



Interactions résonnantes d'un ensemble de cibles cylindriques dans un milieu poreux saturé

W. Trabelsi, H. Franklin et A. Tinel

Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC), UMR CNRS 6294, 75 rue Bellot, CS 80540, 76058 Le Havre, France

wassim.trabelsi@univ-lehavre.fr

Nous proposons des calculs des champs acoustiques diffusés par un nombre fini N ($= 2$ ou 3) d'inclusions cylindriques identiques et de longueurs infinies situées dans une matrice poreuse (billes de verre) saturée par de l'eau. Le milieu poreux obéit à la théorie de Biot et les inclusions peuvent être de type solide élastique ou de type fluide. Les spectres de résonances expérimentaux sont comparés à ceux obtenus théoriquement à partir de la fonction de forme en champ lointain de l'ensemble des cibles. Le comportement résonnant résultant de la diffusion multiple exhibe des résultats différents selon la nature des cibles (élastiques ou fluides). Dans les cas $N = 2$ et $N = 3$, des simulations numériques complémentaires montrent l'influence du nombre et du positionnement des cibles.

1 Introduction

Le problème de la diffusion multiple dans des milieux non dissipatifs a été examinée à plusieurs reprises, parmi lesquelles l'étude de l'interaction entre des tubes élastiques immergés dans un fluide [1], l'étude de l'interaction résonante dans un réseau limité d'inclusions cylindriques dans un solide élastique [2] et l'étude de la diffusion résonante par un réseau linéaire infini d'inclusions cylindriques fluide situé dans une matrice solide [3]. A l'opposé, l'étude de la diffusion multiple dans des milieux absorbants a connu peu de développements et reste encore mal connue. Elle fait actuellement l'objet de recherches actives.

Le but du présent article est d'identifier la nature des interactions dominantes entre ces diffuseurs et de déterminer comment elles se manifestent en milieu poreux par rapport à celles existant entre des tubes élastiques immergés dans un fluide et entre des inclusions situées dans un solide élastique. Pour ce faire, une étude de la diffusion résonante par un nombre fini N d'inclusions cylindriques dans un milieu poreux a été effectuée.

Dans une première partie, on effectue la mise en équations nécessaire en vue de la détermination du champ acoustique total diffusé résultant de l'interaction entre N inclusions cylindriques situées dans une matrice poreuse.

Dans une seconde partie, une étude numérique des interactions entre deux puis trois cylindres de verre ou d'eau est présentée. On montre l'évolution des fonctions de forme en fonction de l'écartement entre cibles et les spectres de résonance en fonction de la fréquence réduite pour des configurations en éclipse.

Dans une troisième partie, une validation expérimentale de la rétrodiffusion par un, deux ou trois cylindres est présentée lorsque ces cibles sont positionnées en éclipse.

2 Calcul du champ acoustique diffusé par N inclusions cylindriques dans une matrice poreuse

Nous considérons une matrice poreuse contenant N inclusions arbitrairement distribuées dans l'espace. Ces inclusions peuvent avoir différentes tailles et/ou différentes compositions. L'objectif de la présente section est d'exprimer le champ acoustique diffusé par tous les diffuseurs à partir des champs diffusés par chaque diffuseur individuellement, puis de définir la fonction de forme en champ lointain. D'après la théorie de Biot [4], trois types d'onde se propagent dans un matériau poreux : deux ondes longitudinales (une rapide et une lente notées 1 et 2, resp.) et une onde transversale notée T . Toutes ces ondes sont dispersives et atténuées contrairement à celles se propageant dans un milieu élastique ou fluide. Les inclusions cylindriques sont toutes parallèles, de rayon a , et

de longueur infinie. Le vecteur d'onde de l'onde incidente se propage perpendiculairement aux axes des cylindres. Le problème est donc bidimensionnel (voir Figure 1).

