



Simulation des ondes ultrasonores à travers des solides isotropes et des fluides en mouvement par une méthode de type "Galerkin Discontinu" : application à la débitmétrie par ultrasons

A. Luca^a, R. Marchiano^b, J.-C. Chassaing^b et J. Porré^a

^aUltraflux, Bâtiment Texas - 9 Allée Rosa Luxembourg CS 40213, 95614 Éragny Sur Oise, France

^bInstitut Jean le Rond d'Alembert-UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

a.luca@ultraflux.fr

L'objectif de ce travail est le développement d'un outil de calcul numérique permettant de simuler la propagation des ondes acoustiques à travers de multiples interfaces fluide/solide pour la mesure du débit par ultrasons. La simulation numérique se révèle être un outil précieux pour mettre en évidence la complexité des phénomènes physiques présents dans ce type de configuration. Cependant, cela requiert des méthodes numériques permettant à la fois la propagation d'ondes sur de grandes distances, la prise en compte de géométries complexes ainsi que le couplage à travers les différents milieux. Pour cela, le choix a été fait d'utiliser une méthode d'ordre élevé sur maillage non-structuré : la méthode de Galerkin discontinue. Cette méthode a été appliquée aux équations des ondes élastiques pour la partie solide et aux équations d'Euler linéarisées pour la partie fluide. Un avantage supplémentaire de cette méthode est qu'elle peut être massivement parallélisée. Pour ce faire, le code a été implémenté sur des cartes GPU (Graphical Processing Unit) au moyen d'un langage de méta-programmation CUDA. Afin de valider le code de calcul, des cas test seront présentés à la fois pour la partie fluide, le milieu solide mais également avec les deux milieux couplés. La méthode sera ensuite utilisée pour la simulation de la débitmétrie ultrasonore.

1 Introduction

La mesure de débit par ultrasons est une méthode robuste et efficace pour mesurer le débit d'un fluide qui transite dans une conduite. Elle consiste à placer deux transducteurs ultrasonores ou plus sur la conduite, générer un signal et mesurer son temps de vol à travers la conduite et dans l'écoulement [1]. En configuration *clamp-on* cette méthode peut être utilisée sans endommager la conduite et sans arrêter le processus. Ceci est un avantage important par rapport aux méthodes de mesure intrusives. Cependant, certains problèmes sont ouverts, comme la mesure du débit des gaz à basse pression, des gaz à haute température [2], des gaz à grande vitesse ou des fluides avec des profils de vitesses turbulents [3]. Dans ces cas, la simulation numérique peut apporter une meilleure compréhension des phénomènes physiques à l'intérieur du système de mesure et en conséquence peut valider ou invalider des modèles imaginés pour améliorer le système de mesure. La mesure de débit par ultrasons implique la propagation d'ondes ultrasonores (entre 1 MHz et 2 MHz) sur environ une centaine de longueurs d'onde en présence d'interfaces. Plusieurs approches ont été proposées pour simuler ce type de configuration. Kupnik et al. [2] utilise la méthode de rayons, une méthode simple mais qui ne prend pas en compte les phénomènes de diffraction. Bězdek et al. [4] utilise une méthode hybride FE-HIRM (Finite Element - Helmholtz Integral-Ray Tracing Method), une approche basée également sur la théorie des rayons.

Ce travail porte sur le développement d'un code de calcul numérique capable de simuler le trajet des ondes ultrasonores à la fois dans le transducteur, dans la conduite et dans le fluide en écoulement. Cela implique la simulation du passage des ondes par deux interfaces solide/solide et deux interfaces fluide/solide tout en tenant compte de la géométrie complexe des transducteurs, de la conduite et de l'écoulement. Afin de reproduire le plus fidèlement possible les différents phénomènes mis en jeu, il a été choisi comme modèle les équations des ondes élastiques linéaires et isotropes pour la propagation dans le milieu solide et les équations d'Euler linéarisées autour d'un écoulement moyen non-uniforme pour la propagation dans le milieu fluide. À l'interface entre les deux milieux les relations de continuité sur les contraintes et les vitesses normales sont utilisées.

Pour la discrétisation spatiale du modèle physique, la méthode de Galerkin Discontinue a été choisie. C'est une méthode d'ordre élevé qui combine les avantages de la méthode des éléments finis (approximation polynomiale de

la solution) et les avantages de la méthode des volumes finis (représentation locale et passage des flux aux interfaces) [5]. Elle permet une bonne description des géométries complexes par l'utilisation de maillages non-structurés. L'augmentation de l'ordre du schéma par l'augmentation de l'ordre des polynômes utilisés pour l'approximation de la solution locale permet de contrôler la précision. La discrétisation temporelle a été faite avec une méthode d'intégration explicite Runge et Kutta d'ordre quatre [6].

La longueur du trajet des ultrasons d'un transducteur à l'autre diffère en fonction de l'application, l'ordre de grandeur est d'une centaine de longueurs d'onde. La simulation complète d'un tel trajet est coûteuse en termes de temps de calcul. Pour répondre à cette problématique, la plupart des étapes de calcul sont parallélisées et faites sur des cartes graphiques. Ce type d'approche conduit à une baisse importante du temps de calcul et de l'énergie consommée par rapport aux CPUs classiques [7].

