

Analyse du comportement vibro-acoustique d'une structure immergée excitée par une source transitoire

R. Scherrer^a, L. Maxit^a, J.-L. Guyader^a, C. Audoly^b, T. Leissing^b et C. Granger^c

^aINSA Lyon - Laboratoire Vibrations Acoustique, 25 bis, avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne, France

^bDCNS Research, Le Mourillon BP403, 83055 Toulon, France

^cIEMN-CNRS-ISEN, 41, boulevard Vauban, 59046 Lille, France

roch.scherrer@insa-lyon.fr

De nos jours, certains systèmes de détection acoustique utilisés dans la lutte sous-marine sont capables d'analyser les bruits transitoires. L'industriel concepteur doit maîtriser la discrétion acoustique des systèmes navals. Afin de définir une méthodologie qui permettra de spécifier des exigences sur les équipements ou structures émetteurs de bruits transitoires, les vibrations et le rayonnement acoustique d'une structure immergée excitée par une source de bruit transitoire sont étudiés. Un modèle numérique est mis en place pour l'étude d'une structure simplifiée : plaque infinie excitée par une force impulsionnelle ponctuelle, en contact sur l'une des faces avec un milieu fluide infini. Le modèle permet de déterminer la réponse du système, en termes de vibrations et de pression rayonnée, à la fois dans les domaines fréquentiels et temporels. L'étude des vibrations met en évidence l'effet du fluide, la dispersion des ondes de plaque et les ondes d'interface fluide/solide. L'étude de la pression rayonnée met en évidence une directivité du rayonnement et la propagation des ondes dans la plaque avant d'être rayonnées. Une expérimentation sur une plaque en air et semi-immersée en cuve acoustique est effectuée afin de retrouver certains phénomènes mis en évidence par les simulations.

1 Introduction

La discrétion acoustique est une caractéristique primordiale d'un engin sous-marin. En mer, l'utilisation des ondes acoustiques pour la détection des forces adverses, grâce aux sonars passifs, est généralisée depuis des décennies, et la technologie des sonars est en constante évolution [1]. La détection de bruit est généralement effectuée par l'analyse de signaux stationnaires, mais certains systèmes sonars sont aujourd'hui capables de détecter les signaux de bruits transitoires [2].

Différentes méthodes de résolution des problèmes vibro-acoustiques transitoires existent dans la littérature. La résolution directe dans le domaine fréquentiel est possible pour les structures simples. Le rayonnement acoustique transitoire d'une plaque infinie non amortie semi-immersée a été étudié par Mackeritch & Hayek [3]. Une expression analytique de la réponse temporelle est obtenue par approximations d'intégrales. L'effet de la dispersion des ondes de flexion sur le rayonnement en champ proche est observé. Dans le cas de structures complexes, une résolution dans le domaine fréquentiel est nécessaire. Chevreuil [4] a développé une méthode de calcul de réponse vibratoire transitoire d'une structure, s'apparentant à un conduit d'aération, par transformée de Fourier temporelle du spectre. Celui-ci est calculé par éléments finis en basse fréquence, et par la méthode de variation des rayons complexes en hautes fréquences. Leblond et al. [5] ont étudié le rayonnement acoustique d'une coque excitée par une onde de choc sous-marine. La pression rayonnée est calculée dans l'espace fréquentiel de Laplace. La réponse temporelle est obtenue par transformée de Laplace inverse. Cette approche optimise l'observation du rayonnement des ondes élastiques de coque.

Des études expérimentales de réponse transitoire ont également été effectuées. Ross & Ostiguy [6] ont mesuré la pression rayonnée dans l'air en champ proche par une plaque excitée par un marteau de choc. La mesure a permis de distinguer le signal dû au choc initial des signaux dus aux réflexions des ondes sur les bords de la plaque. Chaigne *et al.* [7] ont étudié l'impact d'une balle de plomb, tirée par un pistolet à air comprimé, sur une plaque en air. La pression est mesurée par interférence holographique à l'aide d'un laser. La mesure met en évidence la dispersion des ondes de plaque et son influence sur la pression. Les résultats sont cohérents avec les simulations numériques.

La méthode numérique présentée dans cet article permet d'étudier la réponse temporelle d'une plaque infinie, couplée à un fluide lourd et soumise à une force impulsionnelle. La réponse est d'abord calculée dans le

domaine fréquentiel de Fourier, puis obtenue dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse. Cette méthode doit pouvoir être généralisée aux structures finies, raidies et couplées à d'autres sous-structures. L'influence du couplage avec le fluide, la dispersion des ondes de plaque et l'effet du cisaillement sont étudiés. Afin d'observer ces phénomènes, une expérimentation a été effectuée sur une plaque finie, semi-immersée à la surface d'une cuve acoustique. La plaque est excitée par différentes sources transitoires. Les vibrations et le rayonnement dans l'eau sont mesurés et comparés aux résultats numériques. Ils montrent une adéquation correcte en basse fréquence.

