

Couplage simulation directe acoustique/SEA pour la prédiction du bruit d'origine aérodynamique dans une automobile

F. Vanherpe^a et P. Lafon^b

^aPSA Peugeot Citroën, Centre Technique de Vélizy A, Route de Gisy, 78140 Velizy Villacoublay, France ^bLaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193, 1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex, France francois.vanherpe1@mpsa.com Nous utilisons dans cet article une analyse statistique énergétique (SEA) pour prédire le bruit rayonné par une plaque plane vibrante excitée par le sillage turbulent d'un rétroviseur. L'excitation aérodynamique est obtenue par une simulation directe acoustique de l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes y sont résolues par la méthode des différences finies d'ordre élevé en temps et espace. Cette simulation permet de capturer aussi bien la composante acoustique compressible que la composante aérodynamique incompressible des fluctuations de pression pariétale. Les fluctuations de pression calculées sur la surface extérieure de la plaque sont utilisées pour déterminer la puissance injectée par l'écoulement dans un modèle vibro-acoustique SEA couplant une plaque vibrante représentant un vitrage à une cavité acoustique représentant l'habitacle d'une automobile. Bien que l'amplitude de l'excitation acoustique soit très faible devant celle de l'excitation aérodynamique, sa contribution à la puissance sonore rayonnée par la plaque, portée par les modes non résonants en dessous de la fréquence de coïncidence où la puissance acoustique dans la cavité n'est pilotée que par les modes résonants.

1 Introduction

Dans le but d'améliorer le confort des passagers, deux des principales sources de bruit perçues à l'intérieur des véhicules – le bruit du moteur et le bruit de roulement (contact pneumatique/chaussée) – ont été considérablement réduites au cours des dernières décennies. Ces progrès font émerger dans les véhicules récents le bruit d'origine aérodynamique, en particulier dans les trajets de type autoroutier ou péri-urbain, pour des vitesses de circulation supérieures à 100 km/h et aux fréquences supérieures à 400 Hz.

Aujourd'hui encore, l'étude du bruit d'origine aérodynamique reste basée principalement sur des mesures réalisées en souffleries. De ce fait la mise au point aéroacoustique des véhicules s'effectue en fin de projet lorsque des prototypes sont disponibles.

Pour éviter des remises en cause tardives et pour diminuer le nombre d'essais très couteux en soufflerie, PSA Peugeot Citroën souhaite développer une filière numérique pour la prédiction du bruit d'origine aérodynamique.

Une approche possible pour construire cette filière est le couplage entre un code de mécanique des fluides instationnaire et un code vibro-acoustique de type SEA. On traite ainsi le bruit de forme, c'est-à-dire le bruit rayonnée par les parois du véhicule chargées par les fluctuations de pression pariétale dues à l'écoulement turbulent qui se développe autour de l'enveloppe extérieure du véhicule

Dans le champ de fluctuations de pression pariétale on distingue classiquement :

- Le son, directement issu de sources acoustiques engendrées par l'écoulement turbulent. Il se propage grâce à la compressibilité de l'air.
- Le pseudo-son, constitué de l'ensemble des fluctuations de pressions résultant de la convection par l'écoulement des structures tourbillonnaires.

Bien que les perturbations acoustiques liées au son soient d'amplitude faible par rapport aux perturbations aérodynamiques associées au pseudo-son, leur contribution au bruit perçu à l'intérieur du véhicule ne peut être négligée, et peut même être prépondérante, en particulier au-dessus de la fréquence de coïncidence des vitrages [11].

Afin de disposer des deux composantes du chargement pariétal, nous exploiterons les résultats d'une simulation directe acoustique réalisée avec Code_Safari [4,10]. La grande précision des schémas numériques utilisés par ce code permet en effet de capturer aussi bien la composante acoustique compressible que la composante convective incompressible des fluctuations de pression pariétale. Les vitres latérales avant sont parmi les panneaux les plus contributeurs au bruit de forme rayonné dans l'habitacle. Nous concentrerons notre étude sur le cas simplifié d'un vitrage plan excité par le sillage turbulent d'un rétroviseur [9, 11]. Ce vitrage, représenté par une plaque plane rectangulaire en appui simple, rayonne à l'intérieur d'une cavité représentant l'habitacle. L'avantage de cette configuration simplifiée est que les paramètres modaux de la plaque (fréquences propres, formes propres et facteurs de rayonnement) sont connus analytiquement. Ce n'est évidemment pas le cas lorsqu'on applique la SEA à des configurations automobiles réelles, on a alors recours à un certain nombre d'hypothèses simplificatrices dont nous souhaitons ici tester la validité.