2 Modèle physique

L'application considérée dans ce papier consiste en un solide isotrope mis en contact avec un fluide en écoulement non-uniforme stationnaire. Le modèle physique est ainsi composé de deux systèmes d'équations. Les deux systèmes peuvent être écrits sous la forme compacte suivante (à deux dimensions) :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Aq}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Bq}}{\partial y} + \mathbf{Cq} = \mathbf{s}_a. \quad (1)$$

Le premier système d'équations correspond aux équations des ondes élastiques qui décrivent la propagation des ondes dans un solide isotrope. Il a été obtenu en partant de la loi de Hooke et de la relation déformation-déplacement [8, 9]. A deux dimensions, le vecteur \mathbf{q} des variables inconnues, $\mathbf{q} = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, u, v]^T$, est composé de σ_{xx} et σ_{yy} les contraintes normales, σ_{xy} la contrainte de cisaillement et u et v les vitesses de particules suivant les axes x et y . Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} sont les matrices Jacobiennes formées des paramètres physiques de l'espace comme les constantes de Lamé, λ et μ et la masse volumique ρ . La matrice \mathbf{C} dépend des dérivées par rapport à l'espace des matrices Jacobiennes. Elle est nulle pour des paramètres constants en espace, ce qui est souvent le cas dans les applications présentées dans le cadre de ce travail.

Le second système d'équations est constitué des équations d'Euler linéarisées autour d'un écoulement

moyen non-uniforme stationnaire [10, 11, 12]. Il décrit la propagation des ondes acoustiques dans un fluide avec écoulement. La linéarisation est faite en considérant que les variations de la masse volumique ρ , de la vitesse $\mathbf{v} = (u, v)$ et de la pression p sont petites par rapport à l'état de base du fluide. Avec cette hypothèse, les variables du modèle peuvent se décomposer sous la forme :

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}' \quad \text{et} \quad p = p_0 + p', \quad (2)$$

où $[\rho_0(\mathbf{x}), u_0(\mathbf{x}), v_0(\mathbf{x}), p_0(\mathbf{x})]$ sont les variables correspondant à l'état de base du fluide et $[\rho'(t, \mathbf{x}), u'(t, \mathbf{x}), v'(t, \mathbf{x}), p'(t, \mathbf{x})]$ sont les variables correspondant aux perturbations acoustiques. Dans ce cas, le vecteur \mathbf{q} de l'Eq. (1) s'écrit $\mathbf{q} = [\rho', u', v', p']^T$. Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{B} sont les matrices Jacobiennes du système constituées des paramètres physiques du fluide. La matrice \mathbf{C} est la matrice de réaction formée par les dérivées par rapport à l'espace des paramètres décrivant l'écoulement moyen non-uniforme. Cette matrice peut être considérée comme un terme source qui s'annule pour un écoulement moyen stationnaire uniforme. Pour les deux modèles physiques le vecteur s_a contient les sources acoustiques. Ces dernières peuvent être continues dans l'espace ou ponctuelles.

L'interface entre ces deux modèles physiques a été faite à l'aide des conditions classiques de couplage fluide/structure, la continuité des contraintes et celle des vitesses normales :

$$-pn = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n}, \quad (3)$$

où \mathbf{v}_f et \mathbf{v}_s sont respectivement les vecteurs vitesse dans le fluide et vitesse dans le solide, et $\mathbf{n} = [n_x, n_y]^T$ est le vecteur normal à l'interface.

3 Méthode numérique

La méthode numérique choisie pour la discrétisation spatiale du modèle physique est la méthode de Galerkin discontinue. Cette méthode a été proposée par Reed et Hill [13] en 1973 pour la résolution de l'équation de transport de neutron. Cette méthode associe des éléments finis indépendants et une approximation locale de la solution numérique. Dans le cadre de ce travail nous avons utilisé une approximation de type nodale à l'aide d'une combinaison linéaire de polynômes d'interpolation ne dépendant que de l'espace et appliquée à des éléments triangulaires [5]. Pour l'élément k :

$$\mathbf{q}(t, \mathbf{x}^k) \approx \mathbf{Q}^k(t, \mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{N_p} \hat{\mathbf{Q}}_n^k(t) \psi_n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{Q}^k(t, \mathbf{x}_i) l_i^k(\mathbf{x}). \quad (4)$$

L'approximation modale de la solution locale s'effectue au moyen de la base polynomiale d'ordre N , $\psi_n(\mathbf{x})$ (Eq. 4). L'approximation nodale fait intervenir les polynômes de Lagrange $l_i^k(\mathbf{x})$ sur les points \mathbf{x}_i . Le passage entre ces deux types d'approximation s'effectue au moyen de la matrice de Vandermonde généralisée [5]. N_p présent dans l'Eq. (4) est fonction de l'ordre polynomial N et représente le nombre des points d'interpolation \mathbf{x}_i . Ces points ne doivent pas être confondus avec des points de quadrature et ils doivent être choisis de telle sorte que le déterminant de la matrice de Vandermonde soit minimal [5]. Les éléments communiquent à l'aide des flux numériques définis à travers les interfaces

avec les voisins directs. La solution globale du système est formée par l'ensemble des solutions locales.

