



Méthode simplifiée pour le calcul du rayonnement acoustique de structures sujettes au crissement

K. Soobbarayen, S. Besset et J.-J. Sinou
Ecole Centrale de Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69130 Ecully, France
kevin.soobbarayen@ec-lyon.fr

La nécessité de constamment améliorer le confort acoustique des véhicules a fait du phénomène de crissement un problème majeur dans les industries automobile, ferroviaire et aéronautique. Le rayonnement acoustique d'un évènement de crissement se compose d'émissions sonores à hautes fréquences associées à un champ de vitesse ayant un spectre complexe dû aux phénomènes non linéaires de contact frottant localisés sur l'interface. Le champ de vitesse associé se caractérise souvent par la présence d'un «grand» nombre de fréquences. Afin de restreindre l'emploi de la BEM (Boundary Element Method) permettant de caculer le champ rayonné associé au crissement, le premier axe de cette étude concerne le développement d'un critère de sélection des composantes prépondérantes dans le spectre du champ de vitesse. Ce critère s'appuie sur la vitesse quadratique moyenne et permet de réduire de façon non négligeable le nombre de fréquence des cas à un et deux modes instables. Le second axe de cette étude concerne le développement d'une méthode d'approximation du champ rayonné. Cette approche basée sur une interpolation de la directivité et sur la reconstruction de la puissance acoustique permet d'estimer rapidement les niveaux sonores en champ libre. Les différents estimateurs d'erreurs introduits montrent que les solutions approchées sont en accord avec les calculs BEM directs.

1 Introduction

Le phénomène de crissement des freins à disque est caractérisé par des émissions sonores à hautes fréquences engendrées par des vibrations auto-entretenues induites par frottement. Lors du processus de freinage, une pression hydraulique est appliquée au dos de la plaquette et le système atteint une configuration d'équilibre glissant. Cette dernière peut s'avérer être instable du fait du frottement et dans ce cas, une perturbation de cette configuration provoque la divergence du système et l'apparition de vibrations non linéaires qui génèrent du crissement [1].

La méthode globale d'analyse numérique du crissement comporte plusieurs étapes : une première phase de modélisation avec notamment l'introduction des lois non linéaires de contact et de frottement, l'analyse de stabilité permettant de déterminer les positions instables d'équilibre glissant [2], le calcul des vibrations par intégration temporelle et enfin le calcul du rayonnement acoustique [3, 4]. Cependant, le spectre du champ de vitesse associé au crissement présente en général plusieurs fréquences. L'emploi de la méthode des éléments finis de frontières (Boundary Element Method [5]) doit donc être adapté et la méthode de calcul acoustique multi-fréquentielle a été développée dans ce but [6].

L'une des difficultés numériques dans l'étude acoustique du crissement réside dans le fait que le spectre de la vitesse peut parfois contenir un très grand nombre de fréquences [7]. La BEM doit donc être appliquée pour chaque fréquence et les temps de calcul peuvent devenir prohibitifs. Cependant, dans certains cas de crissement, seules quelques fréquences participent de façon non négligeable au rayonnement [6]. C'est pourquoi le premier objectif de cette étude est de mettre en place un critère permettant de sélectionner les composantes prépondérantes avant la résolution du problème acoustique. Ce critère sera basé uniquement sur la vitesse quadratique moyenne, c'est-à-dire uniquement sur la réponse dynamique.

D'autre part, le calcul de la pression pariétale semble, à la connaissance des auteurs, difficilement compressible. En revanche, le calcul du champ rayonné, qui doit être calculé pour chaque fréquence et chaque plan d'écoute, peut faire l'objet de certaines approximations pour être estimé très rapidement sans la

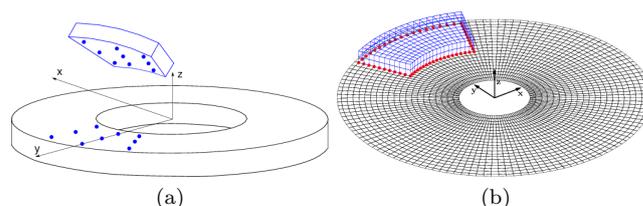


FIG. 1: (a) : Modèle de frein et noeuds de contact • ;
(b) : modèle BEM et connexion des maillages •

BEM. La méthode développée dans cette étude consiste principalement à estimer la directivité de la source, et à reconstruire la puissance acoustique rayonnée.

Dans une première partie, la vibroacoustique d'un système simplifié de frein à disque est présentée. Puis, le critère de sélection des composantes harmoniques est détaillé et appliqué à deux cas classiques de crissement à un et deux modes instables. Enfin, la méthode d'approximation du champ rayonné est présentée et appliquée.

