



Estimation des fonctions de Green par corrélation de bruit: application pour la localisation et l'imagerie de défauts dans des plaques minces réverbérantes

L. Chehami^a, E. Moulin^b, J. De Rosny^a et C. Prada^a

^aInstitut Langevin, ESPCI, UMR CNRS 7587, 1 rue Jussieu, 75231 Paris Cedex 05, France

^bIEMN UMR CNRS 8520, Université de Valenciennes et du Hainaut Combrésis, 59313 Valenciennes,
France

lynda.chehami@espci.fr

Cette étude s'inscrit dans le cadre du contrôle continu, passif et non destructif de plaques minces réverbérantes. La méthode que nous proposons permet de détecter et localiser des défauts à partir de l'estimation des fonctions de Green par corrélation de bruit acoustique. Le bruit acoustique est généré par un ensemble de sources disposées aléatoirement sur la surface de la plaque qui émettent entre 20 kHz et 40 kHz. Dans cette gamme fréquentielle, le mode de Lamb A0 (encore appelé mode de flexion) est prédominant. Un réseau de transducteurs piézoélectriques permet d'estimer la matrice de corrélations inter-éléments. La signature acoustique du défaut apparaît clairement sur la différence des matrices de corrélations acquises sur la plaque saine et endommagée. Pour localiser le défaut, cette matrice de corrélations différentielle est injectée dans un algorithme de formation de voies. Malgré une reconstruction imparfaite de la fonction de Green lorsque le nombre de sources de bruit est faible, la détection et la localisation du défauts demeurent efficaces. Cette technique de localisation passive est comparée à une technique active. Enfin, nous montrons qu'un filtrage fondé sur la méthode DORT (Décomposition de l'opérateur de Retournement Temporel) appliqué sur la matrice différentielle peut permettre d'améliorer la détection.

1 Introduction

L'extraction des fonctions de Green par corrélation de bruit ambiant sur un réseau de récepteurs s'est avérée une méthode très efficace dans de nombreux domaines comme : la sismologie [1, 2, 7], l'acoustique sous marine [3, 4], la détection ultrasonore [5, 6], l'ingénierie civile [8], l'imagerie médicale[9], l'héliosismologie[10] et enfin le contrôle non destructif [11, 12, 13]. Cette approche repose sur l'hypothèse qu'il y a équipartition de l'énergie. Dans ce cas, on montre que la dérivée temporelle de l'intercorrélation est proportionnelle à la différence entre les fonctions de Green avancées et retardées entre deux récepteurs.

Le travail présenté ici est une application de cette technique dédiée à la surveillance passive de l'apparition de défauts dans une plaque mince de faibles dimensions. Les nombreuses réflexions qui ont lieu sur les bords de la plaque font qu'il est généralement délicat d'extraire une information pertinente simple du champ d'onde.

Ce papier est organisé comme suit : dans la section 2, on montre comment est influencé l'extraction des fonctions de Green lorsque le nombre de sources de bruit est limité. A cette fin, le résultat des corrélations est comparé aux fonctions de Green directement mesurées. Dans la section 3, un algorithme de localisation et d'imagerie du défaut est appliqué avec succès sur la matrice différentielle de corrélations. Enfin, un filtrage DORT est appliqué pour réduire les lobes secondaires engendrés par le bruit de mesure et ainsi améliorer la localisation (section 3.3).

2 Estimation des fonctions de Green par un nombre fini de sources de bruit

2.1 Relation théorique entre la matrice de corrélations et fonction de Green

A basse fréquence, le champ de déplacement normal w des ondes de flexions est solution de l'équation Kirchhoff-Love[14],

$$D\Delta^2 w(\mathbf{r}, t) + \rho_s \left[\partial_t^2 w(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau_a} \partial_t w(\mathbf{r}, t) \right] = -s(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

où \mathbf{r} est un vecteur de position, $D = \frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)}$ est la rigidité en flexion, h est l'épaisseur de la plaque, ρ_s est la densité de masse surfacique, E est le module de Young, ν est le coefficient de Poisson, τ_a est le temps caractéristique

d'atténuation et s la force excitatrice normale à la surface. La fonction de Green est simplement la solution de l'équation précédente lorsque la force est modélisée par un Dirac spatio-temporel :

$$D\Delta^2 G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t) + \rho_s [\partial_t^2 G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t) + \frac{1}{\tau_a} \partial_t G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t)] = -\delta(\mathbf{r}_k^S - \mathbf{r}_l^R) \delta(t), \quad (2)$$

avec \mathbf{r}_k^S et \mathbf{r}_l^R la $k^{\text{ème}}$ position de la source et $l^{\text{ème}}$ position de récepteur, respectivement.