2 Vibro-acoustique transitoire d'une plaque infinie

2.1 Modèle et formulations

La plaque, dont la surface supérieure est située dans le plan cartésien $z=0$, sépare l'espace en deux demi-espaces (cf. Figure 1). Le demi-espace $z > 0$ est constitué d'un milieu acoustique fluide d'une densité non nulle, alors que l'autre est constitué de vide. On considère que l'impact est appliqué perpendiculairement à la plaque, au point $(0, 0, 0)$, dans la direction des z positifs. Le point d'observation est situé dans le milieu fluide, et repéré par les coordonnées sphériques (R, θ, φ) .

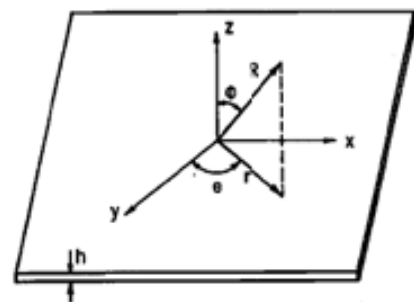


Figure 1 Plaque infinie et coordonnées utilisées

L'équation de mouvement des plaques infinies est donnée dans la littérature [8] :

$$\left[\left(\nabla^2 + \frac{\rho_s h \omega^2}{D} \right) S \right] \left(D \nabla^2 + \rho_s h \omega^2 I \right) - \rho_s h \omega^2 + 2\xi \sqrt{\rho_s h D} \frac{\partial^2}{\partial r^2 \partial t} \right] w(r, t) = \left(1 - S \nabla^2 - I S \frac{\rho_s h \omega^2}{D} \right) \frac{f_0 \delta(r)}{2\pi r} - \left(1 - S \nabla^2 - I S \frac{\rho_s h \omega^2}{D} \right) p(r, t) \quad (1)$$

avec :

$$S = \frac{12D}{Gh\pi^2} \quad (2)$$

$$I = \frac{h^2}{12} \quad (3)$$

où D est la rigidité de flexion, I l'inertie de rotation, S le coefficient de déformation de cisaillement, ω la pulsation, $w(r, t)$ désigne le déplacement transversal de la plaque, f_0 l'amplitude de la force excitatrice, δ la fonction Dirac et $p(r, t)$ la pression pariétale.

A partir de ces équations, le déplacement vibratoire et la pression rayonnée sont calculés et exprimés dans l'espace des nombres d'ondes :

$$w(\gamma) = \frac{if_0 g(\gamma)}{2i\pi D k_z (\gamma^2 - \delta_1^2)(\gamma^2 - \delta_2^2) + \frac{\rho_0 \omega^2}{D} g(\gamma)} \quad (4)$$

$$p(\gamma, z) = \frac{if_0 g(\gamma)}{2i\pi D k_z (\gamma^2 - \delta_1^2)(\gamma^2 - \delta_2^2) + \frac{\rho_0 \omega^2}{D} g(\gamma)} k_z e^{izk_z} \quad (5)$$

avec :

$$g(\gamma) = 1 + S\gamma^2 - IS \frac{\rho_s h \omega^2}{D} \quad (6)$$

$$\delta_1^2 = \frac{\rho_s h \omega^2}{2D} \left[I + S + \sqrt{(I - S)^2 + 4 \frac{D}{\rho_s h \omega^2}} \right] \quad (7)$$

$$\delta_2^2 = \frac{\rho_s h \omega^2}{2D} \left[I + S - \sqrt{(I - S)^2 + 4 \frac{D}{\rho_s h \omega^2}} \right] \quad (8)$$

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - \gamma^2}, \text{ si } |k_0| \geq \gamma \quad (9)$$

$$k_z = i\sqrt{\gamma^2 - k_0^2}, \text{ si } |k_0| \leq \gamma$$

Le problème étant axisymétrique, les grandeurs sont obtenues dans l'espace physique par transformée de Hankel inverse :

$$w(r) = \int_0^{+\infty} \tilde{w}(\gamma) J_0(\gamma r) d\gamma \quad (10)$$

$$p(r) = \int_0^{+\infty} \tilde{p}(\gamma) J_0(\gamma r) d\gamma \quad (11)$$

L'expression de la pression en champ lointain s'obtient par la méthode de la phase stationnaire [8], et s'écrit en coordonnées sphériques :

$$p(R, \phi) \approx \frac{ik_0 f_0 e^{-ik_0 R}}{2\pi R} V(\phi) \quad (12)$$

avec :

$$V(\phi) = \frac{\left(1 + Sk_0^2 \sin^2 \phi - IS \frac{m\omega^2}{D} \right) \cos \phi}{\left(1 + Sk_0^2 \sin^2 \phi - IS \frac{m\omega^2}{D} \right) + i \frac{Dk_0^5}{\rho_0 \omega^2} \left(\sin^2 \phi - \frac{\delta_1^2}{k_0^2} \right) \left(\sin^2 \phi - \frac{\delta_2^2}{k_0^2} \right) \cos \phi} \quad (13)$$

Les réponses temporelles sont obtenues par transformée de Fourier inverse :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi ft} dt \quad (14)$$

2.2 Réponse vibratoire transitoire de la plaque

La réponse en accélération d'une plaque immergée est influencée par la présence ou non de fluide. Une comparaison est effectuée entre une plaque in-vacuo et une plaque couplée au fluide. Le spectre de la plaque immergée présente une chute de niveau au delà de la fréquence critique f_c (pour laquelle les ondes de flexion sur la plaque se déplacent à la même célérité que les ondes sonores dans le fluide c_0), due au rayonnement des ondes à ces fréquences (cf. Figure 2).