2 Vibroacoustique du crissement

2.1 Modélisation du système de frein

Les systèmes de freins à disque sont des structures complexes possédant plusieurs composants tels que le disque, les plaquettes ou encore l'étrier. Cependant, les deux composants principaux impliqués dans le crissement sont le disque et une plaquette qui partagent une interface de frottement. Cela permet de se focaliser sur un modèle simplifié comportant uniquement un disque et une plaquette ayant des géométries circulaires (Fig. 1a). La géométrie est discrétisée par la méthode des éléments finis et le modèle comporte environ 34 mille degrés de liberté associés à des éléments hexaédriques linéaires. L'interface frottante est modélisée par neuf éléments de contact uniformément répartis sur le maillage de l'interface (Fig. 1a). Ce choix du nombre de point de contact vient du compromis entre performance de calcul et description de l'interface. La loi non linéaire de contact introduite est définie par :

$$F_{\text{contact},z}^d = \begin{cases} k_L \delta + k_{NL} \delta^3 & \text{if } \delta < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

avec $F_{\text{contact},z}^{\text{P}} = -F_{\text{contact},z}^{\text{d}}$, $F_{\text{contact},z}^{\text{P}}$ et $F_{\text{contact},z}^{\text{d}}$ sont les efforts normaux de contact vus par la plaquette et le disque respectivement. δ représente le déplacement relatif normal entre deux noeuds en vis-à-vis, k_{L} et k_{NL} sont les raideurs de contact linéaire et non linéaire. Les efforts de frottements sont modélisés par une loi de Coulomb avec un coefficient de frottement constant :

$$\mathbf{F}_{\text{frottement}}^{\text{d}} = \mu F_{\text{contact},z}^{\text{d}} \frac{\mathbf{v}_{\text{r}}}{\|\mathbf{v}_{\text{r}}\|} \quad (2)$$

avec $\mathbf{F}_{\text{frottement}}^{\text{P}} = -\mathbf{F}_{\text{frottement}}^{\text{d}}$, $\mathbf{F}_{\text{frottement}}^{\text{P}}$ et $\mathbf{F}_{\text{frottement}}^{\text{d}}$ sont les efforts de frottements appliqués au disque et à la plaquette. \mathbf{v}_{r} désigne la vitesse relative qui est supposée de sens constant dans cette étude.

Finalement, le modèle est réduit par la méthode de Craig et Bampton et la base de réduction se compose de tous les modes statiques de liaisons et de cent modes à interface fixe. Cette réduction permet d'avoir une corrélation entre les modèles réduit et complet jusque 20 kHz ce qui est suffisant pour cette étude.

Les équations d'équilibre dynamique dans l'espace réduit s'écrivent alors de la façon suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{X}) + \mathbf{F} \quad (3)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement. \mathbf{X} est le vecteur des déplacements et le point désigne la dérivation temporelle. \mathbf{F}_{NL} désigne l'effort non linéaire qui contient à la fois le frottement et le contact. Le vecteur \mathbf{F} correspond à la pression de freinage. Enfin, l'amortissement modal suivant est considéré : un pourcentage d'amortissement ξ est appliqué sur les modes stables et un taux d'amortissement ζ_i est appliqué sur le i -ème mode coalescent [6].

2.2 Analyse non linéaire de stabilité

L'analyse de stabilité correspond à l'étude des valeurs propres de l'équation 3 linéarisée autour d'une configuration d'équilibre glissant $\mathbf{X}_{\text{glissant}}$ qui est la solution du problème quasi-statique non linéaire suivant : $\mathbf{K}\mathbf{X}_{\text{glissant}} = \mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{X}_{\text{glissant}}) + \mathbf{F}$. Le problème aux valeurs propres associé s'écrit alors :

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + (\mathbf{K} - \mathbf{J}_{\text{NL},\mathbf{X}_{\text{glissant}}})) \Phi = \mathbf{0} \quad (4)$$

où λ est la matrice diagonale contenant les valeurs propres, Φ la matrice des vecteurs propres et $\mathbf{J}_{\text{NL},\mathbf{X}_{\text{glissant}}}$ désigne le jacobien de l'effort non linéaire pour l'équilibre glissant non linéaire précédemment calculé.

Les valeurs propres sont complexes à cause de la dissymétrie liée au frottement et la stabilité de l'équilibre glissant est donnée par l'analyse du signe des parties réelles : si toutes les parties réelles sont négatives alors l'équilibre est stable, si au moins une des parties réelles est positive alors il est instable. L'analyse de stabilité du modèle de frein étudié est effectuée vis-à-vis du coefficient de frottement et laisse apparaître deux cas classiques d'instabilités par couplage de modes et les résultats sont donnés dans le Tableau 1.