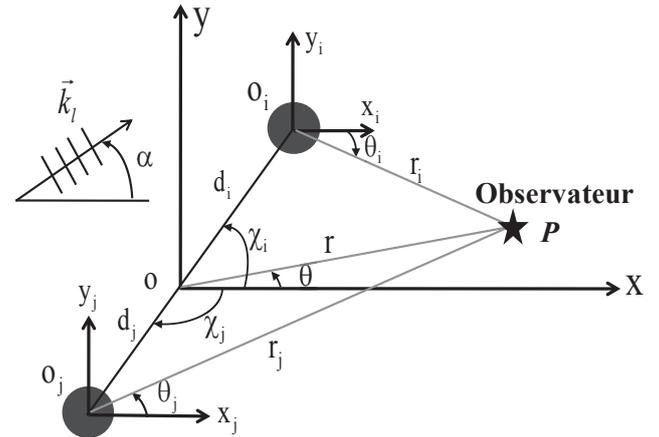


Figure 1 : Géométrie pour la diffusion acoustique par deux inclusions situées dans une matrice poreuse.

Pour calculer les champs diffusés par les inclusions cylindriques, nous supposons que les diffuseurs situés dans le milieu poreux sont excités par une onde plane incidente de type l d'amplitude unitaire et de nombre d'onde complexe k_l (la lettre l représente le type de l'onde incidente (1 pour l'onde longitudinale rapide, 2 pour l'onde longitudinale lente et T pour l'onde transversale). Les couples (d_j, χ_j) représentent les coordonnées par rapport au repère principal d'origine O , de l'inclusion cylindrique j de centre O_j . Les couples $O_j, (r_j, \theta_j)$ sont les coordonnées polaires du point d'observation P dans le repère (O_j, x_j, y_j) et (r, θ) celles du point P par rapport au repère principal (O, x, y) .

Le potentiel scalaire d'une onde de type l incidente sous l'angle α_l peut s'écrire dans le repère (O_j, x_j, y_j) :

$$\phi_{(j)}^l = e^{ik_l d_j \cos(\chi_j - \alpha)} \sum_n a_n(\alpha) J_n(k_l r_j) e^{in\theta_j} \quad (1)$$

où $a_n(\alpha) = i^n e^{-in\alpha}$ et où J_n est la fonction de Bessel d'ordre n .

L'onde de type k diffusée par le diffuseur j s'écrit :

$$\phi_{(j)}^{lk} = \sum_n C_{n(j)}^{lk} H_n^{(1)}(k_k r_j) e^{in\theta_j} \quad (2)$$

où $k_k = \omega/c_k$ est un nombre d'onde complexe et $H_n^{(1)}$ la fonction de Hankel de première espèce d'ordre n . La lettre k

représente le type de l'onde diffusée (1 pour l'onde longitudinale rapide, 2 pour l'onde longitudinale lente et T pour l'onde transversale). Les $C_{n(j)}^{lk}$ sont les coefficients de diffusion multiple. Si l'onde diffusée est longitudinale (de type 1 ou 2), $\phi_{(j)}^{lk}$ est un potentiel scalaire. Si l'onde diffusée est transversale (de type T), $\phi_{(j)}^{lk}$ représente la seule composante non nulle d'un potentiel vecteur.

Le champ incident sur le cylindre i est la somme de l'onde incidente l et des ondes diffusées longitudinales ($k = 1$ ou 2) et transversale ($k = T$) par les autres diffuseurs $j \neq i$. Lorsque l'onde diffusée par les autres diffuseurs est de même type que l'onde incidente (pas de conversion de mode, $k = l$), le champ incident sur le cylindre i s'écrit [2, 3] :

$$\begin{aligned} \phi_{(j)}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \phi_{(i)}^{lk} &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m^{(j)l} J_m(k_l r_j) e^{im\theta_j} \\ &+ \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{n=-\infty \\ i \neq j}}^{+\infty} G_{nm(ji)}^k C_{n(i)}^{lk} J_m(k_l r_j) e^{im\theta_j} \end{aligned} \quad (3)$$

et quand $k \neq l$ (conversion de mode), l'expression est :

$$\phi_{(j)}^{lk} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{n=-\infty \\ i \neq j}}^{+\infty} G_{nm(ji)}^k C_{n(i)}^{lk} J_m(k_l r_j) e^{im\theta_j} \quad (4)$$

avec $A_m^{(j)l} = a_m(\alpha) e^{ik_l d_j \cos(\chi_j - \alpha)}$.