Considérons maintenant N_S sources de bruit décorréliées qui émettent la même densité spectrale d'énergie $\langle |q(\omega)|^2 \rangle$. La transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélation à la fréquence ω entre les champs enregistrés à la position \mathbf{r}_l^R et \mathbf{r}_k^R se met sous la forme :

$$C_{ll'}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_S} G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, \omega) G^*(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_{l'}^R, \omega) \langle |q(\omega)|^2 \rangle. \quad (3)$$

Comme le milieu est clos, les fonctions de Green peuvent être décomposées selon les modes propres[15]. Ce qui conduit à la relation suivante :

$$G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, \omega) = \frac{1}{\rho_s} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_k^S) \phi_n(\mathbf{r}_l^R)}{(\omega^2 - \omega_n^2) - \frac{j\omega}{\tau_a}}, \quad (4)$$

où $\phi_n(r)$ est le mode propre à la fréquence propre ω_n . On suppose ici qu'il n'existe pas de modes dégénérés. En injectant l'Eq. (4) dans l'Eq. (3), la fonction $C_{ll'}(\omega)$ peut être mise sous cette forme :

$$C_{ll'}(\omega) = 2j \text{Im} G(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_{l'}^R, \omega) F(\omega) + N(\omega). \quad (5)$$

La fonction "source" s'écrit

$$F(\omega) = \frac{\langle |q(\omega)|^2 \rangle N_S \bar{\phi}^2 \tau_a}{2j\omega\rho_s}, \quad (6)$$

où $\bar{\phi}^2$ est l'espérance mathématique spatiale de $|\phi_n(\mathbf{r})|^2$, qui est approximativement égal à l'inverse de la surface de la plaque car les modes sont normalisés, i.e. $\int |\phi_n(\mathbf{r})|^2 d^2\mathbf{r} = 1$. Le terme $N(\omega)$ est un terme "incohérent" qui dégrade l'extraction cohérente de la fonction de Green [16]. La fonction de corrélation temporelle est donc tout simplement la transformée de Fourier inverse de l'Eq. (5) :

$$C_{ll'}(t) = (G(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_{l'}^R, t) - G(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_{l'}^R, -t)) \otimes f(t) + n_{ll'}(t), \quad (7)$$

où \otimes est le symbole de convolution, $n_{ll'}$ est la transformée de Fourier inverse de $N(\omega)$ et

$$f(t) = \frac{N_S \bar{\phi}^2 \tau_a}{2\rho_s} \int_{-\infty}^t q(\tau) \otimes q(-\tau) d\tau. \quad (8)$$

Il existe une relation simple entre $h(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, t)$ et la matrice de corrélations. En effet, comme

$$h(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, t) = G(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, t) \otimes q(t), \quad (9)$$

il vient

$$C_{ll}(t) = (h(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, t) - h(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, -t)) \otimes g(t) + n_{ll}(t), \quad (10)$$

avec :

$$g(t) = \frac{N_S \phi^2 \tau_a}{2\rho_s} \int_{-\infty}^t q(-\tau) d\tau. \quad (11)$$

Ainsi les temps positifs de la fonction de corrélation peuvent être interprétés comme la réponse que l'on reçoit sur le récepteur \mathbf{r}_l quand l'autre récepteur à la position \mathbf{r}_l émet $g(t)$, et vice versa (par réciprocity acoustique). Cependant, comme le bruit est engendré par un nombre fini de sources aléatoires, le terme additif $n_{ll}(t)$ dégrade l'extraction de la fonction de Green. Ce terme converge vers 0 dans le cas où l'on disposait d'un nombre important de sources de bruit.