Le cas 1 présente un unique mode instable à 929.8 Hz et le cas 2 en présente deux à 930.3 Hz et 9418 Hz. Pour ces deux cas, les spectres attendus se composent des fréquences fondamentales, de leurs harmoniques ainsi que de leurs combinaisons linéaires [7].

TABLEAU 1: Listes des cas étudiés

Cas	μ	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	Spectre attendu
1	0.72	929.8	-	$pf_1, p \in \mathbb{N}^*$
2	0.74	930.3	9418	$mf_1 + nf_2, m, n \in \mathbb{Z}$

2.3 Dynamique non linéaire

Les réponses dynamiques associées aux cas 1 et 2 sont maintenant calculées par intégration temporelle directe des équations du mouvement (Eq. 3) à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta. Les deux intégrations temporelles sont initialisées par la configuration d'équilibre glissant légèrement perturbée. Les résultats sont similaires aux résultats donnés dans [6] et dans cette étude on s'intéresse plus particulièrement aux spectres.

Le régime stationnaire du cas 1 présente un spectre composé de f_1 et de quelques harmoniques $2f_1$ et $3f_1$ (Fig. 2a). La participation de deux modes instables dans la réponse dynamique du cas 2 génère un spectre plus complexe composé de f_1 , f_2 de leurs harmoniques $2f_1$, $2f_2$, $3f_1$ ainsi que de leurs combinaisons linéaires (Fig. 2c).

2.4 Rayonnement acoustique

Afin d'estimer les niveaux sonores associées aux vibrations des cas 1 et 2, la méthode de calcul acoustique multi-fréquentielle est appliquée [6]. Dans cette étude, le modèle BEM utilisé se compose de la peau supérieure du frein (Fig. 1b). En effet, le champ de vitesse normale de la circonférence est quasiment nul et les surfaces supérieure et inférieure sont donc supposées indépendantes dans le problème acoustique. De plus, la connexion des maillages EF s'effectue en moyennant les vitesses sur les points de connexions (points rouges sur la Fig. 1b). Le maillage BEM est composé d'environ 3000 degrés de libertés et d'éléments quadratiques linéaires. Enfin, on s'intéresse aux niveaux de pression acoustique désignés par $L_{\text{p,bem}} = 10 \log(\mathbf{P}\mathbf{P}^*/P_{\text{ref}})$, où \mathbf{P} est la pression acoustique globale et $P_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$.

Le champ rayonné du cas 1 se compose d'un lobe vertical prédominant et de quatre lobes dans le plan horizontal comme illustré sur la Fig. 2b. Le cas 2 possède des caractéristiques de rayonnement plus compliquées du fait de la complexité du spectre associé. En effet, les niveaux sonores sont plus importants et plusieurs directions privilégiées de propagations sont présentes (Fig. 2d).

3 Critère de sélection des composantes harmoniques

Dans la section précédente, nous avons montré que les réponses dynamiques du système de frein pouvaient contenir un grand nombre de fréquences. Cependant, seul un nombre restreint d'entre elles participe

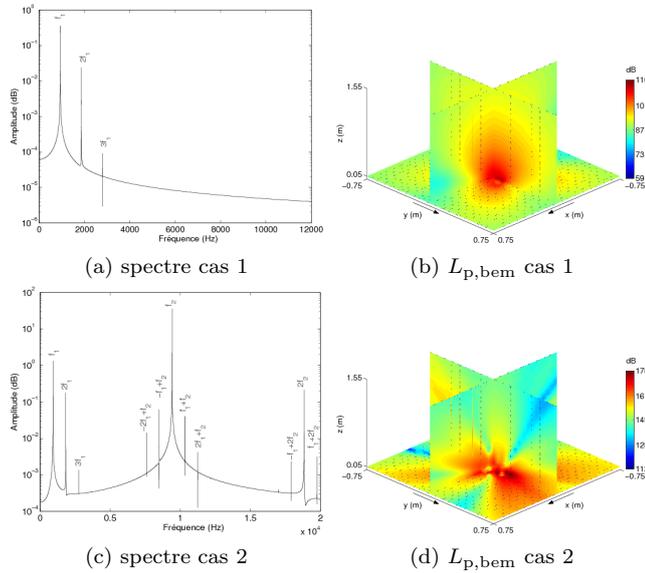


FIG. 2: Spectres et niveaux de bruit rayonné

efficacement au rayonnement [6]. Cette section a pour objectif de présenter le critère permettant de détecter ces fréquences avant l'application de la méthode acoustique multi-fréquentielle. Le couplage entre les réponses dynamiques et acoustiques s'effectue par le biais du champ de vitesse normale pariétale. Ce dernier permet de calculer la pression acoustique pariétale qui est ensuite utilisée pour estimer le champ rayonné. C'est pourquoi la détection des fréquences prépondérantes s'appuie sur la vitesse normale pariétale quadratique moyenne.