Connaissant la diffusion par le diffuseur j pris isolément via ses 9 opérateurs de transition $T_{m(i)}^{11}$, $T_{m(i)}^{21}$, $T_{m(i)}^{T1}$, $T_{m(i)}^{12}$, $T_{m(i)}^{22}$, $T_{m(i)}^{T2}$, $T_{m(i)}^{1T}$, $T_{m(i)}^{2T}$ et $T_{m(i)}^{TT}$ [5], les champs diffusés définis par (2) permettent d'aboutir au système linéaire suivant permettant de déterminer les coefficients $C_{n(j)}^{lk}$ [3] :

$$\begin{cases} C_{m(j)}^{T1} = T_{m(j)}^{T1} A_m^{(j)T} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (T_{m(j)}^{T1} G_{nm(ji)}^T C_{n(i)}^{TT} \\ + T_{m(j)}^{11} G_{nm(ji)}^1 C_{n(i)}^{T1} + T_{m(j)}^{21} G_{nm(ji)}^2 C_{n(i)}^{T2}) \\ C_{m(j)}^{T2} = T_{m(j)}^{T2} A_m^{(j)T} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (T_{m(j)}^{T2} G_{nm(ji)}^T C_{n(i)}^{TT} \\ + T_{m(j)}^{12} G_{nm(ji)}^1 C_{n(i)}^{T1} + T_{m(j)}^{22} G_{nm(ji)}^2 C_{n(i)}^{T2}) \\ C_{m(j)}^{TT} = T_{m(j)}^{TT} A_m^{(j)T} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (T_{m(j)}^{TT} G_{nm(ji)}^T C_{n(i)}^{TT} \\ + T_{m(j)}^{1T} G_{nm(ji)}^1 C_{n(i)}^{T1} + T_{m(j)}^{2T} G_{nm(ji)}^2 C_{n(i)}^{T2}) \end{cases} \quad (5)$$

Le module du rapport du potentiel diffusé sur le potentiel incident ainsi que l'utilisation des développements asymptotiques des fonctions de Hankel permettent de définir la fonction de forme en champ lointain :

$$F_{\infty}^{lk}(x_k, \theta) = \left| \sqrt{\frac{2}{\pi x_k}} \sum_{i=1}^N \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{(i)}^{lk}(n) e^{i\varphi_{i,k}} e^{in(\theta - \alpha_i)} \right| \quad (6)$$

avec $\varphi_{(i),k} = |x_k| d_i/a \cos(\chi_i - \theta)$ et $x_k = k_k a$.

3 Résultats numériques

Afin d'illustrer certaines particularités de la multiple diffusion dans un milieu poreux, des exemples numériques sont présentés, pour deux puis trois inclusions. Ces inclusions cylindriques en verre, toutes identiques, de diamètre égal à 5 mm sont placées dans une matrice poreuse constituée d'un empilement de billes de verre de 1 mm de diamètre et saturée d'eau. Les paramètres physiques d'un tel milieu poreux supposé obéir à la théorie de Biot sont présentés dans le Tableau 1.

Tableau 1 : Constantes physiques du milieu poreux constitué de billes de verre (\emptyset 1 mm) et d'eau [6].

Module d'incompressibilité des grains $K_r = 36,6$ GPa
Module d'incompressibilité du milieu poreux sec $\bar{K}_b = (2,2+i 0,15)$ GPa
Module de cisaillement du milieu poreux sec $\bar{\mu} = (1,6+i 0,15)$ GPa
Masse volumique des grains $\rho_s = 2500$ kg m ⁻³
Module d'incompressibilité de l'eau $K_f = 2$ GPa
Masse volumique de l'eau $\rho_f = 1000$ kg m ⁻³
Viscosité de l'eau $\eta = 1,3 \times 10^{-3}$ (kg m ⁻¹ s ⁻¹)
Porosité $\beta = 0,39$
Perméabilité $k = 8,85 \times 10^{-10}$ m ²
Rayon des pores $a_p = 1,13 \times 10^{-4}$ m
Tortuosité $\alpha = 1,9$

Deux configurations dites en « éclipse », *i.e.* correspondant à des inclusions alignées selon la direction de propagation de l'onde incidente (voir Figure 2) sont examinées. Ces inclusions sont définies par leurs rayons a . Le produit βa , où β est un nombre réel sans dimension, caractérise l'espacement entre les axes des cylindres. Dans cette section, l'angle d'observation est fixé ($\theta = +90^\circ$).