2.2 Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est présenté sur la Figure 1. Il s'agit d'une plaque d'aluminium de 2m par 1m et 6mm

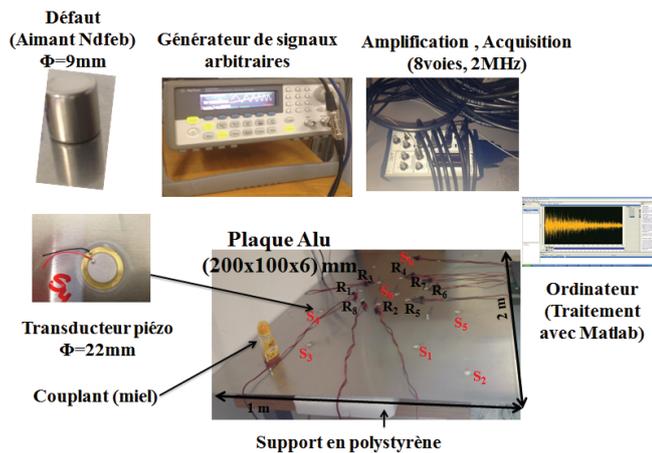


FIGURE 1 – Dispositif expérimental.

d'épaisseur. La plaque disposée horizontalement est isolée de son support par des blocs en polystyrène pour limiter le couplage (conditions aux limites libres). Comme excitation, un générateur de fonctions (modèle Agilent 33120A) engendre un signal transitoire $q(t)$ (Figure 2) qui consiste en une période de sinusoïde à 20Khz.

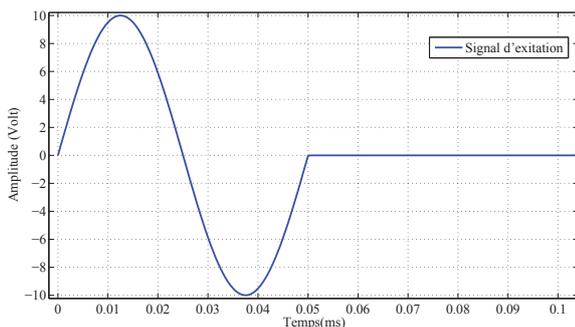


FIGURE 2 – Signal d'excitation.

Vingt-huit transducteurs piézoélectriques (E/R) ont été collés sur la surface de la plaque. Vingt d'entre eux sont utilisés comme sources de bruit de bande passante [10-40]KHz où le mode de Lamb A_0 est dominant. L'acquisition des signaux se fait par une carte de numérisation (Technologie National Instrument) de huit voies qui échantillonne les signaux à 2MEch/s pendant 40msec. Les signaux enregistrés sur les capteurs piézoélectriques sont conditionnés par un amplificateur de charge à 8 voies avant d'être numérisés par la carte d'acquisition. Les données sont traitées avec Matlab.

Pour N_S acquisitions, on obtient $N_S \times N_R$ réponses $h(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t)$. À partir de ces acquisitions, on construit les matrices de corrélations (Eq. 12) :

$$C_{ll}(t) = \sum_k h(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t) \otimes h(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, -t), \quad (12)$$

avec $h(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t) = G(\mathbf{r}_k^S, \mathbf{r}_l^R, t) \otimes q(t)$. Pour valider notre modèle, on mesure les réponses transitoires $h(\mathbf{r}_l^R, \mathbf{r}_l^R, t)$ entre chaque position de récepteurs. A cette fin, l'une des 2 pastilles piézoélectriques est utilisée comme un émetteur. On obtient ainsi la matrice "active" $\mathbf{h}(t)$.

Dans un premier temps, la matrice de corrélations ainsi que la matrice active sont mesurées lorsque la plaque est saine. Dans un second temps, un défaut artificiel qui consiste en deux aimants qui se font face a été collé sur la surface de plaque. Les aimants en Niobium sont des cylindres de 10mm de diamètre ($\approx \frac{\lambda}{7}$). Un couplant visqueux (du miel alimentaire) permet d'améliorer l'adhésion sur la plaque. Les deux matrices sont à nouveau acquises avec ce défaut. Ce défaut est un moyen simple et reproductible d'une inclusion massive qui est un bon diffuseur [17]¹. La soustraction entre les matrices acquises avec et sans défaut permet d'éliminer les réponses directes entre transducteurs pour faire ressortir la réponse du défaut (s'il répond dans la gamme fréquence x épaisseur). Ces matrices différentielles s'écrivent l'Eq. (13,14) :

$$\Delta h_{ij}(t) = h^{def}(\mathbf{r}_i^R, \mathbf{r}_j^R, t) - h^{ref}(\mathbf{r}_i^R, \mathbf{r}_j^R, t), \quad (13)$$

et

$$\Delta C_{ij}(t) = C^{def}(\mathbf{r}_i^R, \mathbf{r}_j^R, t) - C^{ref}(\mathbf{r}_i^R, \mathbf{r}_j^R, t). \quad (14)$$