L'application de la méthode de Galerkin discontinue à partir du système d'équations (1) aboutit à la forme compacte semi-discrète suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} = \mathcal{M}_{ij}^{-1} \mathcal{S}_{ij} F - \mathcal{M}_{ij}^{-1} \mathcal{M}_\partial \{F_\partial\}^* \cdot \hat{\mathbf{n}} + S_a, \quad (5)$$

où, \mathbf{Q} est la solution numérique pour l'élément k , \mathcal{M}_{ij} est la matrice masse, \mathcal{S}_{ij} est la matrice raideur, F est le flux interne, \mathcal{M}_∂ est la matrice masse sur les frontières de l'élément, $\{F_\partial\}^* \cdot \hat{\mathbf{n}}$ est le flux numérique normal à l'interface avec les voisins directs et S_a est le terme qui contient les sources acoustiques. En développant les calculs, on montre que la matrice masse \mathcal{M}_{ij} est égale à $|J| \mathcal{M}_T$, où J est la matrice Jacobienne de la transformation affine et \mathcal{M}_T est la matrice masse sur l'élément de référence. Cette dernière est petite, facilement inversible et peut être calculée dans l'étape de prétraitement [5].

Un élément très important pour le schéma numérique repose sur le choix du flux numérique $\{F_\partial\}^* \cdot \hat{\mathbf{n}}$. Dans un premier temps le flux numérique de type Lax-Friedrichs [8] a été considéré. C'est un flux assez dissipatif mais efficace dans la majorité des applications [5]. Les conditions aux limites utilisées avec ce type de flux sont des conditions aux limites caractéristiques. Elles sont obtenues à partir de la résolution du système caractéristique des équations associé au jeu d'équations (1). Pour avoir un schéma plus précis et des conditions aux limites plus simples on peut opter pour un flux numérique de type Godunov [14]. Dans ce cas, les conditions aux limites sont similaires à celles utilisées pour les schémas de type volumes finis [8].

Les cas test réalisés pour la validation du schéma numérique nécessitent des sources acoustiques et des conditions aux limites physiques. Les sources présentées dans l'Eq. (5) sont continues dans l'espace et discrétisées sur les points du maillage. Cependant, certains cas test impliquent une source avec une distribution de Dirac δ dans l'espace. La prise en compte d'une telle source avec la méthode de Galerkin discontinue n'impose pas que l'emplacement du point source coïncide avec un des points du maillage.

La discrétisation temporelle est faite à l'aide d'une méthode explicite Runge et Kutta d'ordre quatre [6].

4 Validation

Cette section présente trois cas test destinés à valider les composants du code de calcul, respectivement, la partie solide, la partie fluide et le couplage fluide/solide.

4.1 Problème de Garvin

Le problème de Garvin [15] est un cas test classique pour la validation de la propagation des ondes élastiques dans un demi-espace solide homogène et isotrope. La solution de ce problème en 2-D pour une surface libre plate peut être calculée analytiquement [16]. Ici, pour le calcul de la solution analytique nous avons utilisé EX2DDIR, un code FORTRAN développé par Berg and If [17]. Le code est basé sur le calcul de la fonction de Green pour chaque type d'onde avec la technique de Cagniard-de Hoop. La solution

finale est obtenue par une convolution numérique entre la fonction de Green et la variation en temps du point source.

L'exemple numérique présenté ici est le même que celui considéré par Komatitsch et Vilotte [18] pour la validation de la méthode des éléments spectraux. Le milieu élastique est homogène avec $c_p = 3200 \text{ m s}^{-1}$ la vitesse de l'onde primaire, $c_s = 1847.5 \text{ m s}^{-1}$ la vitesse de l'onde secondaire et $\rho = 2200 \text{ kg m}^{-3}$ la masse volumique. L'origine du repère est situé dans le coin inférieur gauche du domaine numérique. Ce dernier a une largeur de 4000 m et une hauteur de 2000 m sur la frontière gauche. La surface libre est la frontière supérieure du modèle et elle est inclinée avec un angle de $\phi = 10^\circ$ comme illustré dans la Figure 1. Les autres trois frontières sont considérées comme transparentes.

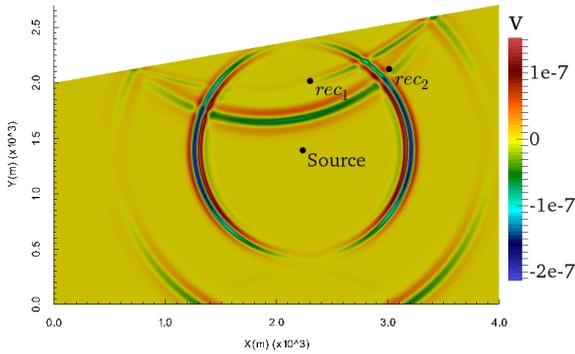


FIGURE 1 – Champ de la vitesse verticale v à $t = 0.6 \text{ s}$ généré par un point source dans un demi-espace.