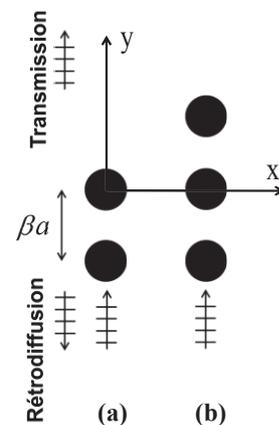


Figure 2 : Configurations en éclipse pour deux (a) et trois (b) cylindres en verre.

Nous présentons ici uniquement le cas d'une onde diffusée de type 1 résultant d'une onde incidente de type 1 lorsque cette dernière rencontre les obstacles cylindriques.

La figure 3 montre des résultats correspondant au cas de la rétrodiffusion (schématisée à la Figure 2). On y présente les spectres théoriques de résonances (*i.e.* les dérivées par rapport à la fréquence réduite de la fonction de forme en champ lointain) tracés en fonction de la fréquence réduite $k_0 a$ dans le domaine $0.1 \leq k_0 a \leq 5$. La courbe rouge correspond à une structure poreuse avec deux inclusions, la courbe en pointillé bleu à la même structure poreuse mais avec trois inclusions. Les écartements entre les cylindres sont tels que $\beta = 3$ (cibles proches, Figure 3 (a)) et $\beta = 6$ (cibles éloignées, Figure 3 (b)). Il convient de préciser ici que pour une seule inclusion, dans le domaine $0.1 \leq k_0 a \leq 5$, les amplitudes des résonances ne dépassent pas 5 et n'apparaissent donc pas sur les figures.

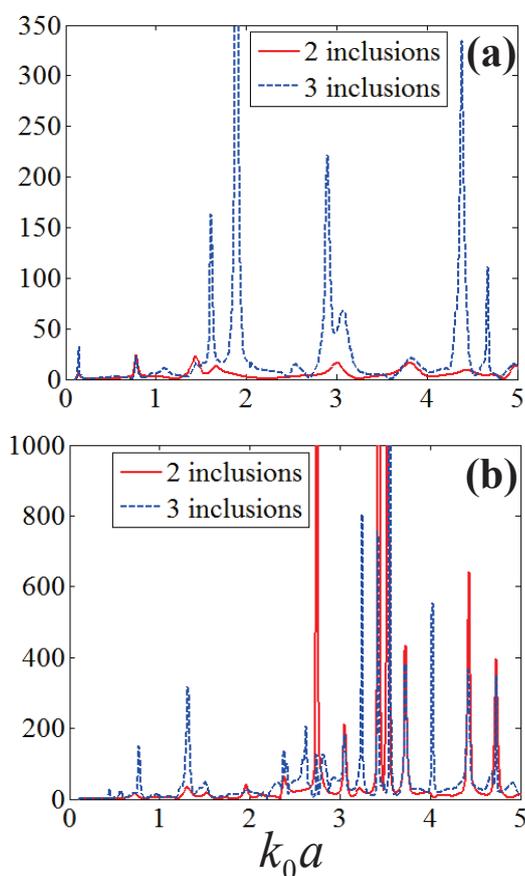


Figure 3 : Spectre des résonances : Rétrodiffusion 1→1 pour des inclusions de verre. (a) $\beta = 3$. (b) $\beta = 6$.

On observe l'influence de la distance entre les inclusions solide sur les spectres de résonances et l'impact de l'introduction d'une troisième inclusion dans le système milieu poreux / deux inclusions. L'ajout d'une troisième inclusion produit des résonances supplémentaires par rapport au système de deux inclusions. Ceci est observé dans les deux cas étudiés d'espacement entre inclusions : $\beta = 3$ et $\beta = 6$.

Pour $\beta = 6$, on constate qu'à haute fréquence, $3 \leq k_0 a \leq 5$, certaines résonances du groupe de trois diffuseurs coïncident avec celles du groupe de deux

diffuseurs. On observe aussi que les pics des résonances sont moins larges quand l'espacement est important.

L'augmentation de l'espacement entre diffuseurs fait apparaître de nouveaux pics. Ce comportement est observé dans les deux cas (2 et 3 inclusions solides).

Lorsque $\beta = 3$, la figure 3 (a) montre que le système composé de trois cylindres est beaucoup plus résonnant que le système composé de deux cylindres. On note que l'influence de la troisième inclusion sur le nombre de résonance est beaucoup plus marquée quand les cylindres sont proches.

