



## **Propagation faiblement non linéaire dans les moteurs thermoacoustiques**

C. Olivier, G. Penelet, J. Gilbert, G. Poignand et P. Lotton  
LAUM UMR CNRS 6613, Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France  
[come.olivier@univ-lemans.fr](mailto:come.olivier@univ-lemans.fr)

Cette étude vise à présenter une méthode de modélisation des non-linéarités de propagation dans les parties homogènes en température des moteurs thermoacoustiques de configurations variées. Ce travail permet d'évaluer l'ampleur du phénomène de cascade harmonique causée par les niveaux acoustiques relativement élevés atteints dans les moteurs thermoacoustiques en proposant d'obtenir la forme du front d'onde en régime établi, pour une distribution de température donnée, et ainsi de conclure sur la possibilité de formation d'ondes de choc dans certaines configurations. Utilisé de manière préventive lors de la conception d'une machine, ce travail pourra conduire à la minimisation de la distorsion du front d'onde, et par conséquent à la maximisation de l'efficacité des transducteurs thermo-acousto-électriques.

## 1 Introduction

Les oscillateurs thermoacoustiques sont des oscillateurs autonomes dans lesquels une onde acoustique auto-entretenue est générée grâce à une source de chaleur externe. Ces dispositifs sont des moteurs thermodynamiques bénéficiant d'avantages intrinsèques, tels que d'importantes fiabilité et longévité, dûs à une conception simple n'utilisant pas ou peu de pièces mobiles, accompagnés d'un faible impact environnemental grâce à l'utilisation de fluides non nuisibles (air, hélium, gaz rares, etc.). De plus, ils sont capables d'atteindre des efficacités supérieures à 30% [14]. Leurs applications potentielles comprennent notamment la valorisation de chaleur fatale ou la microcogénération.

Les phénomènes thermoacoustiques à la base du fonctionnement de ces moteurs sont relativement complexes à décrire, notamment parce qu'ils mettent en jeu des transferts instationnaires de chaleur et de masse. Ces phénomènes sont souvent prépondérants dans la caractérisation du comportement non linéaire des moteurs thermoacoustiques (et notamment pour la prédiction de l'amplitude de saturation de l'auto-oscillation), et amènent à négliger d'autres effets non linéaires d'importance moindre, tels que les non linéarités de propagation associées à l'amplitude finie des oscillations acoustiques. Cependant, dans certaines conditions, ces non-linéarités de propagation sont la cause d'une déformation du front d'onde pouvant aboutir à la formation d'une onde de choc [1]. Cet effet de transfert de l'énergie vers les harmoniques supérieures, pour lesquels les pertes sont plus importantes, est pénalisant pour l'efficacité des machines.

Des approches analytiques ont déjà permis, sous certaines hypothèses, de modéliser ce phénomène pour une configuration simplifiée de moteur à ondes stationnaires [6]. On propose ici d'étendre cette modélisation à des géométries de moteurs plus complexes, tels que celui présenté Fig. 1, par une résolution numérique du problème.

## 2 Champ acoustique dans le moteur

Dans le cadre de cette modélisation, la propagation acoustique est décrite par deux approches différentes selon qu'elle se fait dans le noyau thermoacoustique, ensemble des parties de porosité  $\phi < 1$  et/ou inhomogènes en température, noté TAC pour ThermoAcoustic Core (entre  $l_1$  et  $l_2$  sur la figure 1), ou dans les portions du résonateur de porosité  $\phi = 1$  et homogène en température située de part et d'autre du TAC. Dans la partie inhomogène en température d'une machine thermoacoustique, la description de la propagation acoustique est basée sur les équations linéarisées de la thermoacoustique. La propagation dans les portions du guide d'onde homogènes en température est, par contre, décrite par des équations rendant compte des effets non linéaires

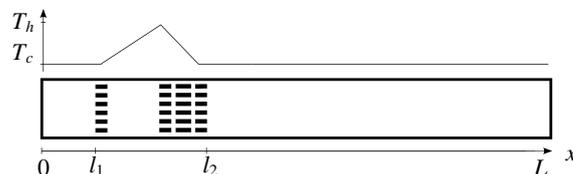


FIGURE 1 – Modèle de moteur droit, composé d'un stack, muni d'échangeurs de chaleur chaud (noté HHX, température  $T_h$ ) et froid (CHX,  $T_c$ ), dans un résonateur droit fermé à ses extrémités. Un exemple de profil de température est donné. Une oscillation auto-entretenue se maintient dans ce moteur pour une différence de température  $\Delta T = T_h - T_c > \Delta T_o$  supérieure à une différence seuil.

cumulatifs dus à la propagation d'une onde acoustique d'amplitude finie en fluide thermovisqueux.