La variation de phase en fonction de la fréquence donne une indication sur la vitesse de propagation des ondes. Dans le cas de la plaque in-vacuo, cette variation correspond à une propagation dispersive. Lorsque la plaque est couplée au fluide, la propagation est dispersive en dessous de f_c , et au dessus, la variation linéaire de phase correspond à une célérité d'onde constante. Ce phénomène est dû au couplage des ondes de flexion avec une onde d'interface appelée onde de Scholte [9], dont la célérité est c_0 lorsque sa fréquence est supérieure à f_c .

La réponse temporelle permet d'observer ces phénomènes grâce à la dispersion des ondes de flexion (cf. Figure 3). Le temps t_a , correspondant au temps d'arrivée des ondes de fréquence f_c , permet de repérer plusieurs phénomènes : les hautes fréquences n'apparaissent que dans le cas de la plaque in-vacuo, puisqu'elles sont rayonnées dans le fluide lorsqu'il est présent. Les basses fréquences, qui arrivent après t_a , sont observables dans les deux cas, car le rayonnement est faible. La masse ajoutée du fluide ralentit les ondes. Juste avant t_a , le signal observé dans le cas de la plaque en eau résulte du couplage entre l'onde de Scholte et les ondes de plaque dont les fréquences sont légèrement supérieures à f_c .

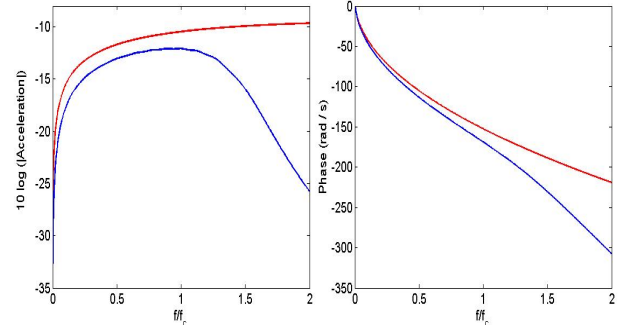


Figure 2 Comparaison des spectres d'accélération à $r = 5m$ en eau (—) et dans le vide (—)

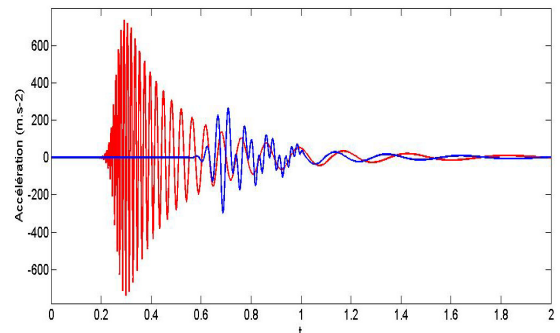


Figure 3 Comparaison des réponses impulsionnelles d'accélération à $r = 5m$ en eau (—) et dans le vide (—)

2.3 Pression rayonnée

En champ proche, les ondes se propageant sur la plaque influencent le champ de pression (cf. Figure 4). Le phénomène de dispersion est visible sur le signal de pression aux points proches de la plaque. Lorsque la distance à la plaque augmente, les ondes basses fréquences évanescentes ne sont pas observées. Les hautes fréquences rayonnent, mais de façon unidirectionnelle (la direction dépend de la fréquence) [8]. La Figure 5 illustre les signaux de pression rayonnée en champ lointain. La fréquence prédominante est fonction de l'angle d'observation, et le signal temporel arrive avant le temps acoustique t_a , car les ondes se sont déplacées dans la plaque à une célérité supérieure à c_0 .

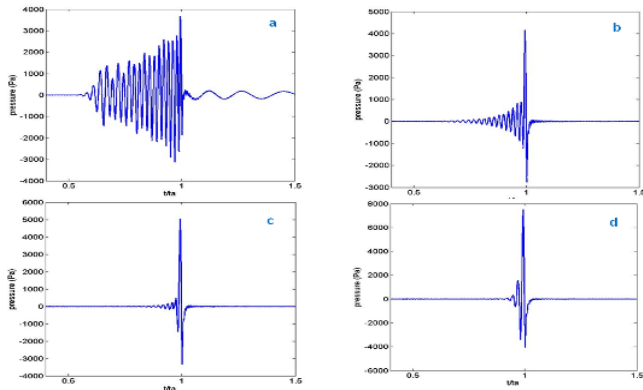


Figure 4 – Pression rayonnée en champ proche ; (a) : $z = 0,1$ m, (b) : $z = 0,3$ m, (c) : $z = 0,5$ m, (d) : $z = 1$ m