3.1 Optimisation de la base de Fourier

La première étape consiste à décomposer la vitesse normale pariétale par composantes fréquentielles à l'aide d'une transformée de Fourier. Puis, l'idée est d'évaluer l'erreur entre la vitesse quadratique associée à une troncature N notée $E_{k,N}$ et la référence calculée avec toutes les composantes $E_{k,ref}$. Cette erreur relative est définie par $\epsilon_{k,N} = \left\| \frac{E_{k,N} - E_{k,ref}}{E_{k,ref}} \right\|$. Les composantes fréquentielles sont rangées par ordre croissant et celles qui diminuent "significativement" l'erreur $\epsilon_{k,N}$ sont sélectionnées.

3.2 Application

La Fig. 3 présente la construction des bases de Fourier optimisées des cas 1 et 2. Dans un premier temps, l'erreur $\epsilon_{k,N}$ est calculée. Ensuite, certaines composantes sont sélectionnées et l'erreur optimisée $\epsilon_{k,opt}$ est calculée. Afin d'évaluer la pertinence de la base ainsi construite dans le problème acoustique, l'erreur $\epsilon_{p,opt}$ entre la puissance acoustique pariétale calculée avec toutes les composantes et celle calculée avec la base optimisée est analysée.

En ce qui concerne le cas 1, les écarts les plus importants correspondent à l'ordre zéro et à la composante f_1 (Fig. 3a). Avec ces deux composantes, l'erreur optimisée $\epsilon_{k,opt}$ atteint environ 0.5%. De plus, l'erreur sur la puissance acoustique est de 0.1% ce qui

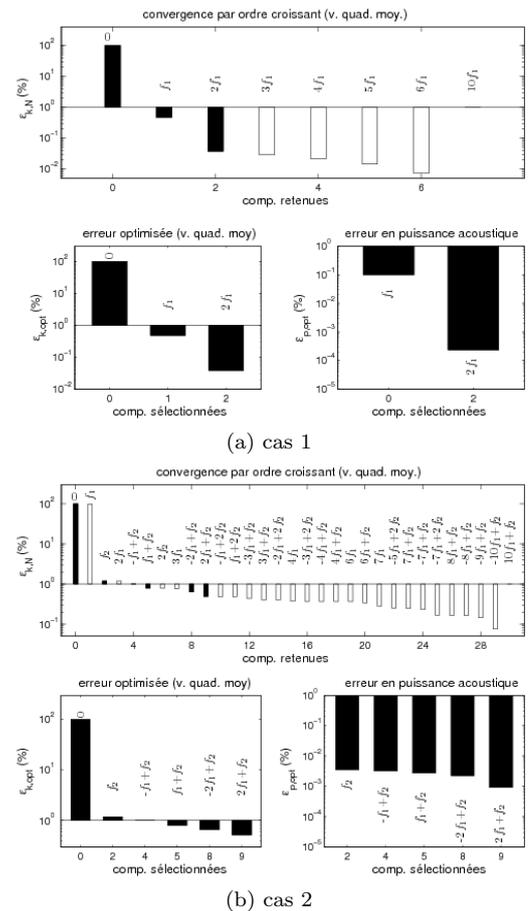


FIG. 3: Construction des bases de Fourier optimisées

est relativement faible. Pour atteindre une tolérance plus faible sur la vitesse quadratique moyenne, la composante à ajouter est $2f_1$ et la base composée de l'ordre zéro, f_1 et $2f_1$ permet d'obtenir une erreur de 0.03% sur la vitesse quadratique et de 2×10^{-4} % sur la puissance acoustique.

De la même manière, on peut observer que pour le cas 2, la base de Fourier construite permet d'avoir une excellente approximation de la vitesse quadratique moyenne avec une erreur très faible sur la puissance acoustique avec uniquement cinq composantes comme le montre la Fig. 3b.

On peut donc conclure que la méthode proposée est efficace et permet de réduire de façon non négligeable le nombre de composantes fréquentielles. De plus, pour les deux cas étudiés, les bases optimisées sont également pertinentes pour le problème acoustique. L'intérêt majeur de ces bases réside dans le fait que la pression pariétale n'est calculée que pour les fréquences considérées. Dans la suite de cette étude, les bases de Fourier optimisées qui seront utilisées sont les suivantes : cas 1 pour $\epsilon_{k,opt} = 5 \times 10^{-2}\% \rightarrow f_1, 2f_1$; cas 2 pour $\epsilon_{k,opt} = 1\% \rightarrow f_2, -f_1 + f_2, f_1 + f_2, -2f_1 + f_2, 2f_1 + f_2$.