Les exposants 'ref' et 'def' désignent le cas sans et avec défaut, respectivement.

Les intercorrélations avec et sans défaut entre les transducteurs 2 et 5 sont représentées sur la figure 3. On observe bien sur la figure 4 que l'écho du défaut qui arrive à 0.15ms apparaît clairement sur la soustraction des intercorrélations. Néanmoins on observe que la différence sur les trajets directs (les cent premières microsecondes) n'est pas nulle (Figure 4). Ceci est une confirmation de la reconstruction imparfaite de la fonction de Green qui est due au nombre de sources limité, i.e. au terme additif $n_{ll}(t)$.

3 Localisation et imagerie du défaut

Dans cette partie, on montre qu'à partir de l'ensemble des fonctions de Green extraites entre chaque couple

1. En effet, une étude numérique a été faite par O.Xeridat durant sa thèse, où il a montré que l'amplitude de l'onde de flexion rétrodiffusée en champ lointain pour une inclusion rigide, massive est très importante par rapport à un trou traversant ou borgne.

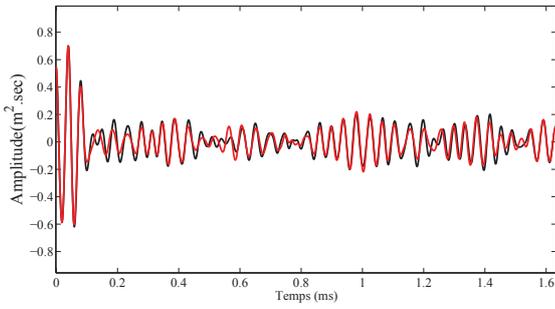


FIGURE 3 – Comparaison entre $C^{ref}(\mathbf{r}_5^R, \mathbf{r}_2^R, t)$ (courbe noire) et $C^{def}(\mathbf{r}_5^R, \mathbf{r}_2^R, t)$ (courbe rouge).

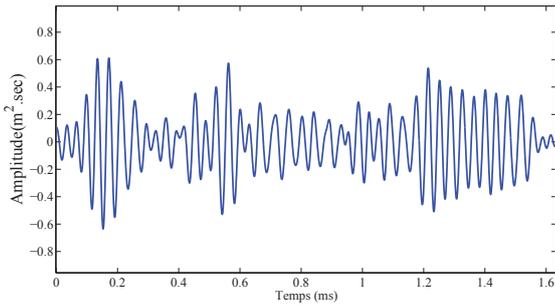


FIGURE 4 – La corrélation différentielle entre les transducteurs 2 et 5 ($\Delta C_{52}(t)$).

de récepteurs, il est possible d'utiliser des algorithmes classiques comme la formation de voies, pour localiser le défaut. De ce fait, les matrices différentielles obtenues $\Delta C(t)$ et $\Delta h(t)$ sont injectées dans un algorithme d'imagerie classique pour localiser et imager le défaut.

3.1 Description de l'algorithme d'identification du défaut structurel

L'algorithme est basé sur la rétropropagation numérique (on parle de migration en sismologie) des signaux $\Delta C_{ij}(t)$ et $\Delta h_{ij}(t)$ sur l'ensemble des positions sondées (Figure 5). De cette manière lorsque la position sondée correspond à celle du défaut, les signaux se somment de manière constructive. Cet algorithme prend en compte le caractère dispersif du mode de Lamb A_0 . Le champ rétropropagé bpf au point

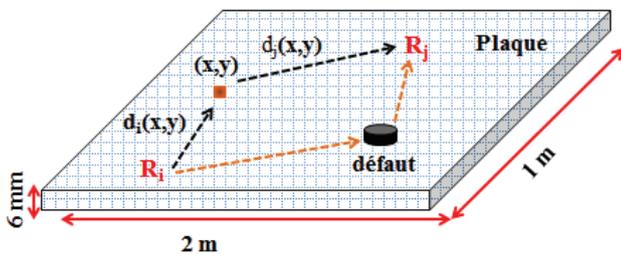


FIGURE 5 – Principe de l'algorithme de localisation.