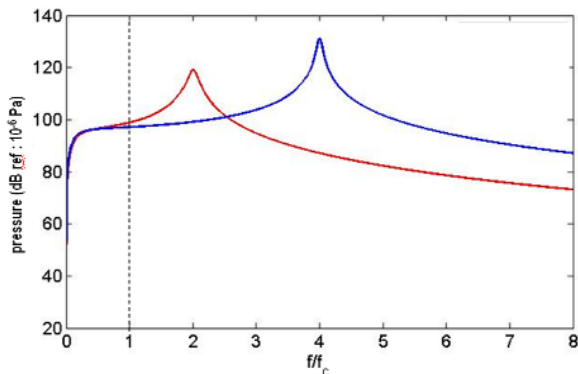


Figure 5 – Amplitude de pression rayonnée à 10 m de l'impact ; (—) : $\phi = 30^\circ$, (—) : $\phi = 45^\circ$

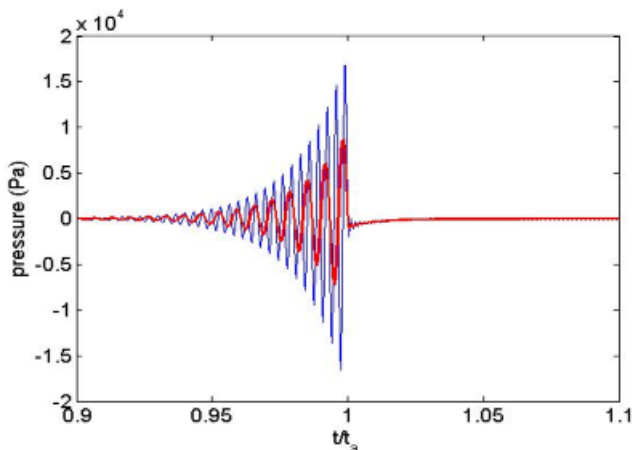


Figure 6 – Réponse impulsionnelle de pression rayonnée à 10 m de l'impact ; (—) : $\phi = 30^\circ$, (—) : $\phi = 45^\circ$

2.4 Influence de l'inertie et du cisaillement

Les résultats présentés précédemment tendent à montrer que les phénomènes les plus visibles concernent les fréquences supérieures à la fréquence critique de la plaque. Or, pour ces fréquences et pour des plaques épaisses, l'effet de l'inertie et du cisaillement devient non négligeable [8]. Le modèle de Love-Kirchhoff n'est pas adapté et il est nécessaire d'utiliser d'autres modèles, comme celui de Mindlin-Timoshenko. La Figure 7 présente une comparaison de l'accélération vibratoire calculée avec ces deux modèles de plaque. La prise en compte du cisaillement correspond à un comportement de plaque plus souple. L'amplitude vibratoire est donc plus grande et les ondes de flexions se propagent plus lentement. En basse fréquence, les ondes se propagent à une vitesse similaire pour les deux modèles. Les signaux se rejoignent donc pour les temps suffisamment grands. Le modèle de plaque a également une influence sur la pression rayonnée. Etant donné que les ondes de cette plaque sont plus lentes, elles rayonnent à un angle plus rasant. Cela crée également une différence de temps de parcours entre le point d'impact et le point d'observation, puisque le chemin effectué dans la plaque se fait plus lentement. Ces différences sont observées sur la Figure 8.

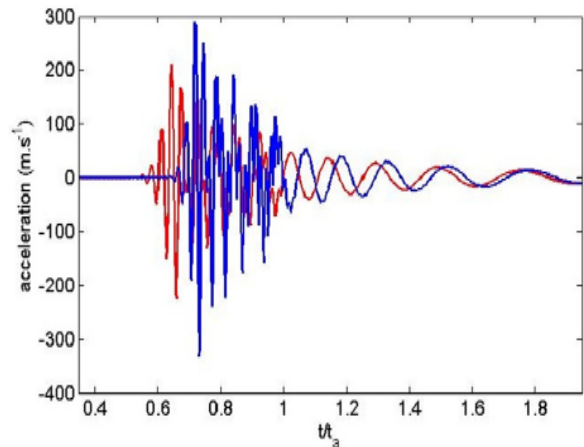


Figure 7 – Accélération à $r = 5$ m ; (—) : modèle de Love-Kirchhoff, (—) modèle de Mindlin-Timoshenko

