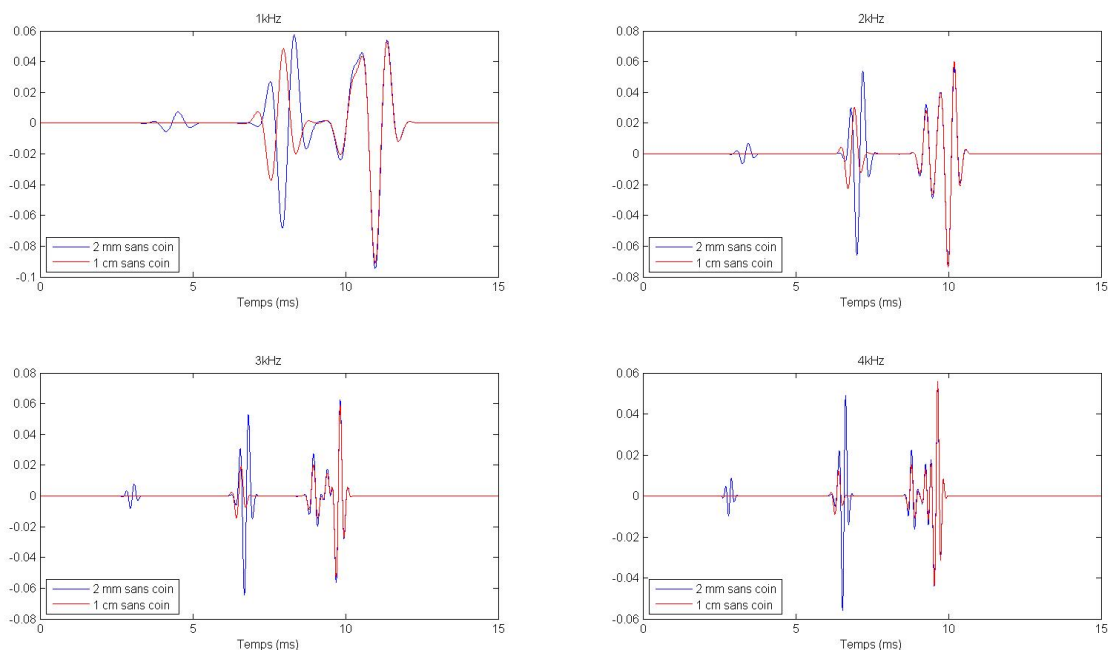


Figure 3 : comparaison, dans les mêmes conditions fréquentielles que sur la figure 2, des signaux observés pour une source et un récepteur placés à 1 cm et 2 mm de la paroi. Dans cette dernière configuration, l'onde de Love est visible.

3 Le modèle Airy

Le modèle proposé par Airy semble donc ne pas résister à l'analyse poussée de Lord Rayleigh. Néanmoins on trouve encore de nombreux acteurs de l'acoustique à raisonner en termes de rayons acoustiques. Ces modèles sont parfaitement justifiables dans des conditions de longueurs d'ondes petites comparées aux dimensions des objets étudiés. En revanche ils ne tiennent pas la plupart du temps compte des phénomènes qui engendrent le transfert de l'énergie dans un solide et sa propagation guidée. Ils ont ainsi largement été étudiés par Mortessagne *et al* [12]. Nous avons donc voulu comparer nos résultats numériques avec un modèle simplifié de rayons. Nos résultats sont à comparer à ceux de Apfel [13] et Essl [14] qui mettent en évidence des phénomènes comparables. Une source de rayons purement géométriques a été engendrée et la propagation de ces rayons dans un cercle parfaitement réfléchissant suivie au cours du temps. Les simulations mettent en évidence le phénomène rapporté par Airy [1] : des réflexions multiples provoquent une focalisation diamétralement opposée à la source. Celle-ci est parfaitement visible sur la figure 4, accompagnée d'une seconde focalisation. Le modèle d'Airy, dans la limite des hautes fréquences (et donc des petites longueurs d'onde) reproduit bien une partie de l'évolution temporelle du champ acoustique. En revanche il ne peut donner accès aux phénomènes d'échanges d'énergie entre fluide (gaz) et solide.

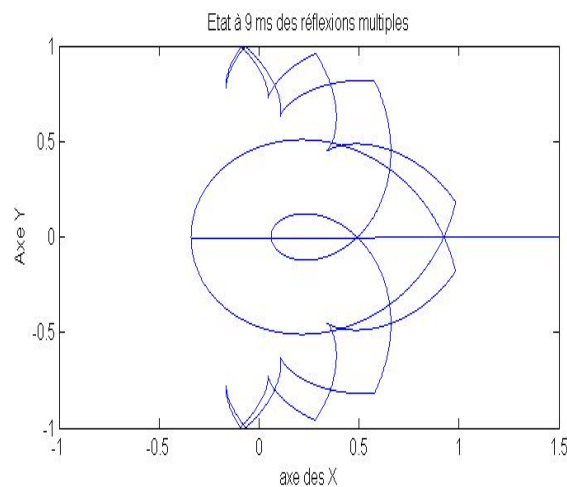


Figure 4 Propagation de rayons dans un cylindre réfléchissant.