2 Modèle SEA

Le problème du couplage vibro-acoustique entre une plaque vibrante rectangulaire en appui simple et une cavité acoustique parallélépipédique peut être traité analytiquement par la méthode modale [9]. Cette approche classique est malheureusement rapidement pénalisée en moyenne fréquence par la forte densité modale de la cavité acoustique. Il devient alors plus judicieux d'utiliser la méthode d'analyse statistique de l'énergie (SEA) qui permet une description beaucoup plus simple du problème de couplage en régime permanent. Dans un modèle SEA, le système couplé est représenté par un nombre limité de soussystèmes, un faible nombre d'équations permet donc l'analyse des échanges d'énergie entre les sous-systèmes. En contrepartie, les résultats ne sont pas aussi précis que ceux qu'on obtient avec la méthode des éléments finis par exemple. La SEA est une méthode statistique qui nécessite l'utilisation de moyennes. L'énergie d'un sous-système est en effet obtenue par intégration spatiale de l'énergie mécanique pour les structures vibrantes ou de l'énergie sonore pour les volumes acoustique. De plus, les analyses sont effectuées par bandes de fréquence (tiers d'octave par exemple), on effectue donc également des moyennes fréquentielles. Le niveau sonore dans un volume acoustique sera par exemple décrit par sa valeur quadratique moyenne dans ce volume et par bande de fréquence.

Dans le cas de la configuration simplifiée ici étudiée, le modèle SEA ne comportera que deux sous-systèmes: La plaque vibrante et la cavité acoustique (Fig. 1). Seule la plaque est excitée par l'écoulement d'air extérieur. P_1 désigne la puissance injectée par l'écoulement dans le sous-système 1, c'est-à-dire dans la plaque vibrante. P_{ii} désigne la puissance dissipée dans le sous-système *i*. P_{ij} désigne le flux de puissance du sous-système *i* vers le sous-





Le bilan de puissance (puissance injectée = puissance dissipée + puissance échangée) appliqué à chaque soussystème se traduit dans ce cas très simple par 2 équations :

$$\begin{cases} P_1 = P_{11} + P_{12} - P_{21} \\ 0 = P_{22} + P_{21} - P_{12} \end{cases}$$
(1)

La puissance dissipée dans un sous-système est reliée à son énergie W_i par l'intermédiaire de son facteur de perte interne η_i

$$P_{ii} = \omega \eta_i W_i \tag{2}$$

où ω est la pulsation centrale de la bande d'analyse. La puissance transmise au sous-système *j* par le sous-système *i* est reliée à l'énergie du sous-système *i* par l'intermédiaire du facteur de perte par couplage η_{ij}

$$P_{ij} = \omega \eta_{ij} W_i \,. \tag{3}$$

Il n'y a pas de rétroaction de la pression acoustique rayonnée dans la cavité sur les vibrations de la plaque [9] qui sont uniquement pilotées par le chargement aérodynamique extérieur. Toute la puissance acoustique rayonnée par le vitrage est dissipée dans la cavité et la puissance P_{21} transmise par la cavité à la plaque peut donc être négligée. La seconde équation du bilan de puissance se simplifie alors en

$$P_{12} = P_{22} = \omega \eta_2 W_2 \,. \tag{4}$$

Dans le sous-système 2, l'énergie acoustique est liée à la pression quadratique moyenne sur le volume V de la cavité par

$$W_2 = \frac{p_2^2 V}{\rho_0 c_0^2} \tag{5}$$

où ρ_0 est la densité de l'air et c_0 la vitesse du son dans l'air. Le niveau de pression acoustique dans la cavité s'écrit donc finalement

$$SPL = 10\log_{10}\left(\frac{p_2^2}{p_{ref}^2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{\rho_0 c_0^2 P_{12}}{\omega \eta_2 V p_{ref}^2}\right).$$
 (6)

Les différentes étapes du calcul de la puissance acoustique transmise par la plaque vibrante à la cavité P_{12} font l'objet de la section 5. Le facteur de perte interne η_2 est estimé à partir du temps de réverbération *TR* mesuré dans un habitacle automobile. Il définit l'intervalle de temps au bout lequel la pression acoustique dans la cavité diminue à un millième de sa valeur de régime établi, suite à l'arrêt de la source sonore. Cela représente une diminution du niveau sonore de 60dB. On a

$$\eta_2 = \frac{13.8}{\omega TR} \,. \tag{7}$$

Ce temps de réverbération est traditionnellement mesuré pour chaque bande de tiers d'octave.

3 Réponse vibratoire d'une plaque excitée par une distribution de pression pariétale

Nous développons dans cette section une solution analytique modale pour la réponse vibratoire d'un vitrage excitée par une couche limite turbulente. Les équations du mouvement d'une plaque mince en flexion s'écrivent dans le domaine fréquentiel

$$-\omega^2 m_s w(x, y, \omega) - i\omega C w(x, y, \omega) + D \nabla^4 w(x, y, \omega) = -p(x, y, \omega)(8)$$

où *w* est le déplacement suivant la normale de la plaque au repos, $m_s = \rho e$ est la masse surfacique de la plaque, *C* est son amortissement visqueux et *p* est la distribution de fluctuation de pression pariétale. *D* est la rigidité en flexion de la plaque donnée par

$$D = \frac{Ee^3}{12(1-v^2)}$$
(9)

où *E*, *e* et ν sont respectivement le module d'Young, l'épaisseur et le coefficient de poisson de la plaque. ∇^4 est un opérateur d'espace linéaire d'ordre 4.