### 2.1 Propagation non linéaire en résonateur

La propagation non linéaire dans un guide d'onde est un sujet qui a donné lieu à de nombreuses études, notamment dans le domaine de l'acoustique musicale où elle a permis de mettre évidence le caractère de *cuivrabilité* de certains instruments à vents [8], expliqué par la formation d'ondes de choc en leur sein.

La description non linéaire de la propagation d'une onde acoustique guidée de pulsation  $\omega$  en un fluide thermovisqueux est basée sur l'analyse de nombres adimensionnels qui la caractérisent. Le fluide étant décrit par ses coefficients de viscosité de cisaillement dynamique  $\mu$  et cinématique  $\nu$ , et de volume  $\eta$ ,  $\lambda$  sa conductivité thermique,  $c_0$  étant la célérité adiabatique du son dans ce fluide, et  $R$  le rayon hydraulique du guide d'onde, trois nombres adimensionnels sont définis :

- $M = u_0/c_0$ , le nombre de Mach acoustique, rapport de l'amplitude d'une vitesse acoustique caractéristique  $u_0$  à la célérité de l'onde acoustique  $c_0$  dans le fluide de travail ;
- $Re = c_0^2/(\nu\omega)$ , le nombre de Reynolds acoustique, qualifiant la nature de l'écoulement ;
- $Sh = \sqrt{(\nu/\omega)}/R$ , la constante de cisaillement, rapport de l'épaisseur de couche limite visqueuse à la dimension du guide.

Dans le cas d'un moteur thermoacoustique, celui-ci est caractérisé par des fréquences se situant dans le spectre de l'audible, des guides d'ondes de rayon d'ordre centimétrique et des niveaux sonores élevés (150-175 dB<sub>SPL</sub> pour les moteurs à air sous pression atmosphérique). Dans ces conditions, les trois nombres adimensionnels  $M$ ,  $1/Re$  et  $Sh$  sont petits devant l'unité. Ce premier constat permet de faire l'hypothèse d'une propagation faiblement non linéaire,

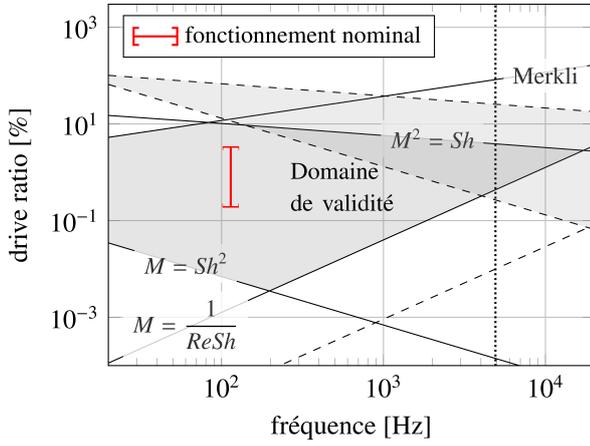


FIGURE 2 – Diagramme de prédominance pour un résonateur de rayon interne  $R = 2$  cm. Le régime de fonctionnement nominal est celui du moteur présenté Fig. 1, pour une fréquence de travail de 112 Hz, et pour des *drive ratio* DR de quelques %. Les conditions en trait plein sont celles pour le résonateur, les conditions parallèles en pointillés sont pour un pore du stack.

pour laquelle les effets non linéaires ne sont pas locaux mais cumulatifs. Cela permet de séparer deux échelles de temps (ou d'espace), une rapide (ou courte) décrivant la propagation locale quasi-linéaire, et une lente (ou longue) prenant en compte les effets cumulatifs. Cela autorise également la séparation de tout onde acoustique dans le guide d'onde en deux composantes contrapropagatives indépendantes, dont la propagation est décrites par deux équations découplées.