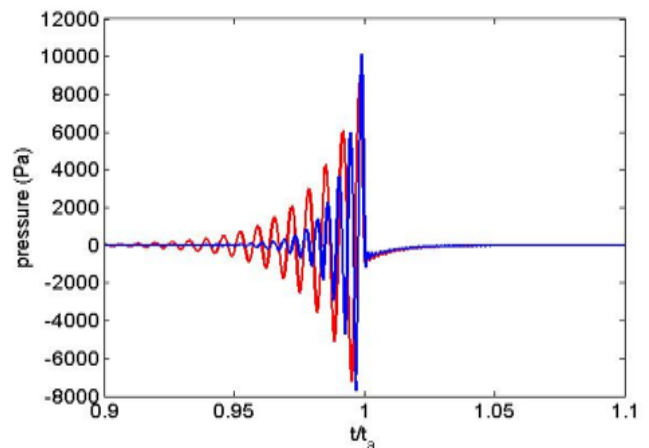


Figure 8 – Pression à $R = 10$ m, $\phi = 45^\circ$; (—) : modèle de Love-Kirchhoff, (—) : modèle de Mindlin-Timoshenko

3 Expérimentation sur une plaque finie semi-immersée

3.1 Présentation de l'expérience

Des mesures de réponse vibratoire et de rayonnement acoustique sont effectuées sur une plaque isotrope en aluminium de dimensions 153 mm x 150 mm x 30 mm. La plaque est suspendue à la surface du bassin acoustique de l'ISEN à Lille, de dimensions 8 m x 6 m x 7 m (cf. Figure 9). Elle est excitée par deux sources transitoires : impact au marteau de choc et impact d'une bille en chute libre. Les signaux temporels sont mesurés par des accéléromètres à la surface non immergée, par un hydrophone situé sous la plaque, et par le capteur de force du marteau. Les fonctions de transfert sont obtenues par traitement du signal.

La principale différence entre une plaque infinie et une plaque finie est que sur cette dernière, les ondes vibratoires sont réfléchies sur les bords. Pour les temps supérieurs au temps d'arrivée de ces ondes, la comparaison entre les deux modèles n'est plus pertinente. Une méthode pour estimer ce temps est d'utiliser les propriétés des sources images [10]. Le signal dû à une onde réfléchie sur un côté de la plaque est équivalent au signal provenant d'une source fictive F_{im} , dont la position est symétrique de la source réelle F , par rapport au côté considéré (cf. Figure 10). Le signal résultant s'obtient en additionnant les signaux images au signal initial. Les signaux initial et résultant divergent à partir de l'arrivée des premières réflexions.

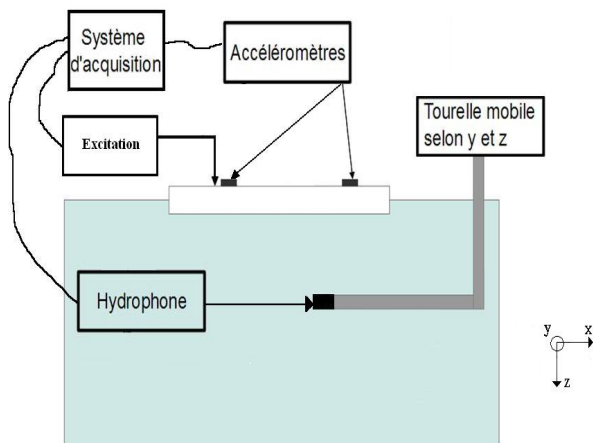


Figure 9 – Schéma de l'expérience

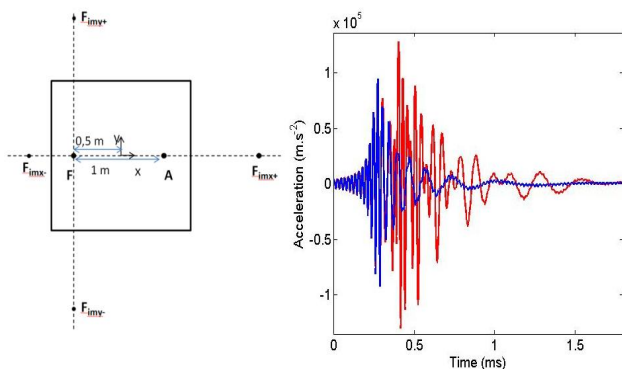


Figure 10 - Comparaison des signaux initial (—) et image (—) ; Impact au point F, accélération au point A

3.2 Caractéristiques des différentes sources d'excitation

L'utilisation du marteau de choc permet de générer, sur la plaque, une force excitatrice transitoire d'amplitude élevée, et dont le signal peut être enregistré. Cependant les fréquences excitées ne sont pas très hautes, l'amplitude du choc dépendent de l'opérateur, et est variable. Le calcul de la fonction de transfert entre l'excitation et la réponse mesurées, permet de comparer les mesures, mais seulement dans la plage de fréquence pour laquelle les signaux obtenus sont cohérents. Au-delà, le bruit est prépondérant, et les valeurs de la fonction de transfert ne sont pas pertinentes.

La fréquence maximale excitée par la chute d'une bille est plus élevée qu'avec le marteau (cf. **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**). La reproductibilité des mesures est meilleure car la bille est lâchée depuis une hauteur à peu près constante. Les signaux acquis sont comparables directement. Par contre, le signal de force n'est pas être enregistré.