Le point source est placé à l'intérieur du domaine à $\mathbf{x}_s = (2236, 1396.5) \text{ m}$. Pour la comparaison avec la solution analytique deux récepteurs sont placés en $\mathbf{x}_{rec_1} = (2307, 2018.5) \text{ m}$ et en $\mathbf{x}_{rec_2} = (3014.5, 2123) \text{ m}$. La variation temporelle du point source est définie par une ondelette de Ricker,

$$S(t) = a_1 \left(0.5 + a_2 (t - t_D)^2 \right) e^{a_2 (t - t_D)^2}, \quad (6)$$

avec $t_D = 0.08 \text{ s}$ la position temporelle du maximum de la source et $a_1 = -2000 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-2}$ et $a_2 = -(\pi f_c)^2 \text{ s}^{-2}$ les constantes qui caractérisent l'amplitude et la fréquence de l'ondelette Ricker de fréquence centrale $f_c = 14.5 \text{ Hz}$. Compte tenu de l'inclinaison de la surface libre, le terme source s_a dans l'Eq. (1) est donné par :

$$s_a = [0 \ 0 \ 0 \ -\sin(\phi) \ \cos(\phi)]^T \frac{S(t)}{\rho} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s). \quad (7)$$

Le temps total de propagation pour cette expérience numérique est de $t_{end} = 1.3 \text{ s}$. Il s'agit du temps nécessaire pour que les ondes passent par les deux récepteurs placés à l'intérieur du demi-espace. Le domaine de calcul contient 4363 éléments triangulaires. L'ordre polynomial utilisé est $N = 9$, soit 239965 degrés de liberté sur l'ensemble du maillage. Le CFL considéré est de 1. Pour arriver à t_{end} , 4264 itérations ont été faites.

Les principaux événements décrits par l'expérience numérique sont la propagation d'une onde primaire directe et réfléchiée, la propagation d'une onde secondaire et une conversion de mode onde primaire/onde secondaire. Dans la Figure 2 sont représentées les formes d'onde en vitesse captées par les récepteurs placés dans le domaine de calcul et les solutions analytiques correspondantes. L'accord entre les deux solutions est excellent.

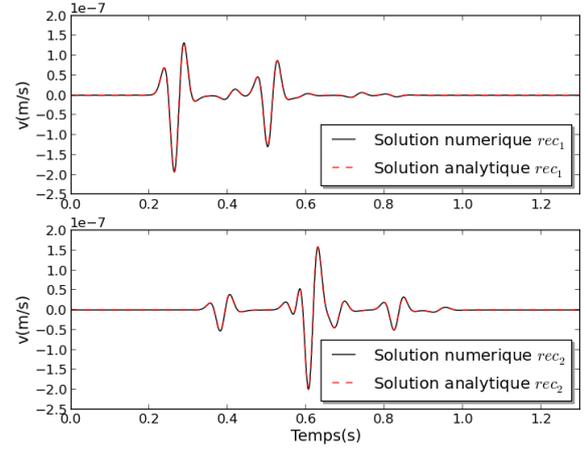


FIGURE 2 – Les solutions analytiques et numériques des vitesses tangentielles pour les deux récepteurs considérés dans le problème de Garvin.

4.2 Source de masse dans un écoulement moyen uniforme

L'objectif de ce cas test est de valider la propagation des ondes acoustiques générées par une source harmonique dans un fluide avec un écoulement moyen uniforme et stationnaire. Le cas test est celui proposé par Bailly et Juvé [10] en régime subsonique.

Le domaine numérique est un carré $[-200, 200] \times [-200, 200] \text{ m}$, avec $c_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$ la vitesse de propagation des ondes et $\rho_0 = 1 \text{ kg m}^{-3}$ la masse volumique du fluide. Dans ce cas la source acoustique est continue dans l'espace, discrétisée sur les points du maillage et elle est placée au milieu du domaine $\mathbf{x}_s = (0, 0) \text{ m}$. Elle est caractérisée par une variation sinusoïdale dans le temps et par une distribution gaussienne dans l'espace.

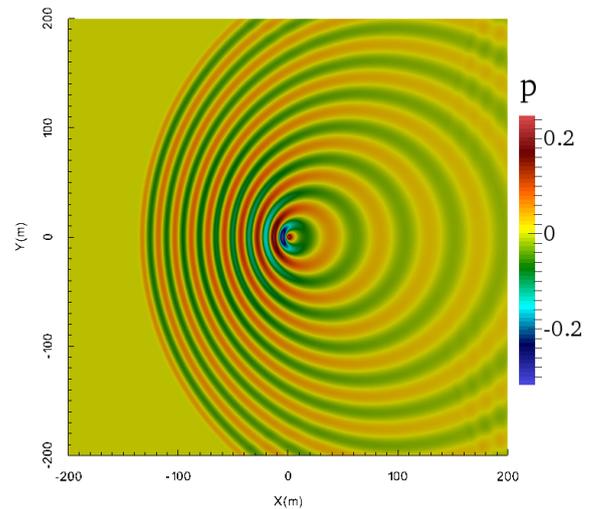


FIGURE 3 – Champ de pression à $t = 270 \text{ s}$ généré par une source harmonique dans un écoulement uniforme à $M = 0.5$.