4 Méthode d'approximation du champ acoustique rayonné

Le second niveau d'approximation développé dans cette étude concerne le champ de pression acoustique

rayonné dans l'espace libre. Ce dernier est calculé par la BEM pour chaque fréquence et chaque plan d'écoute et la méthode présentée ici permet d'avoir une estimation rapide des niveaux sonores. L'idée principale est d'estimer la directivité de la source et de reconstruire la puissance acoustique.

4.1 Calcul de la directivité

La première étape consiste à calculer la directivité par un calcul BEM sur une sphère S_R de rayon R contenant la source. L'intensité acoustique I est définie par :

$$I(\theta, \phi, \omega) = \frac{P(\theta, \phi, \omega)P^*(\theta, \phi, \omega)}{\rho c} \quad (5)$$

où ρ est masse volumique de l'air, c désigne la vitesse du son, l'étoile correspond au complexe conjugué, ω est la pulsation de l'onde et (θ, ϕ) correspond au coordonnées sphériques d'un point de S_R . L'intensité acoustique le long d'une direction (θ_0, ϕ_0) sera notée $I_{\text{axe}} = I(\theta_0, \phi_0, \omega)$. Finalement, la directivité h est donnée par :

$$h(\theta, \phi, \omega) = \frac{I(\theta, \phi, \omega)}{I_{\text{axe}}} \quad (6)$$

Afin d'évaluer la directivité, la BEM est employée et la pression acoustique $P(\theta_i, \phi_i, \omega)$ est calculée pour chaque point d'écoute $(\theta_i, \phi_i) \in S_R$ ce qui permet de calculer la directivité discrète $h_{\text{bem}}(\theta_i, \phi_i, \omega)$. Dans un second temps, une expression analytique de la directivité est déterminée par interpolation polynomiale.

4.2 Critère de convergence sur la directivité

La description spatiale de la directivité interpolée h est améliorée en rajoutant des points d'écoute sur S_R . Un critère de convergence qui donne le nombre de point d'écoute optimal permettant d'atteindre la meilleure directivité doit alors être introduit.

La qualité de la directivité ne peut pas être estimée sur la sphère S_R puisque que l'interpolation minimise l'écart entre l'interpolation et les valeurs discrètes. C'est pourquoi l'expression analytique h est évaluée sur un autre plan d'écoute P_{obs} qui peut être choisi arbitrairement. Dans cette étude P_{obs} est un plan contenu dans le plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) mesurant 1.5×1.5 m et placé à 0.05 m au-dessus du frein. Les points appartenant à ce plan seront désignés par M_{obs} .

Convergence globale : Pour la sphère $(k - 1)$ $S_{R, k-1}$ (i.e. celle associée à la finesse $k - 1$), la directivité h_{k-1}^ω est évaluée sur P_{obs} . Le critère de convergence globale estime l'écart entre h_k^ω et h_{k-1}^ω sur le plan d'écoute. Lorsque l'erreur, notée $\epsilon_{h,k}^\omega$, atteint une tolérance A_1 , le processus est stoppé. Le critère de convergence globale s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \epsilon_{h,k}^\omega = \|h_k^\omega(M_{\text{obs}}) - h_{k-1}^\omega(M_{\text{obs}})\|_\infty < A_1 \\ \text{avec } M_{\text{obs}} = (\theta_{\text{obs}}, \phi_{\text{obs}}) \in P_{\text{obs}} \end{cases} \quad (7)$$

Convergence du motif : La convergence globale précédemment introduite implique l'ensemble des points de P_{obs} . Ainsi, les écarts locaux entre deux

directivités successives sont pris en compte et rendent ce critère très strict. Une méthode moins sévère consiste à analyser la forme de la directivité sur P_{obs} . L'idée est de construire un indicateur d'erreur en comparant les motifs successifs. Le motif associé à la directivité calculée sur la sphère k est donné par :

$$C_k^\omega(M_{\text{obs}}) = \begin{cases} 1 & \text{if } h_k^\omega(M_{\text{obs}}) \geq \bar{h}_k^\omega(M_{\text{obs}}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

où la barre correspond à la moyenne. Le processus est arrêté lorsque la forme du motif a convergé. C'est-à-dire lorsque l'erreur relative entre deux motifs $\epsilon_{h,k}$ atteint une certaine tolérance $\gamma\%$. De plus, le taux d'accroissement de l'erreur δ_k doit être inférieur à une tolérance γ_δ afin de garantir la stabilisation du motif. Ce critère correspond au pourcentage d'information ajoutée entre deux sphères en ne tenant compte que de la forme du motif. La procédure de calcul de la directivité est résumée sur l'Algorithme 1.