(x, y) et à la pulsation ω est donné par (Eq. 15) :

$$bpf_{(x,y)}(\omega) = \sum_{i=1, j=1 (i \neq j)}^{N_R, N_R} \Delta K_{ij}(\omega) \exp[j[d_i(x, y) + d_j(x, y)]k(\omega)], \quad (15)$$

où $d_i(x, y)$ est la distance entre le $i^{\text{ème}}$ récepteur et le pixel à la position (x, y) . Le vecteur d'onde k est déduit de la relation de dispersion du mode A_0 . L'élément de la matrice $\Delta H_{ij}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\Delta h_{ij}(t)$. Dans le cas de l'imagerie passive, la matrice $\Delta \mathbf{K}$ est donnée par $\Delta \mathbf{C}$ et dans le cas de l'imagerie active cette dernière est égale à $\Delta \mathbf{H}$. Dans ce dernier cas, à cause du système d'acquisition, les réponses des transducteurs sur eux mêmes ne sont pas pris en compte. En d'autres termes, les éléments diagonaux de la matrice $\Delta h(t)$ ne sont pas pris en compte dans le calcul de la fonction bpf . L'intensité du pixel est obtenue en intégrant dans le domaine temporel la fonction de propagation (bpf) sur une fenêtre allant de $-T_0/2$ à $+T_0/2$ ($\approx \frac{1}{BF}$), c.-à-d.,

$$I(x, y) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |bpf_{(x,y)}(t)|^2 dt. \quad (16)$$

Ainsi pour les pixels se trouvant sur la position du défaut, le processus est équivalent à une rétropropagation des signaux au temps zéro (instant d'émission) suivi par une sommation cohérente des signaux rétropropagés (le maximum d'intensité).

3.2 Résultats

L'algorithme de localisation est appliqué à la matrice de corrélations $\Delta C(t)$ (cas passif) pour deux positions différentes du même défaut, à savoir $(0.529, 0.429)$ m (Fig. 6) et $(0.146, 0.155)$ m (Fig. 7). Comme moyen de contrôle, on

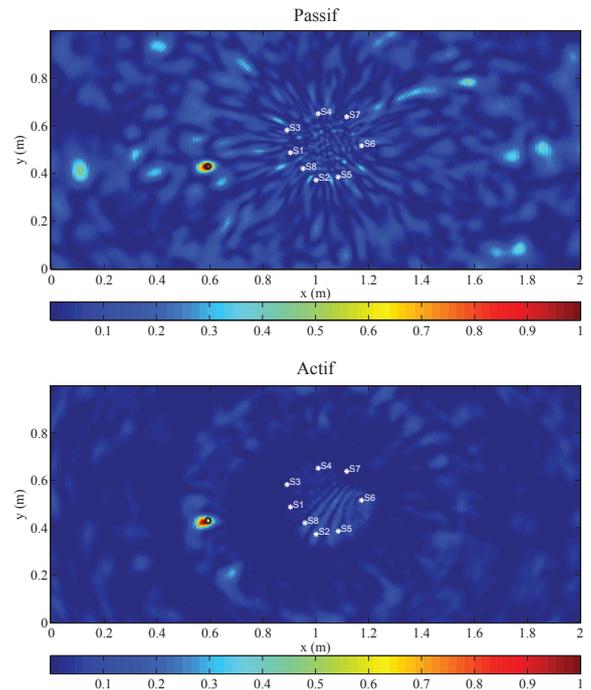


FIGURE 6 – Image du défaut obtenue à partir de $\Delta C(t)$ (acquise pour 20 sources de bruit) et de $\Delta h(t)$ (Actif).

dispose également de la matrice des réponses inter-éléments $\Delta h(t)$. L'angle gauche bas de la plaque a été choisi comme origine, la position du défaut est indiquée par un cercle noir (Figure 6). Les positions des récepteurs sont indiquées par '*'*.