Pour ce problème, le terme source s_a de l'Eq. (1) s'écrit,

$$s_a = [1 \ 0 \ 0 \ 1]^T \sin(2\pi f_c t) f(x, y), \quad (8)$$

où $f_c = 1/30 \text{ Hz}$ et $f(x, y) = a \exp\left\{-\frac{[(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2]}{2\sigma^2}\right\}$, avec $a = 0.5 \text{ Pa s}^{-1}$ et $\sigma = \sqrt{1/\ln 2} \text{ m}$. Le domaine de calcul a été divisé en 7646 éléments triangulaires. L'ordre des

polynômes d'interpolation utilisé est $N = 9$, soit un total de 420530 degrés de liberté. Le CFL considéré est 1. Pour arriver à $t_{end} = 270$ s, 4144 itérations ont été faites.

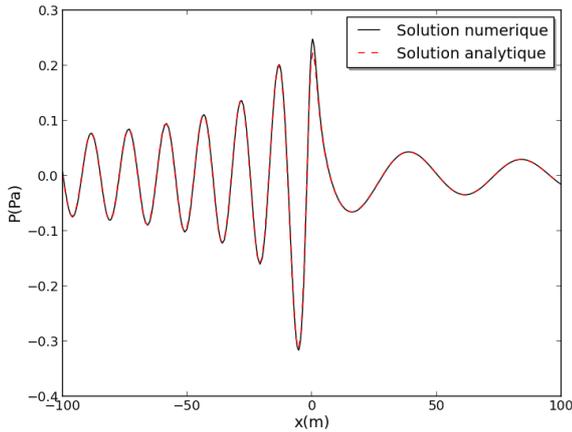


FIGURE 4 – Coupe suivant l'axe $y = 0$ des solutions analytique et numérique pour le champ de pression généré par une source harmonique dans un écoulement uniforme subsonique ($M = 0.5$) à $t = 270$ s.

La solution numérique et la solution analytique en pression sont tracées dans la Figure 4 suivant l'axe $y = 0$ à $t = 270$ s pour un écoulement uniforme avec un nombre de Mach $M = 0.5$. L'accord entre les deux courbes est très bon et ce résultat est identique à celui obtenu par Bailly et Juvé pour le même nombre de Mach.

4.3 Interface fluide/solide

Afin de valider l'implémentation de l'interface fluide/structure nous avons retenu le cas test des deux demi-espaces homogènes. Il implique un domaine acoustique et un domaine élastique en contact le long d'une interface plate. Comme pour le problème de Garvin, la solution d'un point source qui excite un domaine couplé peut être calculée analytiquement [16].

La solution analytique a été générée avec EX2DELEL, un code FORTRAN développé par Berg et If [17] basé sur la même technique que le code EX2DDIR présenté pour le problème de Garvin.

L'expérience numérique réalisée ici est similaire à celles faites par Komatitsch et al. [19] et Käser et Dumbser [20]. Le domaine de calcul est de forme rectangulaire $[-4000, 4000] \times [-3000, 3000]$ m. L'interface qui sépare le milieu acoustique ($y > 0$) du milieu élastique ($y < 0$) est considérée suivant l'axe $y = 0$. Le milieu fluide est caractérisé par la vitesse de propagation des ondes acoustiques $c_0 = 1500$ m s⁻¹ et la masse volumique du fluide $\rho_0 = 1020$ kg m⁻³. Le milieu solide est caractérisé par la vitesse de propagation des ondes primaires $c_p = 3400$ m s⁻¹, la vitesse de propagation des ondes secondaires $c_s = 1963$ m s⁻¹ et la masse volumique du solide $\rho = 2500$ kg m⁻³. Les conditions aux limites appliquées au domaine numérique sont transparentes. La source ponctuelle utilisée est une source de compression et sa variation dans le temps $S(t)$ est décrite par une ondelette de type Ricker représentée dans l'Eq. (6). Les paramètres de l'ondelette sont $t_D = 0.115$ s, $a_1 = 10^5$ kg m⁻² s⁻², $a_2 = -(\pi f_c)^2$ s⁻² et $f_c = 10$ Hz. Nous effectuons deux hypothèses de simulation afin de valider la méthode de couplage.

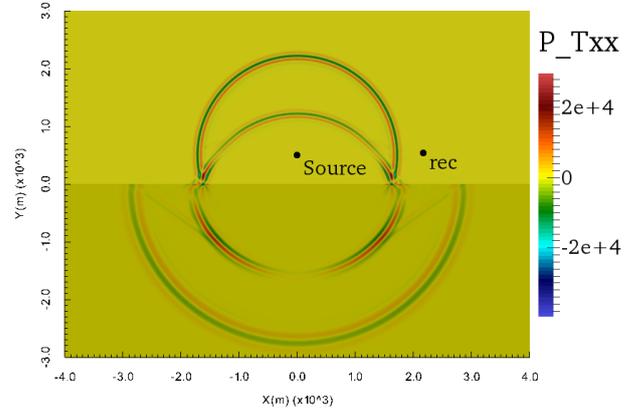


FIGURE 5 – Champs de pression (dans le fluide) et de contraintes (dans le solide) à $t = 1.25$ s générés par un point source actionnant dans un milieu fluide en contact avec un milieu solide.