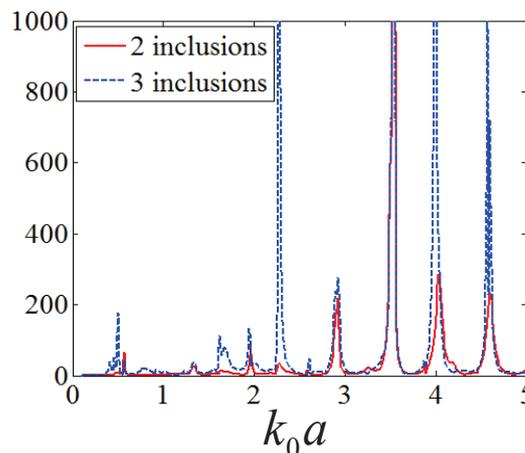


Figure 4 : Spectre des résonances : Rétrodiffusion 1→1 pour des inclusions d'eau pour $\beta = 6$.

Lorsque les inclusions sont des cavités remplies d'eau, les calculs montrent que, pour $\beta = 6$, les fréquences de résonances d'un système constitué de deux inclusions sont pratiquement identiques à celles d'un système de trois inclusions (voir Figure 4). La seule différence apparaît au niveau des amplitudes qui sont plus élevées lorsque le nombre de cavités est plus important. Par ailleurs, comparativement au cas des inclusions solides, ici l'augmentation du nombre de cavités n'engendre pas de résonances supplémentaires.

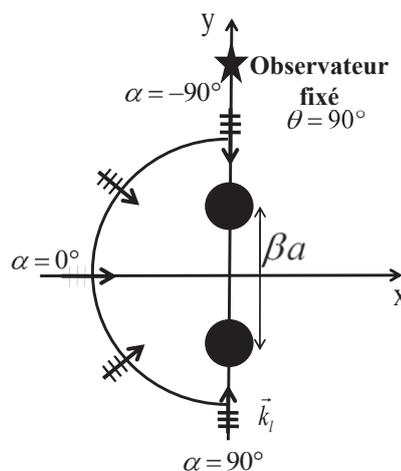


Figure 5 : Configuration pour $\theta = +90^\circ$ avec α variant entre -90° (rétrodiffusion) et $+90^\circ$ (transmission).

On présente maintenant quelques résultats numériques obtenus en configuration bistatique (voir Figure 5) afin

d'observer l'évolution du comportement résonnant des systèmes étudiés. L'observateur est fixe $\theta = +90^\circ$ tandis que la position de l'émetteur ultrasonore varie de $\alpha = -90^\circ$ à $\alpha = 90^\circ$ par pas de $0,2^\circ$. La rétrodiffusion correspond à $\alpha = -90^\circ$ et la diffusion vers l'avant à $\alpha = +90^\circ$.

Les figures 6 et 7 présentent respectivement la variation des fonctions de formes en champ lointain $1 \rightarrow 1$ en fonction de l'angle d'incidence α pour deux puis trois inclusions en verre avec $\beta = 6$.

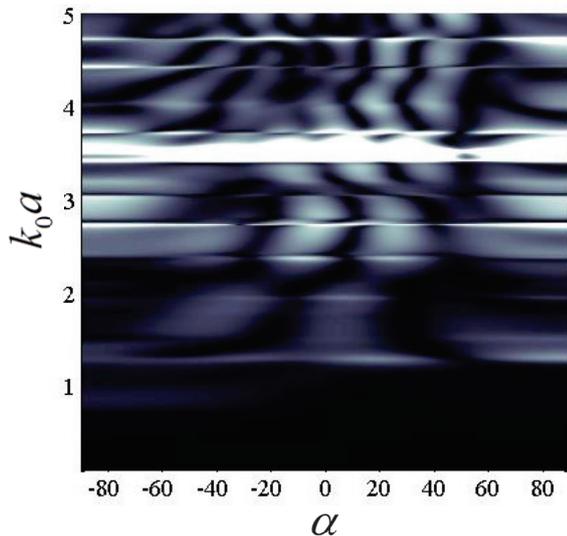


Figure 6 : Evolution de la fonction de forme en champ lointain $1 \rightarrow 1$ de deux inclusions pour $\beta = 6$. Les zones les plus claires correspondent aux amplitudes les plus grandes.