La qualité des images obtenues avec $\Delta C(t)$ moyennées sur 20 sources aléatoires sont naturellement moins bonnes que celles obtenues pour le cas actif. Cependant, la réduction

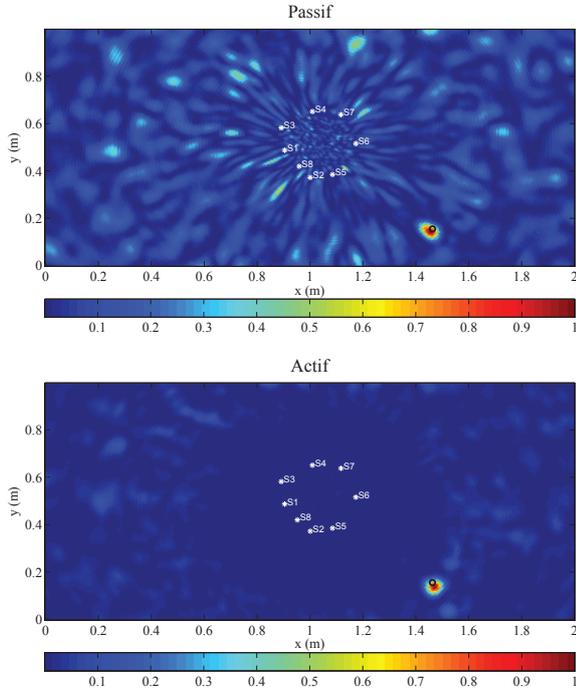


FIGURE 7 – Image du défaut obtenue à partir de $\Delta C(t)$ (acquise à partir de 20 sources de bruit) et de $\Delta h(t)$ (Actif).

des contributions non cohérentes en dehors de la position du défaut est suffisamment efficace pour faire apparaître clairement le spot sur le défaut.

3.3 Filtrage par la méthode D.O.R.T

La méthode D.O.R.T (Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel) consiste à décomposer la matrice $\Delta \mathbf{K}(\omega)$ (Eq. 15) en valeurs singulières (SVD). Pour chaque pulsation ω , la décomposition SVD de la matrice $\Delta \mathbf{K}(\omega)$ peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Delta \mathbf{K}(\omega) = \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{U}_i(\omega) S_i(\omega) \mathbf{V}_i^\dagger(\omega). \quad (17)$$

Où $\mathbf{U}_i(\omega)$ et $\mathbf{V}_i^\dagger(\omega)$ sont le $i^{\text{ème}}$ vecteur singulier associé au $i^{\text{ème}}$ valeur singulière $S_i(\omega)$. Ainsi, L'image filtrée par la méthode DORT est obtenue en remplaçant $\Delta \mathbf{K}(\omega)$ par $\mathbf{U}_i(\omega) S_i(\omega) \mathbf{V}_i^\dagger(\omega)$.

Comme nos mesures présentent un très bon rapport signal sur bruit, nous rajoutons un bruit artificiel sur la matrice différentielle de corrélations $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ acquise avec 20 sources aléatoires. La matrice bruitée s'écrit par :

$$\Delta \mathbf{C}^{\text{bruit}}(\omega) = \Delta \mathbf{C}(\omega) + \sigma(\omega) \times \mathbf{B}, \quad (18)$$

avec

$$\sigma = \epsilon \times \max(|\Delta \mathbf{C}(\omega)|). \quad (19)$$

où ϵ est un paramètre qui représente la rapport bruit sur signal. Les éléments de la matrice \mathbf{B} sont des nombres complexes aléatoires (qui suivent une loi normale), de moyenne nulle et décorrélés entre eux.

Pour une valeur de $\epsilon = 0.05$, l'image obtenue sans filtrage DORT avec la matrice $\Delta C(t)$ (domaine temporel) est représentée sur la figure 8. L'effet de bruitage sur la figure 8 se voit par l'apparition des lobes secondaires notamment à la position (0.24,0.45)m.