Algorithm 1 Calcul de la directivité

Données A_1 ou $(\gamma\%, \gamma_\delta)$

Tant que $\begin{cases} \text{Convergence globale : } \epsilon_{h,k}^\omega \leq A_1 \\ \text{ou} \\ \text{Convergence du motif :} \\ \epsilon_{C,k}^\omega \leq \gamma\% \text{ et } \delta_k^\omega \leq \gamma_\delta \end{cases}$ **faire**

BEM sur $S_{R,k}$: calcul de h_{bem}^ω

Interpolation polynomiale : calcul de h_k^ω

Raffinement des sphères : $S_{R,k} \leftarrow S_{R,k+1}$

Fin Tant que

Sorties : directivité optimale h_k^ω

4.3 Reconstruction de la puissance acoustique

Afin d'éviter l'emploi de la BEM pour le calcul des niveaux sonores en champ libre, la méthode proposée s'appuie sur la reconstruction du champ de puissance acoustique W et les niveaux associés $L_W = 10 \log(W/W_{\text{ref}})$ avec $W_{\text{ref}} = 10^{-12}$ watt. La puissance acoustique associée à une pulsation ω et à une directivité h_k^ω sera notée W_k^ω . Dans cette approche, le structure est supposée ponctuelle, c'est-à-dire que la puissance acoustique pariétale totale est moyennée et la position de la source correspond à la moyenne des coordonnées de Ω . Le champ de puissance acoustique en espace libre est approché en utilisant une décroissance des niveaux en $1/R_{\text{obs}}^2$:

$$W_k^\omega(M) = \Phi_p^\omega S_\Omega \frac{h_k^\omega(M)}{R_{\text{obs}}^2} \quad (9)$$

où Φ_p^ω correspond à la puissance acoustique surfacique calculée par la BEM, S_Ω est la surface de la structure, R_{obs} représente la distance du point M de l'espace à la source.

L'autre aspect de cette méthode concerne l'estimation de la qualité du champ de puissance

reconstruit. Dans un premier temps, le champ approché sera comparé à un calcul BEM complet. Ensuite, une estimation rapide de l'erreur consistera à appliquer la BEM sur des points d'écoutes astucieusement choisis et en très faible nombre puis de comparer les niveaux à la solution approchée. Deux ensembles de points sont envisagés dont le premier est un disque centré sur la zone de niveau sonore maximum associé à l'erreur ϵ_{disque} . Le second correspond au contour du motif détecté ∂C_k^ω associé à ϵ_{iso} . Le principe de cet estimateur est d'intégrer à la fois la forme du motif ainsi que les niveaux sonores.

5 Application au crissement

Afin d'illustrer la méthode précédente, les niveaux sonores associés à la quatrième composante du cas 2 ($\omega_4 = 2\pi(-2f_1 + f_2)$) sont reconstruits. Cette composante fréquentielle possède un rayonnement complexe et la cible à atteindre est représentée sur la Fig. 4. De plus, on ne s'intéresse qu'au rayonnement selon l'axe $+z$ et on ne considèrera donc que des demi-sphères.

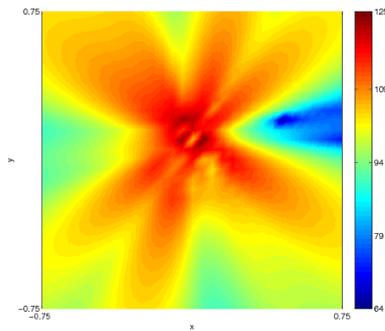


FIG. 4: Niveaux de pression acoustique par calcul BEM direct : cas 2 - $L_{p,bem}^{\omega_4}$ (dB)

5.1 Calcul de la directivité

Dans un premier temps, la directivité $h_{bem,k}^{\omega_4}$ est calculée sur la demi-sphère $S_{R,k}$ comme illustrée sur la Fig. 5. On observe que la forme est complexe mais que l'interpolation parvient à calculer efficacement la directivité.

Ensuite, le processus de raffinement des sphères est stoppé en analysant la convergence globale puis celle du motif. Sur la Fig. 6a, on peut voir l'évaluation de la directivité interpolée sur le plan d'écoute. L'interpolation polynomiale génère ici des erreurs très localisées comme pour les trois premières itérations et la convergence ne semble démarrer qu'à partir de la quatrième itération.

Comme attendu, le critère de convergence globale présente des variations très irrégulières : c'est un critère sévère qui ne permet pas d'observer la convergence (Fig. 6c).