Dans les deux cas le domaine de calcul a été divisé en 43404 éléments triangulaires. L'ordre des polynômes d'interpolation est $N = 4$. Le CFL considéré est 1. Pour arriver au temps final $t_{end} = 2$ s, 3214 itérations ont été faites.

Source et récepteur dans le milieu acoustique

Pour la première validation, la source est située dans le milieu fluide. Le terme source s_a dans Eq. (1) est donné par,

$$s_a = \begin{bmatrix} -1/c_0^2 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \frac{S(t)}{\rho_0} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s). \quad (9)$$

La position de la source est à $\mathbf{x}_s = (0, 500)$ m et le récepteur à $\mathbf{x}_{rec} = (2177.3, 533.33)$ m. Les principaux événements dans la partie fluide sont la propagation d'une onde de pression directe et d'une réfléchiée. L'onde de pression directe génère dans le domaine solide une onde primaire et une conversion de mode primaire/secondaire. Les formes d'onde captées par le récepteur et la solution analytique pour la même configuration sont représentées dans la Figure 6.

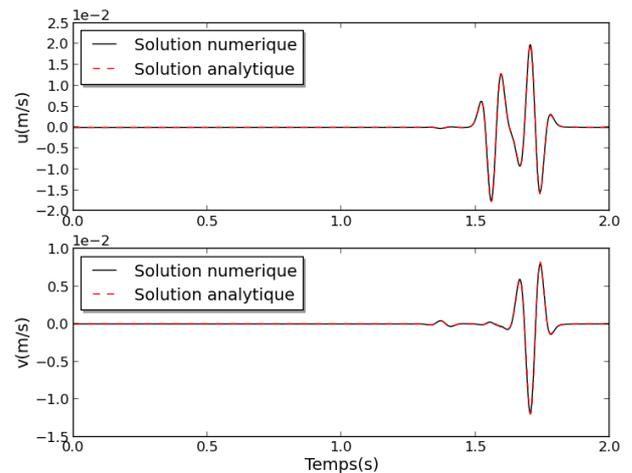


FIGURE 6 – Les solutions analytique et numérique du vecteur vitesse pour le récepteur placé dans le milieu fluide.

L'accord entre les deux solutions est très bon, le résultat étant en concordance avec celui obtenu par Käser et Dumbser.

Source et récepteur dans le milieu élastique

Dans ce cas, la source est placée à $x_s = (0, -500)m$ et le récepteur à $x_{rec} = (2177.3, -533.33)m$. Le champ s_a dans le système d'équations (1) a la même expression que celui utilisé pour le problème de Garvin, décrit par l'Eq. (7). Les signaux captés par le récepteur sont représentés dans la Figure 7. Les deux solutions se superposent parfaitement à l'exception des petites zones situées après $t = 1.5 s$ où on peut voir des artefacts dus aux conditions limites transparentes.

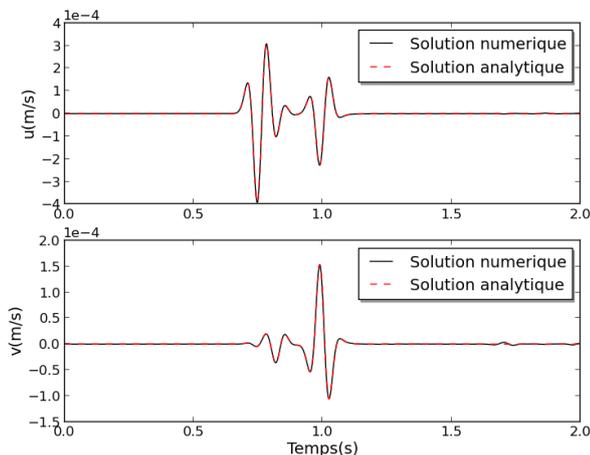


FIGURE 7 – Les solutions analytique et numérique du vecteur vitesse pour le récepteur placé dans le milieu solide.