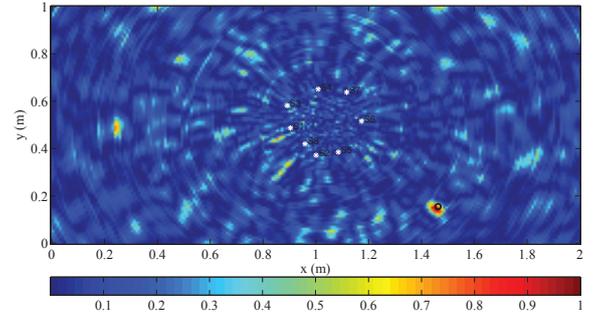


FIGURE 8 – Image de localisation du défaut obtenue lorsque $\Delta \mathbf{K}(\omega) = \Delta \mathbf{C}^{\text{bruit}}(\omega)$ pour 20 sources aléatoires.

La figure 9 représente la distribution normalisée des valeurs singulières de la matrice $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ et $\Delta \mathbf{C}^{\text{bruit}}(\omega)$, moyennées sur toutes les fréquences de la bande passante du signal d'excitation. On observe sur cette courbe que le

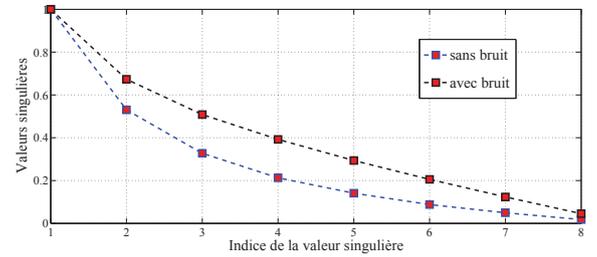


FIGURE 9 – Valeurs singulières normalisées, moyennées sur toutes les fréquences obtenues avec $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ (courbe bleue) et $\Delta \mathbf{C}^{\text{bruit}}(\omega)$ (courbe noire).

bruit engendre une remontée des valeurs singulières de rang élevé. Pour limiter l'influence du bruit, la méthode DORT consiste à ne repropager que le vecteur singulier associé à la valeur singulière la plus élevée, i.e.

$$\Delta \mathbf{K}(\omega) = \mathbf{U}_1(\omega) S_1(\omega) \mathbf{V}_1^\dagger(\omega). \quad (20)$$

L'application de l'algorithme de localisation sur la matrice $\Delta \mathbf{K}(\omega)$ est représentée sur la figure. 10. On observe bien

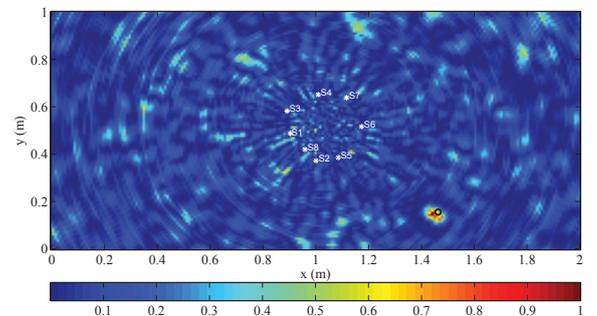


FIGURE 10 – Image de localisation obtenue par la version filtrée de $\Delta \mathbf{C}^{\text{bruit}}(\omega)$ en repropageant que le premier vecteur singulier.

un abaissement des lobes secondaires liés au bruit de mesure. Par exemple le lobe secondaire localisé à la position (0.24,0.45)m est fortement atténué. En effet, on peut montrer[20] que le rapport de l'amplitude des lobes

secondaires et du lobe principal est proportionnel à ϵ lorsque toutes les valeurs singulières sont utilisées et est proportionnel à ϵ^2 quand uniquement le premier vecteur singulier est considéré. Lorsque le rapport signal sur bruit n'est pas trop mauvais, i.e., $\epsilon < 1$, la méthode DORT permet bien d'atténuer les lobes secondaires.

4 Conclusion

Dans ce travail, on a montré théoriquement et expérimentalement que la mesure de la matrice de corrélations permet d'estimer les fonctions de Green dans une plaque fine réverbérante. La qualité de l'extraction est suffisante pour détecter et localiser l'apparition d'un défaut sur une plaque. Finalement, la méthode DORT s'est avérée efficace pour minimiser l'effet du bruit de mesure.

Remerciements

Ce travail est financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) : ANR2011 BS0903901, PASNI project.