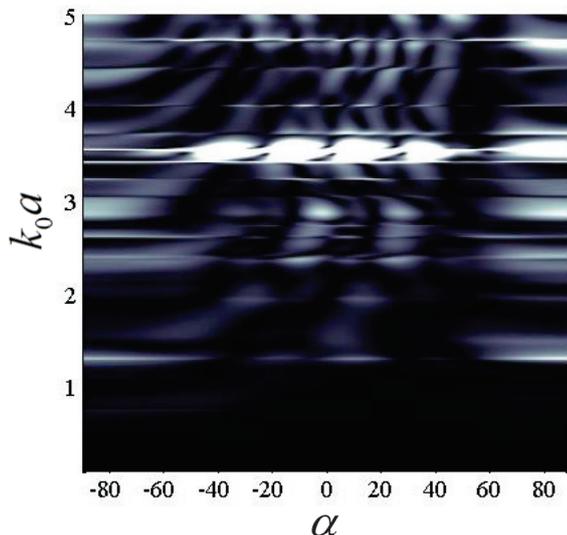


Figure 7 : Evolution de la fonction de forme en champ lointain $1 \rightarrow 1$ de trois inclusions pour $\beta = 6$. Les zones les plus claires correspondent aux amplitudes les plus grandes.

Quel que soit l'angle d'incidence ($-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$), les mêmes modes se propagent mais avec des amplitudes variables. Ceci est observé dans les deux cas (deux et trois diffuseurs) et explique que les résonances sont liées aux caractéristiques géométriques et physiques du système de diffuseurs et non à la source d'excitation. Par ailleurs, pour

$\beta = 6$ les deux systèmes ont en commun certaines fréquences de résonances (indépendantes de l'angle α) mais avec cependant des amplitudes différentes. Par rapport au système de deux diffuseurs l'introduction d'un troisième diffuseur entraîne une augmentation des amplitudes de résonances. Ceci n'est pas visible dans ce type de présentation. La matrice poreuse étant dissipative, il est difficile de distinguer sur ces figures le phénomène de dédoublement des résonances observé dans le cas d'une matrice élastique [2].

4 Validation expérimentale

Les résultats expérimentaux ont été obtenus pour un milieu poreux constitué de billes de verre de 1mm de diamètre et saturé par de l'eau. Dans ce milieu poreux sont introduits des diffuseurs solides en verre de 5mm de diamètre. Ces conditions d'expérience sont identiques à celles choisies pour l'étude numérique.

Une maquette rectangulaire en PVC de dimension $15 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$ est conçue pour recevoir le matériau poreux ainsi que l'armature maintenant les cylindres étudiés. Cette maquette est construite de façon que le transducteur puisse être en contact direct avec le milieu poreux. Différentes armatures ont été prévues pour le maintien d'un, deux ou trois cylindres. L'ensemble maquette, milieu poreux et cylindres est disposé dans une cuve d'eau.

Les cylindres sont insonnés en incidence normale et le signal rétrodiffusé est enregistré. La figure 8 montre le dispositif expérimental utilisé.

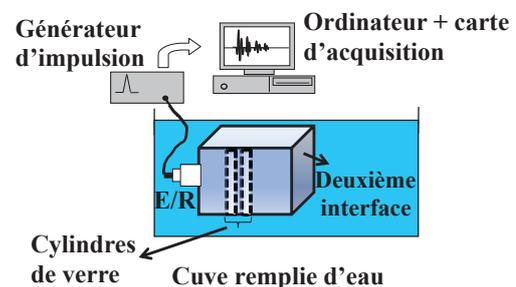


Figure 8 : Dispositif expérimental

Le générateur impose périodiquement des impulsions électriques au transducteur à immersion de fréquence centrale de fonctionnement égale à 100kHz. Le signal rétrodiffusé est capté par le même transducteur et enregistré dans un ordinateur par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition. Nous considérons que l'onde incidente est plane.

Le choix du transducteur s'est fait en fonction du diamètre des billes de verre et du diamètre des cylindres introduits.