Par ailleurs, l'ordre de grandeur de ces trois nombres adimensionnels permet de caractériser l'importance respective des différents effets prenant place, et ainsi s'assurer de la validité de la description choisie sur le domaine d'étude considéré. Le diagramme de prédominance donné Fig. 2 permet de visualiser le domaine de validité de l'approche choisie, en fonction de la fréquence de fonctionnement et du *drive ratio*, rapport de l'amplitude de pression acoustique à la pression statique. Notamment, les conditions  $M = Sh^2$  et  $M = 1/ReSh$  indiquent les limites en deçà desquelles une description linéaire de la propagation est satisfaisante. La condition  $M^2 = Sh$  indique la limite basse au delà de laquelle les effets prenant place dans les couches limites sont négligeables devant les phénomènes non linéaires de second ordre. Une autre description de la propagation serait alors plus adaptées. La *condition de Merkli* détermine la limite en dessous de laquelle l'écoulement est laminaire dans les couches limites [8]. La verticale à droite de la figure représente la fréquence de coupure  $f_c$  du tube.

Dans le domaine de validité décrit (zone grise délimitée par les lignes continues), l'expression de la propagation acoustique en fluide viscothermique et en guide d'onde cylindrique de rayon  $R$ , adimensionnée grâce aux nombres adimensionnels introduits ci-dessus, peut être établie pour une variable acoustique  $q \in \{p, \mathbf{u}, \rho\} = q^+ + q^-$  sous la forme du couple d'équations de Burgers généralisées [2] suivant :

$$\frac{\partial q_{\pm}}{\partial \sigma} \mp q_{\pm} \frac{\partial q_{\pm}}{\partial \theta_{\pm}} = \pm \frac{S}{\epsilon} \frac{\partial^2 q_{\pm}}{\partial \theta_{\pm}^2} \mp \frac{T}{\epsilon} \frac{\partial^{\frac{1}{2}} q_{\pm}}{\partial \theta_{\pm}^{\frac{1}{2}}}. \quad (1)$$

où  $\theta = \omega\tau$  est un temps adimensionné exprimé en fonction du temps retardé  $\tau = t \mp \mathbf{x}c_0$  pour des ondes progressives se propageant respectivement selon  $\pm \mathbf{x}$ , et  $\sigma = ((\gamma + 1)/2)M\omega\mathbf{x}/c_0$  est la distance adimensionnée par la distance de formation du choc, et où

- $S = \frac{1}{2Re} \left( \frac{4}{3} + \frac{\eta}{\nu} + \frac{\gamma-1}{Pr} \right)$ , le nombre de Stokes, caractérise les pertes volumiques ;
- $T = Sh \left[ 1 + (\gamma - 1)/\sqrt{Pr} \right]$  caractérise les pertes de couches limites ;
- $\epsilon = M(\gamma + 1)/2$  caractérise la déformation non linéaire ;
- $Pr = (\nu C_p)/\lambda$ , le nombre de Prandtl, est le rapport des effets de viscosités aux effets thermiques.

Le terme  $\epsilon/S$  compare l'importance des pertes volumiques à celle des effets non linéaires. La dérivée seconde en facteur de ce terme traduit l'augmentation des pertes volumiques proportionnellement au carré de la fréquence pour une onde harmonique. Le terme  $\epsilon/T$  compare l'importance des pertes de couches limites à celle des effets non linéaires. La dérivée fractionnaire en facteur de ce terme rend compte de l'augmentation des pertes pariétales proportionnellement à la racine carrée de la fréquence. Elle est définie par le produit de convolution

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{1/2} q}{\partial \theta^{1/2}} &= \frac{\partial q}{\partial \theta} * \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\theta} \frac{1}{\sqrt{\theta - \theta'}} \frac{\partial q(\theta', \sigma)}{\partial \theta'} d\theta'. \end{aligned} \quad (2)$$

Des termes ajoutés au membre de droite de cette équation de Burgers généralisée pourraient permettre de prendre en compte d'autres effets, tels que la présence de lentes variations de section [4], celle d'un écoulement stationnaire, voire de lentes variations de température [12].