Références

- [1] M.Campillo and A.Paul, *Long-range correlations in the diffuse seismic coda*, *Science* **299**, 547–549 (2003).
- [2] N.M.Shapiro and M. Campillo, *Emergence of broadband rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise*, *Res. Lett.* **31** :L07614,,(2004).
- [3] K.G.Sabra, E.S.Winkel, D.A.Bourgoyne, B.R.Elbing, S.L.Ceccio, M.Perlin and D.R.Dowling, *Using cross correlations of turbulent flow-induced ambient vibrations to estimate the structural impulse response. Application to structural health monitoring*, *Acoustical Society of America* **121**, 1987–1995 (2007).
- [4] P.Roux, W.A.Kuperman, and The NPAL Group, *Extracting coherent wavefronts from acoustic ambient noise in the ocean*, *Acoustical Society of America* **116**, 1995–2003 (2004).
- [5] R.L.Weaver and O.I.Lobkis, *Ultrasonics without a source : Thermal fluctuation correlations at mhz frequencies*, *Physical Review Letters* **87(13)** :134301, (2001).
- [6] A.Derode, E.Larose, M.Tanter, J.de Rosny, A.Tourin, M.Campillo, and M.Fink, *Recovering the green's function from field-field correlations in an open scattering medium*, *Acoustical Society of America* **113**, 2973-2976 (2003).
- [7] F.Brenguier, D.Clarke, Y.Aoki, N.M.Shapiro, M.Campillo, and V.Ferrazzini, *Monitoring volcanoes using seismic noise correlations*, *Comptes Rendus Geoscience* **343(8)**, 633-638 (2011).
- [8] P.Gueguen, M.Langlais, P.Foray, C.Rousseau, and J.Maury, *A natural seismic isolating system : The buried mangrove effects*, *Bulletin of the Seismo- logical Society of America* **101(3)**, 1073–1080 (2011).
- [9] T.Gallot, *Imagerie acoustique en milieux reverberants*, *PhD thesis, Universite de Grenoble*(2010).
- [10] S.M.Efferies, M.A.Pomerantz, T.L.Duvall, and J.W.Harvey, Jr, *Helioseismology from the south pole : Closer connections with geoseismology*, *Antarctic journal*, 328-329 (1993).
- [11] E.Larose, O.I.Lobkis, and R.L.Weaver, *Passive correlation imaging of a buried scatterer*, *Acoustical Society of America* **119**, 3549-3552 (2006).
- [12] N.Abou Leyla, E.Moulin, and J.Assaad, *Influence of a localized defect on acoustic field correlation in a reverberant medium*, *Journal of Applied Physics* **110(8)**, 084906–084906 (2011).
- [13] E.Moulin, N.Abou Leyla, J.Assaad, and S. Grondel, *Applicability of acoustic noise correlation for structural health monitoring in nondiffuse field conditions*, *Applied Physics Letters* **95(9)**, 094104–094104 (2009).
- [14] A.Edward Hough Love, *The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, **179**, 491–546 (1888).
- [15] G.Barton, *Elements of Green's Functions and Propagation : Potentials, Diffusion, and Waves*. *Oxford science publications, Clarendon Press* (1989).
- [16] L.Chehami, E.Moulin, J.De Rosny, C.Prada, O.Bou Matar, J.Assaad and F.Benmeddour, *Detection and localization of a defect in a reverberant plate using acoustic field correlation*, *Journal of Applied Physics* **115,104901**(2014).
- [17] O.Xeridat, *Etude expérimentale de la propagation, de la diffusion et de la localisation des ondes de Lamb*, *l'Université Ni e Sophia Antipolis* (2011).
- [18] J.E.Michaels and T.E.Michaels, *Guided wave signal processing and image fusion for in situ damage localization in plates*, *Wave motion* **44**, 482–492 (2007).
- [19] C.Prada, J.de Rosny, D.Clorennes, Jean-Gabriel Minonzio, Alexandre Aubry, Mathias Fink, Lothar Berniere, Philippe Billand, Sidonie Hibrat and Thomas Folegot, *Experimental detection and focusing in shallow water by decomposition of the time reversal operator*, *Acoustical Society Of America* **122**, 760-761 (2007).
- [20] Un article en cours de préparation sur cette démonstration.