Lors de l'enregistrement des signaux temporels, on est capable de distinguer parmi les échos celui de l'onde réfléchie par la deuxième interface de la maquette (située derrière les cylindres, Figure 8). On ne s'intéresse qu'à l'onde rapide 1 rétrodiffusée provenant de l'onde rapide 1 incidente ($1 \rightarrow 1$). Un programme Matlab possédant une fonction de filtrage a été développé, ceci offre la possibilité de supprimer une partie du signal temporel (l'écho de l'onde réfléchie par la deuxième interface de la maquette). Après avoir gardé uniquement la partie utile du signal

correspondant à la rétrodiffusion $1 \rightarrow 1$ par les cylindres (un, deux ou trois), nous calculons la transformée de Fourier discrète de la réponse temporelle. Le module de celle-ci fournit le spectre de rétrodiffusion équivalent théoriquement à la fonction de forme en champ lointain. Cette technique de calcul offre des informations sur la forme générale et les positions fréquentielles uniquement. Pour compléter ces données par des informations sur les amplitudes comparables à celles de la théorie, il faudrait un signal normateur qui est difficile à obtenir et qui fera l'objet d'un prochain travail.

La rétrodiffusion par un, deux et trois diffuseurs a été enregistrée. Les fonctions de forme expérimentales en champ lointain sont présentées sur les figures 9(a), 10(a) et 11(a) correspondants respectivement à la rétrodiffusion par un, deux et trois cylindres. Les fonctions de forme théoriques en champ lointain sont présentées sur les figures 9(b), 10(b) et 11(b) correspondants respectivement à la rétrodiffusion par un, deux et trois cylindres.

En raison de la bande passante du transducteur utilisé (100kHz), le domaine fréquentiel d'étude se réduira de 50kHz à 150kHz (de 0,5 à 1,5 en fréquence réduite).

La comparaison entre les résultats expérimentaux d'un seul cylindre (voir Figure 9(a)), de deux cylindres (voir Figure 10(a)) et de trois cylindres (voir Figure 11(a)), montre l'apparition d'un phénomène d'interaction qui se manifeste par l'émergence de nouvelles résonances à chaque fois où on ajoute une inclusion. Ce même phénomène est observé théoriquement en comparant les figures 9(b) et 10(b) et 11(b) se rapportant respectivement à un, deux et trois cylindres.

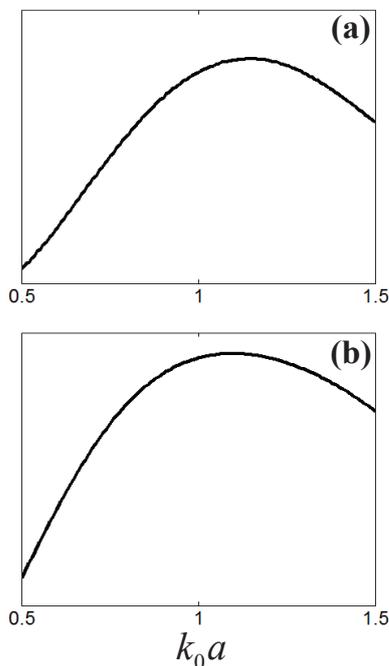


Figure 9 : Fonction de forme en champ lointain d'un seul cylindre. (a) expérimentale. (b) théorique. Les échelles sur l'axe vertical sont linéaires et ne sont pas comparable car seuls les résultats théoriques sont normés

Comparons maintenant les résultats théoriques avec les résultats expérimentaux. Pour le cas d'un seul cylindre introduit dans le milieu poreux (voir Figure 9), nous notons

un très bon accord théorie/expérience avec un maximum situé autour de 1,1 en fréquence réduite.

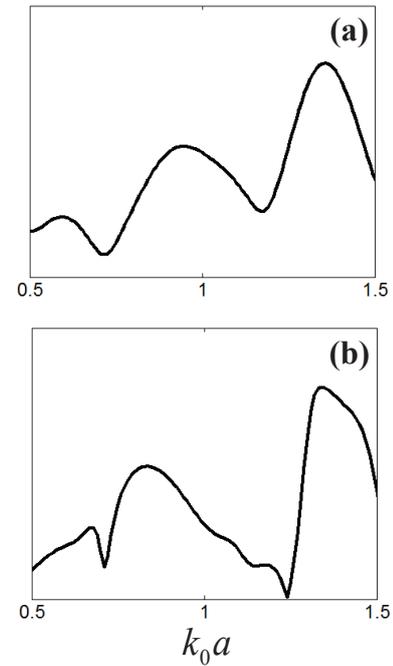


Figure 10 : Fonction de forme en champ lointain de deux cylindres. (a) expérimentale. (b) théorique. Les échelles sur l'axe vertical sont linéaires et ne sont pas comparable car seuls les résultats théoriques sont normés