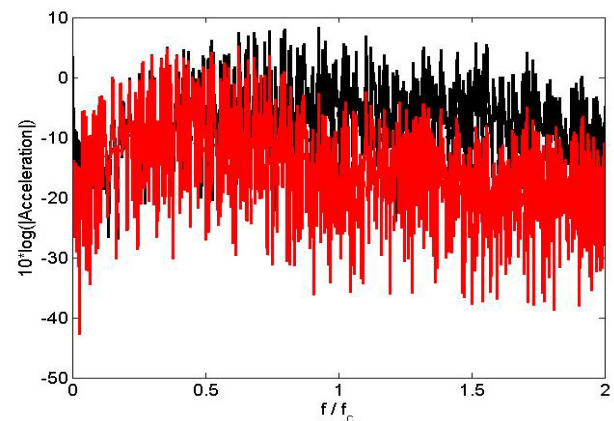


Figure 11 - Comparaison des spectres d'accélération de la plaque excitée par la bille (—) et le marteau (—)

3.3 Mesures de vibration de la plaque en air

Les positions de l'excitation et de la réponse sont celles présentées Figure 10. La FRF, obtenue à partir des mesures est comparée à celle calculée numériquement. Le signal temporel expérimental d'accélération est quant à lui comparé au signal a_{comp} obtenu par produit de convolution de la force expérimentale f_{exp} et de la réponse impulsionnelle numérique a_{simul} d'une plaque infinie :

$$a_{comp} = f_{exp} \otimes a_{simul} \quad (15)$$

La différence principale des spectres tient à la présence de résonances de la plaque finie (cf. Figure 12). Le niveau d'amplitude du spectre expérimental est plus élevé que celui de la plaque infinie mais les premières oscillations de la réponse impulsionnelle expérimentale sont similaires au modèle de Mindlin-Timoshenko. Les signaux divergent lors de l'arrivée des ondes retour (cf. Figure 13). Par la suite, seul le modèle de Mindlin-Timoshenko est comparé aux mesures puisque celui de Love-Kirchhoff n'est pas bien adapté.

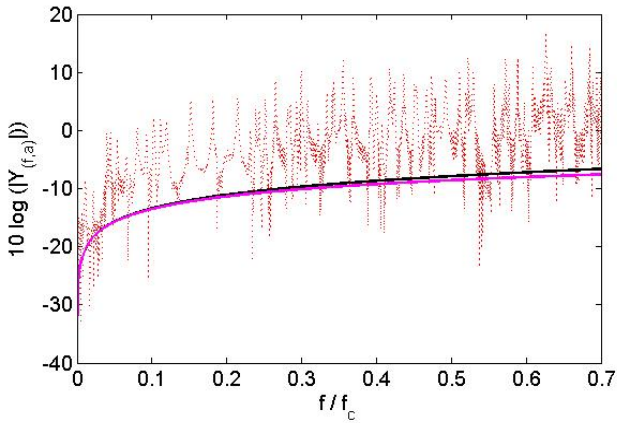


Figure 12 – Réponses en fréquence de l'accélération de la plaque en air ; (•••) : mesures, (—) : plaque infinie de Love-Kirchhoff, (—) : plaque infinie de Mindlin-Timoshenko

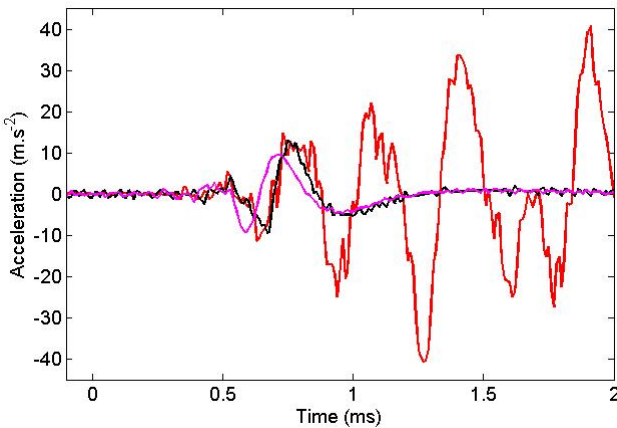


Figure 13 - Réponses temporelles d'accélération de la plaque en air ; (—) : mesures, (—) : plaque infinie de Love-Kirchhoff, (—) : plaque infinie de Mindlin-Timoshenko

3.4 Mesures de vibration de la plaque en eau

L'effet du fluide est essentiellement visible au-dessus de la fréquence critique. Le marteau ne permet pas d'exciter suffisamment ces fréquences, contrairement à la bille. Etant donné la bonne reproductibilité du choc, les signaux d'accélération mesurés pour la plaque en air et en eau peuvent être comparés directement. Au point d'impact (cf. Figure 14), la réponse temporelle montre que la force injectée est la même mais les ondes réfléchies sont plus importantes en air, d'où un spectre d'amplitude plus élevée. A 1 m de l'impact (cf. Figure 15), l'amplitude du spectre décroît à partir de $f = f_c$, uniquement pour la plaque en eau. Ce phénomène correspond au modèle de plaque infinie. Les ondes de plaques hautes fréquences sont rayonnées dans le fluide. Elles se propagent plus rapidement dans la plaque et apparaissent au début du signal temporel, uniquement pour la plaque en air.