## 2.2 Propagation dans le TAC

Les mêmes conditions sur les nombres adimensionnels sont représentées Fig. 2 en tirets pour un pore du stack (même fréquence, même fluide, rayon u guide différent). Le régime de fonctionnement du moteur est alors hors du domaine de validité (zone grise définie par les tirets) des équations précédentes. Il se trouve sous la condition  $M = Sh^2$ , rendant les effets non linéaires de propagation négligeables devant les effets de la couche limite visqueuse. Une description linéaire de la propagation acoustique dans le stack est donc suffisante si elle prend bien en compte les effets de couches limites. De plus, la présence d'un gradient de température dans le noyau thermoacoustique n'autorise pas le découplage des variables acoustiques en deux composantes contrapropagatives comme dans les guides d'ondes homogènes en température. Toutefois, le formalisme des matrices de diffusion permet justement de pouvoir relier les composantes contrapropagatives de part et d'autre d'un biporte acoustique [9]. Les équations linéarisées de la thermoacoustique permettent de donner les coefficients de transmission  $T^+$  et  $T^-$  et de réflexion  $R^+$  et  $R^-$  entre l'entrée en  $x = l_1$  et la sortie du biporte en  $x = l_2$ , l'élément étant soumis à une distribution de température

$T_0(x)$ , de sorte que

$$\begin{pmatrix} q^+(l_2) \\ q^-(l_1) \end{pmatrix} = \mathcal{D}(\omega, T_0(x)) \begin{pmatrix} q^+(l_1) \\ q^-(l_2) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q^+(l_1) \\ q^-(l_2) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

### 3 Résolution numérique

Les équations (1) de propagation guidée d'ondes planes en fluide réel ne possèdent pas de solution analytique. Elles sont résolues numériquement, dans le domaine fréquentiel. La dérivée partielle donnée par la relation (2) se traduit alors par une multiplication par  $\sqrt{j\omega}$ . La solution est cherchée sous la forme d'une combinaison d'ondes progressives telles que

$$q^\pm = \sum_{n=1}^{+\infty} [a_n(\sigma) \sin n\theta + b_n(\sigma) \cos n\theta]. \quad (4)$$

L'introduction du développement en série de Fourier (4) dans l'équation de Burgers (1) et l'égalisation terme à terme mène au système d'équations suivant :

$$\frac{\partial a_n}{\partial \sigma} = n \left[ \sum_{p=1}^{n-1} \left( \frac{a_p a_{n-p}}{2} - \frac{b_p b_{n-p}}{2} \right) - \sum_{p=n+1}^{+\infty} (a_{p-n} a_p + b_{p-n} b_p) \right] - \frac{S}{\epsilon} n^2 a_n - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{n}{2}} (a_n - b_n), \quad (5)$$

et

$$\frac{\partial b_n}{\partial \sigma} = n \left[ \sum_{p=1}^{n-1} \left( \frac{a_p b_{n-p}}{2} + \frac{b_p a_{n-p}}{2} \right) + \sum_{p=n+1}^{+\infty} (b_{p-n} a_p - a_{p-n} b_p) \right] - \frac{S}{\epsilon} n^2 b_n - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{n}{2}} (a_n + b_n), \quad (6)$$

lequel est résolu numériquement sur  $\sigma$  par une méthode des différences finies [8].

Pour une résolution numérique, un critère de troncature est défini sur la base de la fréquence de coupure  $f_c$  du résonateur, ce qui limite à 40 harmoniques pour le moteur défini à la Fig. 1.