Dans le cas de la rétrodiffusion par deux cylindres (voir Figure 10), nous remarquons un effet de lissage classique sur le relevé expérimental tout en conservant les mêmes positions fréquentielles des maximums et des minimums obtenu théoriquement. Les trois maximums sont situés autour de 0,6, 0,9 et 1,35 en fréquence réduite.

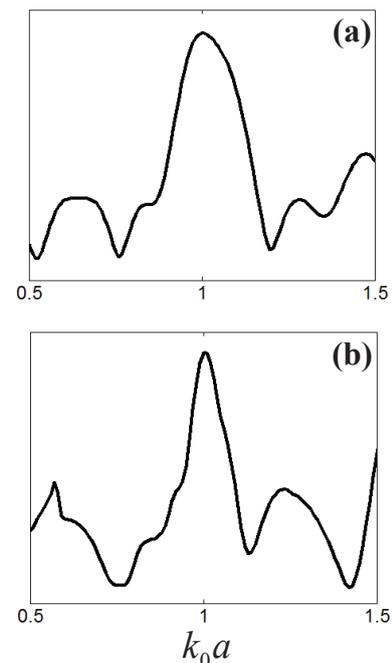


Figure 11 : Fonction de forme en champ lointain de trois cylindres. (a) expérimentale. (b) théorique. Les échelles sur l'axe vertical sont linéaires et ne sont pas comparable car seuls les résultats théoriques sont normés.

Un bon accord théorie/expérience est obtenu pour une cible constituée de trois cylindres (voir Figure 11). L'effet de lissage expérimental est toujours notable et la position fréquentielle des maximums et minimums est relativement respectée.

5 Conclusion

Cet article avait pour objectif l'étude des interactions acoustiques dans un réseau comportant un nombre fini d'inclusions cylindriques dans un milieu poreux obéissant à la théorie de Biot. Il a été mis en évidence que la nature des interactions dominantes entre les inclusions est étroitement liée à leur nature (fluides ou solides). Pour des inclusions élastiques, le nombre de résonances augmente avec le nombre d'inclusions, ce quel que soit l'espacement entre inclusions. Par contre, pour des inclusions d'eau, ce phénomène de multiplication de résonances n'a pas été observé lorsque l'espacement est important. Il a été montré que les fréquences d'excitation de la plupart des résonances sont indépendantes de l'angle sous lequel la cible est excitée. Les résonances sont liées par conséquent à la structure des diffuseurs et non à la source d'excitation. L'étude expérimentale de la rétrodiffusion a permis de valider les résultats issus du calcul théorique. L'accord théorie/expérience est très satisfaisant dans les trois cas étudiés (un, deux ou trois diffuseurs dans un milieu poreux).

Références

- [1] S. Lethuillier, J.M. Conoir, P. Pareige, J.L. Izbicki, Resonant acoustic scattering by a finite linear grating of elastic shells, *Ultrasonics* **41**, 655-662 (2003).
- [2] S. Robert, J.-M. Conoir, H. Franklin, F. Luppé, Resonant elastic scattering by a finite number of cylindrical cavities in an elastic matrix, *Wave Motion* **40**, 225-239 (2004).
- [3] S. Robert, H. Franklin, J.-M. Conoir, Elastic resonances of a periodic array of fluid-filled cylindrical cavities embedded in an elastic matrix, *Journal of Sound and Vibration* **289**, 109-129 (2006).
- [4] M. A Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, *J. Acoust. Soc. Am* **28**, 168-191 (1956).
- [5] Francine Luppé, Jean-Marc Conoir, Hervé Franklin, Scattering by a fluid cylinder in a porous medium: application to trabecular bone, *J. Acoust. Soc. Am* **111**, 2573-2582 (2002).
- [6] D.H. Tran, S. Derible, H. Franklin, A. Benamar, H. Wang, Ultrasonic measurements of particle retention by a porous medium, *Ultrasonics* **52**, 62-68 (2012).