En se concentrant sur le motif de la directivité, on peut observer l'émergence progressive des six directions de propagation (Fig. 6b). Cette observation est confirmée par l'analyse de l'erreur et de son taux

d'accroissement présentée sur la Fig. 6d. Les variations de l'erreur sont plus lisses et le taux d'accroissement indique la stabilisation du motif. Il est donc possible d'introduire les seuils $\gamma\%$ et $\gamma\delta$ pour stopper le raffinement des sphères.

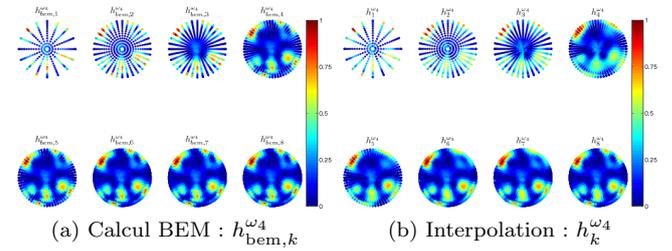


FIG. 5: Calcul de la directivité pour différentes sphères

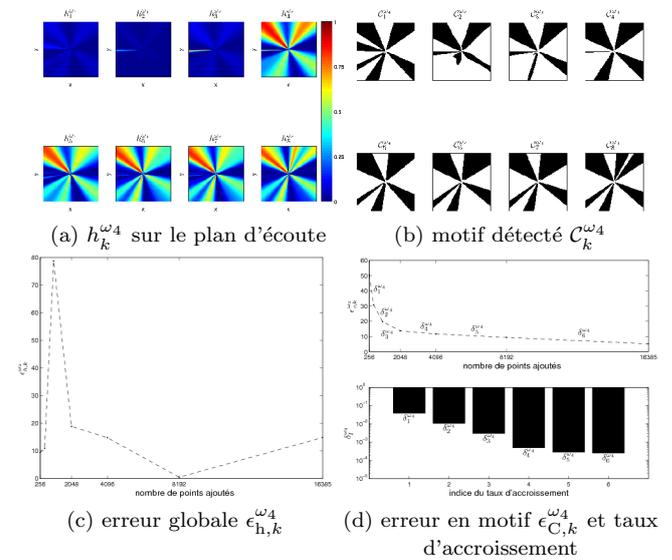


FIG. 6: Analyse de la convergence de la directivité associée à la composante ω_4 du cas 2.

5.2 Reconstruction de la puissance acoustique

Dans un second temps, on s'intéresse à la reconstruction du champ de puissance acoustique. Avec la directivité interpolée appliquée à l'Eq. 9, les niveaux de puissance acoustique associés à la quatrième composante du cas 2 sont calculés. La Fig. 7a illustre la reconstruction de $L_{W,k}^{\omega_4}$ pour chacune des directivités associées à chacune des sphères. On peut observer l'apparition de quatre lobes pour les cinq premières itérations, puis un cinquième apparaît et finalement, les six lobes attendus émergent : le motif cible de la Fig. 4 est atteint. On peut conclure de cette analyse que la méthode est capable de reconstruire des motifs complexes et d'estimer les niveaux sonores.

Cette étude a également été menée pour les autres composantes du cas 2 et les cartes de niveaux sonores sont toujours bien reconstruites. En ce qui concerne le cas 1, la méthode est toujours efficace et la convergence est beaucoup plus rapide du fait de la simplicité des motifs associés à f_1 et $2f_1$.

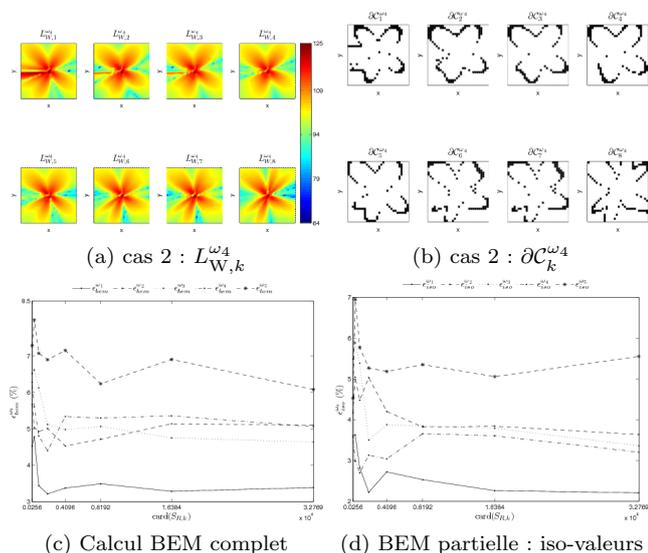


FIG. 7: Reconstruction de la puissance acoustique et estimation de l'erreur du champ reconstruit