#### 3.1 Saturation de l'amplitude de l'onde

Dans un modèle de résonateur linéaire couplé à un TAC linéaire, il existe seulement une famille de solutions correspondant au seuil de déclenchement. Cette famille donne une distribution de température pour laquelle une oscillation acoustique auto-entretenu apparaît, ainsi que la forme du champ acoustique dans le moteur, mais pas d'information sur l'amplitude. Au delà du seuil de déclenchement, l'amplitude finie dans le moteur ne peut être obtenue par une description linéaire. Elle est le résultat de l'équilibre entre différents phénomènes amenant à la saturation de la croissance de l'amplitude de l'onde acoustique, parmi lesquels on peut citer d'une part l'amplification thermoacoustique, et d'autre part de manière non exhaustive le pompage de chaleur thermoacoustique, la convection forcée par les écoulements redressés [10, 11] ou les effets aérodynamiques de bord aux interfaces des matériaux poreux [7] constituant le noyau. La prise en compte de ces effets est nécessaire pour l'obtention de niveaux de saturation réalistes, les pertes dues à la propagation non linéaire seule ne suffisent pas. Ce travail

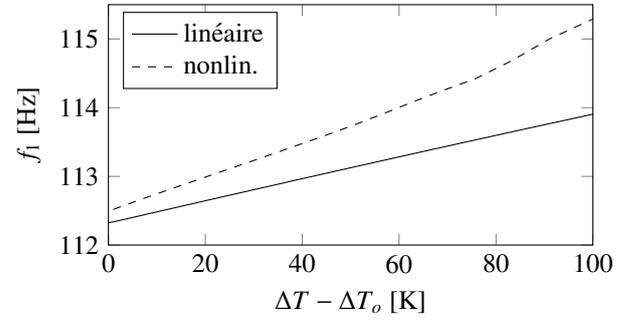


FIGURE 3 – Évolution de la fréquence de fonctionnement  $f_1$  pour un modèle de propagation linéaire (—) et faiblement non linéaire (- -), en fonction de la température de l'échangeur chaud au delà du seuil de déclenchement sur le second mode dans le moteur droit présenté Fig 1.

s'intéressant au régime stationnaire établi, on considérera que les deux premiers phénomènes amènent, après un régime transitoire, à une distribution stable de température dans le TAC ; ils pourront donc être pris en compte en imposant une distribution de température résultant de leurs contributions respectives. Les pertes de charge singulières aux interfaces des échangeurs de chaleur et du stack peuvent être décrites comme une dissipation d'énergie due à la résistance au passage du flux acoustique dans le brusque changement de section apparente du guide d'onde. Une évaluation de ces pertes de charge peut être obtenue en généralisant aux écoulements alternatifs le comportement des écoulements stationnaires à ces interfaces. [7, chap. 3, 4 et 8]. L'énergie perdue à ces interfaces étant proportionnelles au cube de l'amplitude des variables acoustiques, leur intégration dans la matrice de diffusion la rend non linéaire :

$$\begin{pmatrix} q^+(l_2) \\ q^-(l_1) \end{pmatrix} = \mathcal{D}(\omega, T_0(x), |q|) \begin{pmatrix} q^+(l_1) \\ q^-(l_2) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

De plus, il est à noter que, si une description linéaire du processus thermoacoustique permet bien d'en rendre compte à faible amplitude, dès que le drive ratio est supérieur à 1% cette description est insuffisante pour une caractérisation quantitative précise du fonctionnement des moteurs thermoacoustiques, et plus particulièrement ceux à ondes stationnaires [13]. Un ajustement de la température chaude  $T_h$  est donc possible dans le système, dépendant du drive ratio et de la constante de cisaillement  $Sh$ .

#### 3.2 Detuning non linéaire

La fréquence de fonctionnement des moteurs est régie par le mode le plus instable du système. Pour les configurations les plus simples (un noyau court couplé à un résonateur simple), cette fréquence est principalement gouvernée par les modes de résonance du résonateur seul. Cependant, il a été montré qu'en régime non linéaire la célérité du son est fonction de l'amplitude, faisant varier la fréquence de travail [3, 6]. Les équations (1) omettent ce phénomène ; leur résolution impose alors de considérer la fréquence comme une variable du problème. La figure 3 met en évidence ce phénomène en comparant la fréquence de fonctionnement  $f_1$  du moteur présenté Fig. 1 selon que la propagation dans les portions de résonateur est considérée linéaire ou faiblement non linéaire. Le moteur fonctionne dans cette configuration

suivant son deuxième mode plan au delà de son seuil de déclenchement [5].