4 Conclusion

Les articles de Lord Rayleigh mettent en évidence une propagation guidée à la surface de la paroi cylindrique. On aurait pu penser à des ondes de type Rayleigh ou Love se propageant plus rapidement que l'onde aérienne et sans l'atténuation géométrique qu'elle subit. Il existe bien une onde de ce type se propageant à la bonne vitesse, mais son amplitude est le plus souvent plusieurs ordres de grandeur plus faible que celle de l'onde aérienne. Il semble donc peu probable qu'elle soit responsable du phénomène des « whispering galleries ». En revanche une onde apparaît bien à l'interface plâtre/air et se propage guidée par

l'interface gaz/solide. Cette onde, dont la vitesse est proche de la vitesse de propagation aérienne, peut être assimilée à une onde de Scholte-Stoneley et rayonne fortement dans l'air tout en étant guidée par la surface de plâtre. Il est vraisemblable que c'est cette onde que Lord Rayleigh a détecté dans son expérience. Son amplitude est largement supérieure à celle de l'onde aérienne et elle doit apparaître chaque fois que des surfaces courbes sont concernées en architecture. Bien que le phénomène des « whispering galleries » soit connu depuis des siècles (les confessions des lépreux à Saint Flour, le Tabernacle de Salt Lake City [8] et probablement de nombreux édifices ou sites remarquables, voire des grottes ornées [15]), il ne semble pas que les caractéristiques acoustiques conduisant à ces phénomènes, recherchés ou peu souhaitables, aient été prises en compte dans le domaine pourtant important de l'acoustique architecturale. Cette voie de propagation guidée ne peut pourtant pas être négligée, les explications focalisantes de rayons étant nécessairement simplificatrices et partielles.

Une expérience a été réalisée, en remplaçant simplement la feuille de zinc de Lord Rayleigh par une plaque de plâtre. Quatre éléments permettant de réaliser une couronne cylindrique de 1 ;2 m de haut pour un rayon de 1 mètre ont été installés et nous permettent de réaliser au mieux l'expérience de Rayleigh.

Remerciements

D'une manière ou d'une autre, les auteurs ont bénéficié d'échanges fructueux ou de l'aide de Anne Du Pasquier, Pierre de Guibert et Maryline Talmant.

Références

- [1] G. B. Airy "G. B. Airy, On Sound and Atmospheric Vibrations, with the Mathematical Elements of Music" (London, MacMillan), 1871, p. 145.
- [2] J. W. Strutt, Baron Rayleigh "On the Whispering Galleries in "Theory of Sound" vol 2, 287 pp 127-129 1896 second ed. Reprint Dover ed. 1945
- [3] J. W. Strutt, Baron Rayleigh "The Problem of the Whispering Gallery" Philosophical Magazine, 20. pp. 1001- 1004, 1910 reprint in Rayleigh complete papers vol 5 page 617
- [4] J. W. Strutt, Baron Rayleigh "On shadows" Royal Institution Proceedings, Jan. 15, 1904 reprint in Rayleigh complete papers vol 5 page 171
- [5] J. W. Strutt, Baron Rayleigh Further Applications of Bessel's Functions of High Order to the Whispering Gallery and Allied Problems, Philosophical Magazine, Vol. xxvii. pp. 100 109, 1914, reprint in Rayleigh complete papers vol 5 page 211
- [6] C. V. Raman et G. A. Sutherland "On the Whispering-Gallery Phenomenon" Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 100, No. 705 (Jan. 2, 1922), pp. 424-428
- [7] H. G. Dorsey Acoustics of Arches J. Acoust. Soc. Am. **20** , 597 (1948)
- [8] W. C. Sabine « Collected papers on acoustics » Cambridge Harvard University ed. 1922 pp 255-269
- [9] <http://www.simsonic.fr/>
- [10] <http://www.youtube.com/watch?v=U-jUQ6dY7Ho>
- [11] J.L. Izbicki, J.L. Rousselot, A. Gérard, G. Maze, J. Ripecho "Analysis of resonances related to Scholt-Stoneley around cylindrical shells, 1991, J. Acoust. Soc. Am. 90, 5, pp 2602-2608
- [12] F. Mortessagne, O. Legrand et D. Sornette « Role of the absorption distribution and generalization of Sabine's reverberation law in chaotic rooms: Geometrical and wave theory » J. Acoust. Soc. Am. **93** , 2343 (1993)
- [13] R E Apfel 1984 Whispering waves in a wine glass *Am. J. Phys.* **53** 1070
- [14] G. Essl "Whispering" waves and Bate's ridges in numerical experiments ARLO **6** , 227 (2005)
- [15] M. Dauvois, X. Boutillon, B. Fabre et M. P. Verge (1998), "Son et musique au Paléolithique", Pour La Science, 253 (Nov. 98), 52-58.