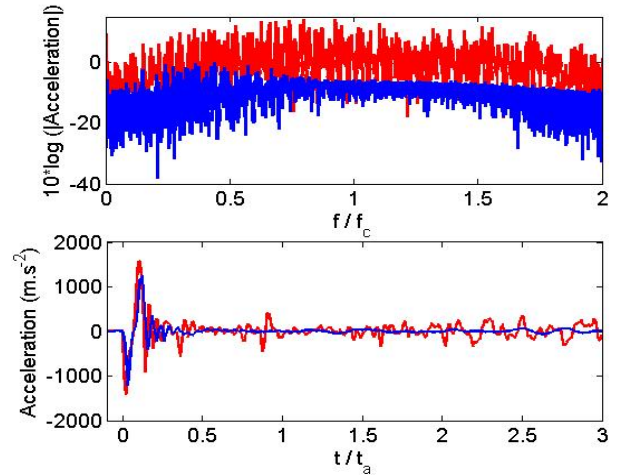


Figure 14 - Comparaison des accélérations au point d'impact, de la plaque excitée par la bille, en air (—) et en eau (—)

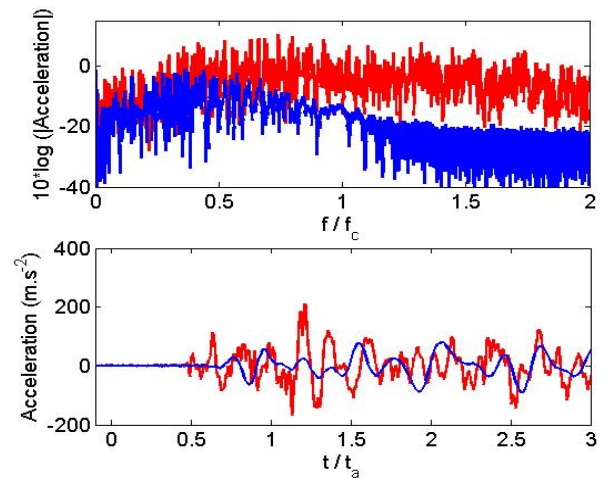


Figure 15 - Comparaison des accélérations au point A, de la plaque excitée par la bille, en air (—) et en eau (—)

3.5 Mesures de rayonnement acoustique en eau

Les fonctions de transfert de rayonnement de la plaque excitée au marteau sont comparées au modèle numérique. Les niveaux de pression sont similaires si l'hydrophone est éloigné de la plaque car l'amplitude du signal temporel dû au choc est nettement plus grande que celle des signaux des ondes réfléchies aux bords de la plaque et du bassin. Ce phénomène, ainsi que la similitude des réponses temporelles sont illustrés par la Figure 16.

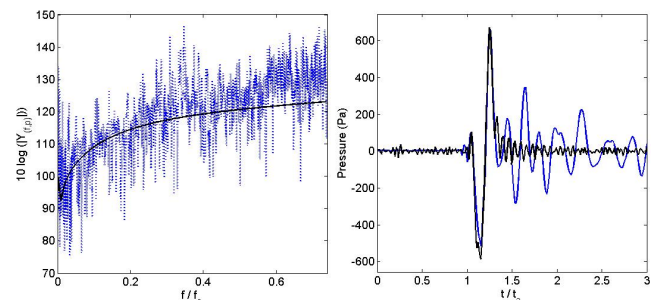


Figure 16 - Comparaison des pressions rayonnées ; (—) : mesures, (—) : plaque infinie de Mindlin-Timoshenko ; hydrophone à $z = 0.7$ m du point A

Lorsque la plaque est excitée par la bille, les fréquences supérieures à f_c apparaissent sur les signaux temporels de pression rayonnée. Il est possible d'observer l'effet de la dispersion des ondes de flexions sur la pression en champ proche. Lorsque l'hydrophone se situe près de la plaque, les signaux de pression arrivent avant le temps t_a (cf. Figure 17) Pour un point plus éloigné, le pic de grande amplitude, dû à l'impact, est précédé de quelques oscillations, dues aux ondes de flexion comme pour la plaque infinie (cf. Figure 18).