## 4 Propagation dans un moteur droit

Dans un moteur tel que celui présenté Fig. 1, et dont les dimensions sont données dans le Tableau 1, deux conditions aux frontières sont nécessaires pour décrire la propagation : les deux extrémités rigides, traduites par un coefficient de réflexion  $R$ .

TABLEAU 1 – Dimensions du moteur.

Résonateur		Stack	
$L$	3.08 m	Longueur	2.0 cm
Rayon interne	2 cm	Rayon hydr.	0.47 mm
Partie droite	2.66 m	Porosité	0.88
Partie gauche	20 cm	Pores	carrés
Échangeurs		TBT	
Longueur	1.0 cm	Longueur	18 cm
Rayon hydr.	0.5 mm	Fluide	air
Porosité	0.66	$T_c = 293$ K	$\Delta T_o = 130$ K
Pores	fentes	$P_0$	1013 hPa

La résolution du système formé par les équations 5 et 6 est faite en étapes successives. La variable  $q_+$  est initiée à une valeur quelconque, mais idéalement proche de la valeur réelle, à l'extrémité du moteur. La composante  $q_+$  est propagée dans la première partie du résonateur, à travers le noyau grâce à la matrice de diffusion, avant d'être à nouveau propagée dans la seconde partie et enfin réfléchi sur l'extrémité de coefficient de réflexion  $R$ . Suivant le chemin inverse, la composante  $q_-$  est propagée jusqu'à la position initiale, puis réfléchi sur la seconde paroi rigide. A l'itération suivante, l'amplitude de chaque harmonique est initiée par l'amplitude finale de l'itération précédente. La fréquence est ajustée pour tenir compte du *detuning* non linéaire. Ce cycle est répété jusqu'à ce que la différence entre l'amplitude totale de  $q = q^+ + q^-$  à la fin d'une itération et à la fin de l'itération précédente soit inférieure à un critère de convergence. L'équilibre est alors atteint : les pertes dans le système compensent exactement l'amplification globale générée par le noyau thermoacoustique. A chaque itération, la propagation à travers le noyau exige la connaissance de  $q^-$  pour propager  $q^+$ , alors que cette valeur n'a pas encore été calculée. C'est donc la valeur de  $q^-$  à l'itération précédente qui est utilisée.

Finalement, la variable  $q$  est reconstituée par sommation de ses composantes contrapropagatives dans les résonateurs  $q = q^+ + q^-$ , et à l'aide de la matrice de transfert dans le noyau.

### 4.1 Amplitudes de saturation

La variable  $q$  pouvant représenter chacune des variables acoustiques, il a été choisi de travailler ici avec la pression acoustique  $p$ . La résolution des équations 5 et 6 permet de calculer la pression acoustique en tout point du moteur pour une distribution de température donnée. La figure 4 montre l'amplitude de saturation des premiers harmoniques de pression dans le moteur droit en fonction de l'augmentation de

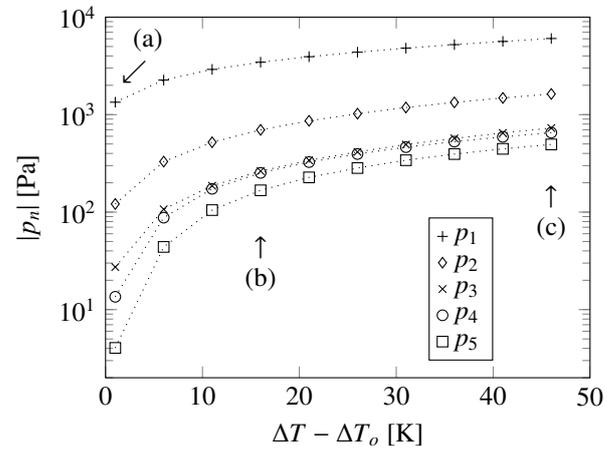


FIGURE 4 – Amplitude de saturation des 5 premiers harmoniques de pression  $p_n$  dans le moteur droit en fonction de la température au-delà du seuil de déclenchement linéaire. La fréquence fondamentale correspond au second mode du résonateur ( $\lambda \approx L$ ).