5 Application à la débitmétrie ultrasonore en configuration *clamp-on*

Dans cette section, nous présentons la simulation 2D d'un débitmètre à ultrasons en configuration *clamp-on* pour une application eau/acier. Le domaine numérique utilisé (Figure 8) correspond au maillage d'une géométrie réaliste. Il représente la coupe longitudinale d'une section de conduite en acier remplie avec de l'eau. Elle est longue de 218 mm, a un diamètre extérieur de 64 mm et une épaisseur de 5 mm. Sur cette conduite sont montées deux sondes en PEEK avec une fréquence centrale de 1 MHz. Les paramètres physiques des trois milieux considérés dans cette simulation sont donnés dans le Tableau 1. Les conditions aux limites pour les parois extérieures de la conduite et des sondes sont de type surface libre et les extrémités gauche et droite de la conduite sont transparentes. Le signal généré par les sondes provient des points source placés sur la frontière correspondant à l'élément piézoélectrique. Les sources ne sont pas pris en compte par le terme de source dans l'Eq. (1) mais traitées comme des conditions aux limites dans le calcul du flux numérique. Le profil de vitesse de l'écoulement porteur est uniforme de la gauche vers la droite avec une valeur de $u_0 = 10 m/s$. Pour cette simulation le domaine de calcul a été divisé en 166660 éléments triangulaires et l'ordre polynomial utilisé est $N = 3$. Afin d'arriver au temps final $t_{end} = 8.0 \times 10^{-5} s$, 15508 itérations ont été faites. La Figure 8 présente le champ de pression p (partie fluide) et le champ de contrainte normale σ_{xx} (partie solide) pour les trajets aller et retour entre les deux sondes. A l'aller, le signal généré par la sonde A se propage dans le sabot, puis dans la conduite et enfin dans l'eau où il interagit avec l'écoulement

tout au long de son trajet vers la sonde B. On observe que la différence d'impédance acoustique entre le PEEK et l'acier fait qu'une partie de l'énergie du signal est réfléchiée dans la sonde.

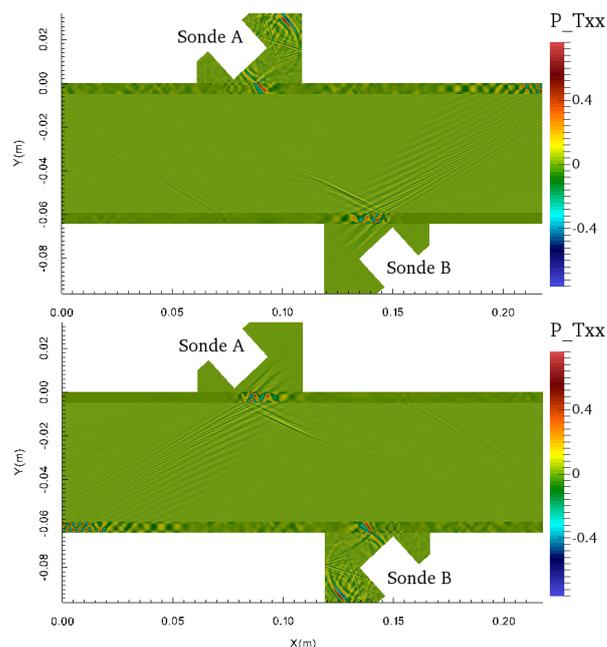


FIGURE 8 – Représentation de la pression p (milieu acoustique) et de la contrainte normale σ_{xx} (milieu élastique) associées aux ondes ultrasonores se propageant dans la section longitudinale d'un débitmètre sur le trajet sonde A - sonde B (haut) et sur le trajet sonde B - sonde A (bas) à $t = 5.52 \times 10^{-5} s$.

TABLEAU 1 – Paramètres physiques des milieux considérés pour la simulation du débitmètre à ultrason.

| Milieu | c_p (m/s) | c_s (m/s) | ρ (kg/m ³) |
|--------|-------------|-------------|-----------------------------|
| Eau | 1500 | x | 1020 |
| PEEK | 2395 | 1060 | 1360 |
| Acier | 5400 | 3200 | 7800 |

L'événement se reproduit à l'interface acier/eau où une partie du signal est transmise et l'autre partie reste dans l'épaisseur de la conduite où elle se réfléchit et génère des fronts d'ondes secondaires dans l'eau. Au retour, le parcours des ondes est similaire sauf dans le fluide où cette fois les ondes se propagent contre l'écoulement. Après analyse des signaux reçus (Figure 9) on peut extraire la durée du trajet d'aller t_{AB} et du trajet de retour t_{BA} , dans le fluide. Avec ces deux temps, les paramètres physiques des milieux de propagation et la géométrie de la conduite on peut calculer la valeur de la vitesse moyenne de l'écoulement v_m à l'aide de la formule suivante :

$$v_m = \frac{r}{\sin \alpha \cos \alpha} \left(\frac{1}{t_{AB}} - \frac{1}{t_{BA}} \right), \quad (10)$$

où r est le rayon de la conduite et α est l'angle du faisceau ultrasonore dans le fluide. Pour calculer le débit il nous reste à multiplier la vitesse moyenne calculée avec la section de la conduite, $Q = \pi r^2 v_m$. Le débit trouvé dans le cas présent est de $82.77 m^3 h^{-1}$, l'erreur étant inférieure à 0.5%.