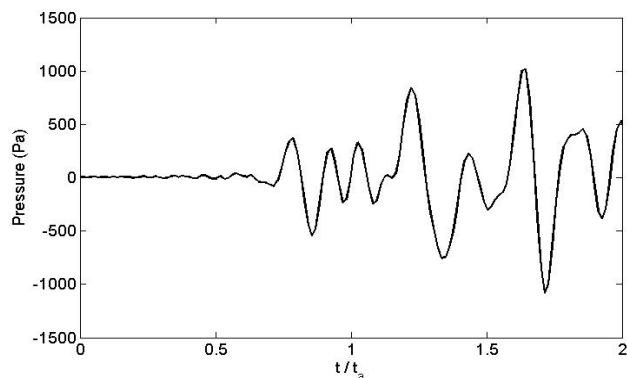


Figure 17 – Signal temporel expérimental de pression ; hydrophone à $z = 0.1$ m du point A; excitation par bille

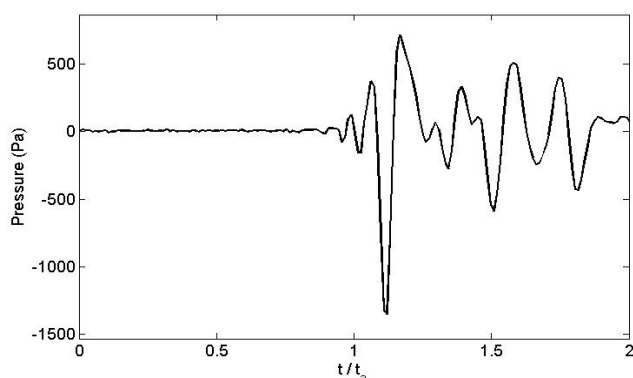


Figure 18 – Signal temporel expérimental de pression ; excitation par bille ; hydrophone à $z = 0.7$ m du point A

4 Conclusion et perspectives

Un modèle numérique de plaque infinie excitée par une force impulsionnelle ponctuelle a été étudié. Il a permis d'observer, à partir des signaux temporels, le caractère dispersif des ondes de plaque, l'effet du couplage avec le fluide, et l'influence du cisaillement et de l'inertie, surtout en hautes fréquences. Ce modèle a été comparé à des mesures expérimentales sur une plaque finie. Les signaux numériques et expérimentaux sont similaires dans la fenêtre temporelle précédant l'arrivée des ondes réfléchies. Par la suite, des modèles prenant en compte les structures liées à la coque de sous-marin (plaque couplée à une poutre, plaque raidie, plaque rectangulaire), ainsi qu'un modèle de plaque rectangulaire seront étudiés. Les spectres peuvent être calculés à partir des modèles déjà développés [[11], [12], [13]].

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la

Recherche (ANR-10-LABX-0060/ ANR-11-IDEX-0007). L'auteur tient également à remercier la DGA pour le cofinancement de ses travaux de thèse, ainsi que l'ISEN de Lille pour sa mise à disposition du matériel expérimental.

Références

- [1] R J. Urick, *Principles of underwater sound 3rd ed.*, McGraw-Hill Inc., p. 2-16, (1983)
- [2] F. Wang, C. K. Mechefske, *Adaptative modelling of transient vibration signals*, Mechanical Systems and Signal Processing 20 p. 825-842 (2006)
- [3] S. Mackertich, S. Hayek, *Acoustic radiation from an impulsively excited plate*, J. Acoust. Soc. Am 69 (4), p. 1021-1028 (1981)
- [4] M. Chevreuil, *Sur une nouvelle approche en calcul transitoire, incluant les basses et moyennes fréquences*, Thèse de doctorat, ENH Cachan, 128 p., (2006)
- [5] C. Leblond, S. Iakovlev, J-F. Sigrist, *A fully elastic model for studying submerged circular cylindrical shells subjected to a weak shock wave*, Mécanique & Industries 10, (2009), p. 275-284
- [6] Ross A., Ostiguy G., *Propagation of the initial transient noise from an impacted plate*, Journal of Sound and Vibration 301, p. 28-42 (2007)
- [7] A. Chaigne., C. Lambourg, S. Schedin, *Measurement and Modeling of the Transient Acoustic Field at Impacted Plates*, J. Acoust. Soc. Am. 103 , p. 2814-2815, (1998)
- [8] M C. Junger, D. Feit., *Sound, structures and their interaction, 2nd ed.*, Cambridge: The MIT Press, 448 p. (1986)
- [9] H. Überall, B. Hosten, M. Deschamps, A. Gérard, *Repulsion of phase-velocity dispersion curves and the nature of plate vibrations*, J. Acoust. Soc. Am. 96 (2), p. 908-917, (1994)
- [10] J. Cuenca, F. Gautier, L. Simon, *The Image Source Method for calculating the vibrations of simply supported convex polygonal plates*, Journal of Sound and Vibration, 322 (4-5), p. 1048-1069, (2009)
- [11] A. Berry, *A new formulation for the vibrations and sound radiation of fluid-loaded plates with elastic boundary conditions*, J. Acoust. Soc. Am. 96 (2), p.889 – 901, (1994)
- [12] V. Meyer, *Influence de raidisseurs sur la réponse vibro-acoustique de plaques finies immergées*, Rapport de projet de fin d'étude (DCNS), 49 p., (2013).
- [13] Maxit L. *Wavenumber space and physical space responses of a periodically ribbed plate to a point drive: A discrete approach*, Applied Acoustics., Vol 4, p 563-578 (2009)