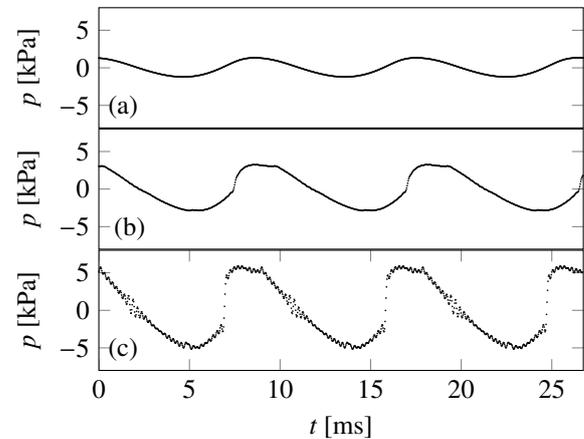


FIGURE 5 – Évolution temporelle de la pression acoustique à l'extrémité gauche du moteur de la Fig. 1 pour différents  $\Delta T - \Delta T_o$ . (a) : 1 K ; (b) : 16 K ; (c) : 46 K.

la température chaude au dessus du seuil de déclenchement linéaire, pour des distributions de température linéaire dans le stack et le TBT. Cette figure permet par exemple de mettre en évidence que le quatrième harmonique  $p_4$  atteint des amplitudes équivalentes à celles du troisième harmonique  $p_3$ , signifiant que la fréquence  $4f_1$  est plus amplifiée (ou moins atténuée) par le noyau thermoacoustique que la fréquence  $3f_1$  pour une distribution de température linéaire, et pour cette position du TAC.

La représentation des signaux temporels correspondants est donnée Fig. 5 pour quelques températures au-delà du seuil de déclenchement. L'évolution de la forme du front d'onde est visible, d'une forme quasi-sinusoidale près du seuil (Fig. 5.a), au choc bien formé (Fig. 5.c) formant un saut de pression de quelques kPa, en passant par un redressement progressif du front d'onde (Fig. 5.b).

### 4.2 Distribution de l'intensité acoustique

La connaissance du champ de pression acoustique en tout point du moteur donne accès à la distribution axiale de l'intensité acoustique pour chaque harmonique  $I_n = \frac{1}{2} p_n v_n^*$ ,

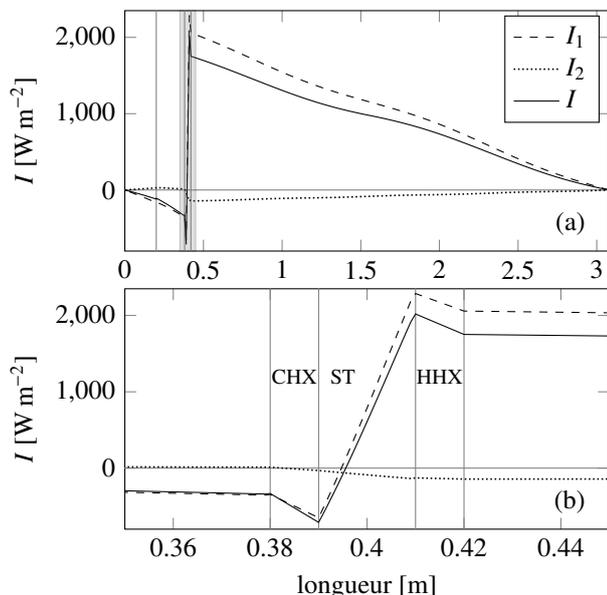


FIGURE 6 – Distribution axiale de l'intensité acoustique des deux premiers harmoniques ( $I_1$  et  $I_2$ ) et totale ( $I$ ) par composition avec les 40 premiers harmoniques dans (a) le moteur à onde stationnaire et (b) (zoom sur la zone grisée) dans son stack (ST) et ses échangeurs de chaleur CHX et HHX, délimités par les lignes verticales.