Afin d'estimer la qualité de la reconstruction sans utiliser un calcul BEM complet, les deux critères basés sur le disque et le contour du motif sont utilisés. Concernant le contour du motif, on peut voir les contours successifs $\partial C_k^{\omega_4}$ sur la Fig. 7b. Pour chacun des ensembles (disque et iso-valeurs), la BEM est appliquée sur ces points d'échantillonnage et on compare les niveaux de pression acoustique (i.e. $L_{p,bem,k}^{\omega_4}$) aux niveaux de puissance acoustique (i.e. $L_{W,k}^{\omega_4}$).

La comparaison avec le calcul BEM complet montre que l'erreur relative est inférieure à 8% pour la composante de plus haute fréquence et que l'erreur est encore plus faible pour les basses fréquences (Fig. 7c). La BEM partielle relative au contour $\partial C_k^{\omega_4}$ permet d'avoir une excellente estimation de l'erreur sur la solution approchée $L_{W,k}^{\omega_4}$. Sur la Fig. 7d on peut voir que l'erreur est assez proche de celle associée à la BEM complète. En ce qui concerne la BEM partielle sur le disque, les résultats sont similaires aux précédents et cet estimateur permet également d'avoir une bonne estimation de l'erreur (résultats non présentés). Les résultats concernant le cas 1 ne sont pas présentés mais les résultats restent similaires.

Les cas étudiés ne permettent pas de privilégier un des deux estimateurs. En revanche, on peut tout de même conclure que l'erreur ϵ_{iso} sera adaptée au cas où la forme du motif est une information importante alors que ϵ_{disc} sera plutôt employée pour les cas où les niveaux maximums seront recherchés.

6 Conclusion

Cette étude propose une approche simplifiée pour l'estimation rapide des niveaux sonores générés lors d'un évènement de crissement. Un modèle disque/plaquette de frein à disque capable de reproduire des instabilités de couplage de modes a été développé. Les réponses dynamiques et le rayonnement acoustique à un et deux modes sont étudiés et présentent des spectres riches et des rayonnements acoustiques pouvant être très complexes.

La méthode de sélection des composantes harmoniques basée sur la vitesse quadratique moyenne permet dans un premier temps de limiter le nombre de calcul acoustique en diminuant considérablement le nombre de fréquence prédominante.

Dans un second temps, la méthode d'approximation du champ acoustique rayonné permet d'estimer rapidement les niveaux sonores en reconstruisant le champ de puissance acoustique. Le calcul de la directivité s'appuie sur un calcul BEM direct et peut donc s'avérer coûteux. Cependant, ce dernier n'est effectué qu'une seule fois et le champ rayonné peut ensuite être calculé dans tout l'espace sans utiliser la BEM. De plus, les indicateurs d'erreurs introduits montrent que la méthode est efficace.

Le couplage des deux méthodes permet d'estimer très rapidement et avec une erreur contrôlée les niveaux sonores du crissement à un et deux modes instables.

Remerciements

Les auteurs remercient le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche pour le soutien de cette recherche et l'Agence Nationale de la Recherche pour son soutien financier dans le cadre de son programme ANR-12-JS09-0009.

Références

- [1] N.M. Kinkaid, O.M. O'Reilly, and P. Papadopoulos, Numerical analysis of automotive disc brake squeal : a review, *Journal of Sound and Vibration* **1(267)**, 105–166 (2003).
- [2] H. Ouyang, N. Nack, Y. Yuan and F. Chen, Numerical analysis of automotive disc brake squeal : a review, *International Journal of Vehicle Noise and Vibration* **1(3/4)**, 207–231 (2005).
- [3] H. Lee and R. Singh, Determination of sound radiation from a simplified disk-brake rotor by a semi-analytical method *Noise Control Engineering* **52(5)** (2004).
- [4] S. Oberst, J.C.S. Lai and S. Marburg Guidelines for numerical vibration and acoustic analysis of disc brake squeal using simple models of brake systems **332(9)**, 2284–2299 (2013).
- [5] S. Marburg and B. Nolte., Computational Acoustic of Noise Propagation in Fluids, *Springer*.
- [6] K. Soobbarayan, S. Besset, and J.-J. Sinou, Noise and vibration for a self-excited mechanical system with friction, *Applied Acoustics* **74**, 1191–1204 (2013).
- [7] J.-J. Sinou, Transient non-linear dynamic analysis of automotive disc brake squeal - on the need to consider both stability and non-linear analysis, *Mechanics Research Communications* **37(1)**, 96–105 (2010).