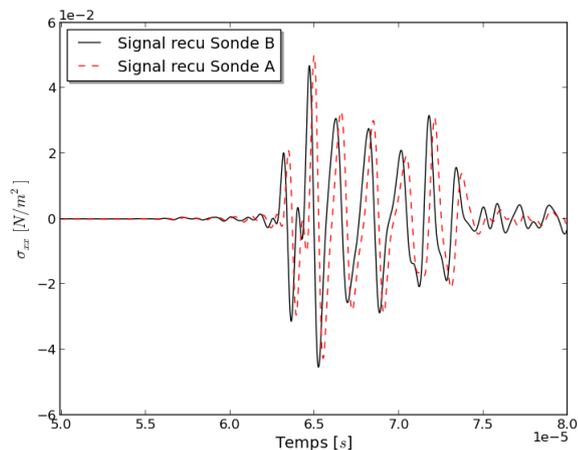


FIGURE 9 – Signaux en temps reçus par les sondes A et B décalés à cause de l'écoulement.

6 Conclusion

L'objectif de cette étude était la simulation numérique de la débitmétrie ultrasonore. Pour cela, un code de calcul d'ordre élevé sur maillage non-structuré pour la résolution des équations des ondes élastiques et des équations d'Euler linéarisées a été développé. Le code a été validé par rapport à des solutions analytiques et utilisé dans la simulation d'un débitmètre à ultrasons en configuration *clamp-on*. Le choix du modèle physique, de la méthode numérique et l'accélération du code à l'aide des cartes graphiques a conduit à un outil de simulation très prometteur pour la simulation de configurations complexes dans le domaine de la débitmétrie ultrasonore.

Remerciements

Ces recherches ont été soutenues par l'Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) dans le cadre d'une convention CIFRE.

Références

- [1] B. Iooss, C. Lhuillier, H. Jeanneau, *Numerical simulation of transit-time ultrasonic flowmeters : uncertainties due to flow profile and fluid turbulence*, *Ultrasonics*, **40**, 1009-1015 (2002).
- [2] M. Kupnik, P. O'Leary, A. Schröder, I. Rungger, *Numerical Simulation of Ultrasonic Transient-Time Flowmeter Performance in High Temperature Gas Flows*, *Ultrasonics*, 2003 IEEE Symposium, 1354-1359, (2003).
- [3] T. T. Yeh, G. E. Mattingly, *Computer simulations of ultrasonic flow meter performance in ideal and non-ideal pipeflows*, *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, 1-6, (1997).
- [4] M. Bezděk, H. Landes, A. Rieder, R. Lerch, *A coupled finite-element, boundary integral method for simulating ultrasonic flowmeters*, *IEEE*, **54**, 636-646 (2007).
- [5] J. S. Hesthaven, T. Warburton, *Nodal Discontinuous Galerkin Methods Algorithms, Analysis, and Applications*, Springer Science+Business Media, USA (2008).
- [6] S. Gottlieb, C. W. Shu, E. Todmar, *Strong Stability-Preserving High-Order Time Discretization Methods*, *SIAM Review*, **43**, 89-112 (2001).
- [7] A. Klöckner, T. Warburton, J. Bridge, J. S. Hesthaven, *Nodal discontinuous Galerkin methods on graphics processors*, *Journal of Computational Physics*, **228**, 7863-7882 (2009).
- [8] R. J. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, UK (2002).
- [9] M. Käser, M. Dumbser, *An arbitrary high-order discontinuous Galerkin method for elastic waves on unstructured meshes I : The two-dimensional isotropic case with external source terms*, *Geophysical Journal International*, **166**, 855-877 (2006).
- [10] C. Bailly, D. Juvé, *Numerical solutions of acoustic propagation problems using linearized Euler equations*, *AIAA Journal*, **38**, 22-29 (2000).
- [11] M. Dumbser, C.-D. Munz, *ADER discontinuous Galerkin schemes for aeroacoustics*, *Comptes Rendus Mécanique*, **333**, 683-687 (2005).
- [12] C. P. A. Blom, *Discontinuous Galerkin method on tetrahedral elements for aeroacoustics*, Ph.D. thesis, University of Twente, Netherlands, (2003).
- [13] W. H. Reed, T. R. Hill, *Triangular mesh methods for the neutron transport equation*, Los Alamos Scientific Laboratory Report, USA, (1973).
- [14] E. F. Toro, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics : A Practical Introduction 3rd Edition*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany (2009).
- [15] W. W. Garvin, *Exact transient solution of the buried line source problem*, *Proc. R. Soc. London Serie A*, **234**, 528-541 (1956).
- [16] W. L. Pilant, *Elastic waves in the earth*, Elsevier Scientific Publishing Company, USA (1979).
- [17] P. Berg, F. If, P. Nielsen, O. Skovgaard *Analytical reference solutions, in the book Modeling the earth for oil exploration*, editor K. Helbig, Pergamon Press, (1994).
- [18] D. Komatitsch, J.-P. Vilotte, *The spectral element method : An efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures*, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **88**, 368-392 (1998).
- [19] D. Komatitsch, C. Barnes, J. Tromp *Wave propagation near a fluid-solid interface : A spectral-element approach*, *Geophysics*, **65**, 623-631 (2000).
- [20] M. Käser, M. Dumbser, *A highly accurate discontinuous Galerkin method for complex interfaces between solids and moving fluids*, *Geophysics*, **73**, T23-T35 (2008).