avec  $v_n = p_n / (SZ_c)$  la vitesse acoustique où  $S$  est la section transversale apparente du résonateur et  $Z_c$  l'impédance caractéristique du guide d'onde. L'intensité acoustique totale dans le moteur est obtenue par sommation des différents harmoniques. La figure 6 présente l'intensité des deux premiers harmoniques, ainsi que l'intensité totale obtenue par sommation des 40 premiers harmoniques. Le signe de  $I$  étant représentatif de la direction du flux d'intensité acoustique ( $I > 0$  représente un flux dirigé vers la droite), la figure 6 met bien en évidence que le premier harmonique est amplifié par le noyau (l'intensité sort des deux extrémités du noyau) qui est alors une *source d'énergie acoustique*, quand le second harmonique est atténué (l'intensité "entre" dans le noyau), le noyau étant alors un *puits à énergie acoustique* qui absorbe l'énergie transférée à cet harmonique par la propagation non linéaire. L'intensité acoustique totale est la combinaison linéaire de ce phénomène pour tous les harmoniques, et s'en trouve dans cette configuration être inférieure à celle portée par le fondamental.

## 5 Conclusion

Les premiers résultats obtenus en couplant une description linéaire de la propagation dans le noyau thermoacoustique à une modélisation faiblement non linéaire de la propagation dans le guide d'onde sont prometteurs pour l'évaluation de l'importance de ce phénomène dans la saturation de l'amplitude de l'onde acoustique dans les moteurs thermoacoustiques à ondes stationnaires. La composition spectrale du champ acoustique dans ces moteurs peut permettre de conclure sur la forme du front d'onde. De prochains développements permettront d'étendre ce travail à d'autres configurations de moteurs, notamment aux résonateurs annulaires et éventuellement, de conclure sur la concordance de ces prédictions avec des

données expérimentales.

## References

- [1] T. Biwa and T. Takahashi. Observation of traveling thermoacoustic shock waves (L). *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(6):3558–3561, December 2011.
- [2] D. T. Blackstock. Generalized Burgers equation for plane waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77:2050, 1985.
- [3] W. Chester. Resonant oscillations in closed tubes. *J. Fluid Mech.*, 18(01):44–64, 1964.
- [4] J. Gilbert. Differences between cylindrical and conical brass instruments; the nonlinear propagation point of view from experiments and simulations. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(5):3332–3332, 2006.
- [5] M. Guedra and G. Penelet. On the use of a complex frequency for the description of thermoacoustic engines. *Acta Acust. united Ac.*, 98(2):232–241, 2012.
- [6] V. Gusev, H. Bailliet, P. Lotton, and M. Bruneau. Asymptotic theory of nonlinear acoustic waves in a thermoacoustic prime-mover. *Acta Acust. united Ac.*, 86(1):25–38, 2000.
- [7] I. Idelchik. *Handbook of hydraulic resistance – Third Edition*. Begell House Publishers, 2001.
- [8] L. Menguy and J. Gilbert. Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes; solutions and experiments. *Acta Acust. united Ac.*, 86(5):798–810, 2000.
- [9] G. Penelet, S. Job, V. Gusev, P. Lotton, and M. Bruneau. Dependence of sound amplification on temperature distribution in annular thermoacoustic engines. *Acta Acust. united Ac.*, 91(3):567–577, 2005.
- [10] G. Penelet, V. Gusev, P. Lotton, and M. Bruneau. Non-trivial influence of acoustic streaming on the efficiency of annular thermoacoustic prime movers. *Phys. Lett. A*, 351(4):268–273, 2006.
- [11] G. Penelet, M. Guedra, V. Gusev, and T. Devaux. Simplified account of Rayleigh streaming for the description of nonlinear processes leading to steady state sound in thermoacoustic engines. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 55(21–22):6042 – 6053, 2012.
- [12] G. Penelet, T. Chareyre, and J. Gilbert. Weakly nonlinear acoustic oscillations in gas columns in the presence of temperature gradients. In *Acoustics 2012 - Nantes, France (FR)*, April 2012.
- [13] G. Swift. Analysis and performance of a large thermoacoustic engine. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(3):1551–1563, 1992.
- [14] M. Tijani and S. Spoelstra. A hot air driven thermoacoustic-Stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, 61(2):866–870, 2013.