Dans le cas d'une structure faiblement amortie, on peut rechercher une solution sous forme d'un développement modal

$$w(x, y, \omega) = \sum_{M=1}^{\infty} a_M(\omega) w_M(x, y)$$
(10)

où chaque mode propre est solution de l'équation conservative

$$\nabla^{4} w_{M}(x, y) - k_{M}^{4} w_{M}(x, y) = 0$$
 (11)

et où k_M est le nombre d'onde associé à la fréquence propre ω_M du mode

$$\omega_M = \sqrt{\frac{D}{m_s}} \times k_M^2 \,. \tag{12}$$

Ces vecteurs propres forment une base orthogonale et sont normés par

$$\int_{A} w_N(x, y) w_M(x, y) dx dy = \delta_{MN} A$$
(13)

où A est la surface de la plaque et δ_{MN} le symbole de Kronecker. Ils permettent de définir les composantes modales P_M du chargement pariétal

$$P_M(\omega) = \frac{1}{A} \int_A p(x, y, \omega) w_M(x, y) dx dy , \qquad (14)$$

qui sont reliées aux déplacement modaux par l'intermédiaire de l'admittance modale

$$Y_{M}(\omega) = \frac{v_{M}(\omega)}{P_{M}(\omega)} = \frac{-i\omega a_{M}(\omega)}{P_{M}(\omega)} = \frac{i\omega}{m_{s}(\omega_{M}^{2} - \omega^{2} - i\eta_{M}\omega_{M}\omega)}$$
(15)

Dans le cas d'une plaque plane rectangulaire en appui simple, les modes propres sont donnés par

où *m* et *n* représentent l'ordre des modes suivant les axes *x* et y. Les nombres d'onde associés k_m et k_n vérifient

$$k_M^2 = k_{mn}^2 = k_m^2 + k_n^2 = \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2.$$
 (17)

Pour se rapprocher d'un vitrage automobile, nous choisissons une plaque de verre trempé rectangulaire d'épaisseur e=3.5mm dont la surface A est égale à celle de la partie visible d'une vitre latérale avant de Citroën C3 $(A=0.27\text{m}^2, L_x=0.77\text{m}, L_y=0.35\text{m}, \text{voir Fig. 4}).$

4 Simulation directe acoustique

L'approche classique pour la prédiction du bruit d'origine aérodynamique est basée historiquement sur les analogies acoustiques. Le problème est alors résolu en deux étapes successives :

- Le calcul de mécanique des fluides pour prédire l'écoulement.
- Le calcul des sources acoustiques à partir des données aérodynamiques et de leur propagation dans l'écoulement.

La simulation directe acoustique en revanche permet d'obtenir en un seul calcul les champs aérodynamique et acoustique. Elle ne repose sur aucune modélisation des sources sonores. Cette approche nécessite en contrepartie des schémas numériques extrêmement précis afin de capter les fluctuations acoustiques faiblement énergétiques. Elle reste donc souvent limitée à des configurations académiques simples. Code Safari [4] a été développé par Electricité de France pour étendre la simulation directe acoustique à des géométries plus complexes. Il permet de résoudre par la méthode des différences finies les équations de Navier-Stokes compressibles en trois dimensions, à l'aide de schémas d'ordre élevé, sur un ensemble de grilles structurées curvilignes. L'utilisation de la technique des maillages recouvrant ou « chimère » permet la modélisation de configurations complexes [10]. La communication entre les différents maillages élémentaires est réalisée à l'aide d'interpolations d'ordre élevé. Par ailleurs, une stratégie de modélisation de la turbulence basée sur un filtrage sélectif des variables de l'écoulement rend possible l'étude par «Simulations des Grandes Échelles» (LES) de configurations d'écoulement réalistes à haut nombre de Reynolds sans utilisation de modèles de sous-maille.

Code Safari a permis par exemple la simulation du sillage turbulent d'un rétroviseur automobile au-dessus d'un plan. La vitesse moyenne de l'écoulement simulé est de 40 m/s et sa durée est de 0.32s avec un pas de temps de $\Delta t = 0.34 \times 10^{-6}$ s.

Pour représenter la géométrie du rétroviseur, 23 maillages élémentaires structurés ont été utilisés (Fig. 2).



CFA 2014 Poitiers



Figure 2 : Les 23 maillages élémentaires du maillage composite utilisé pour le rétroviseur

Le reste du domaine de calcul où s'écoule l'air est modélisé par 6 maillages volumiques (Fig. 3).



Figure 3 : Domaine de calcul

Seul le champ de pression pariétal en aval du rétroviseur est exploité. Pour diminuer la taille de la base de données à manipuler, on ne conserve qu'une fenêtre temporelle sur 240, ce qui conduit à une fréquence d'échantillonnage F_s =21008.4 Hz et 6654 fenêtres temporelles. Ces données allégées peuvent être traitées selon le critère de Shannon jusqu'à $F_s/2$, ce qui est suffisant puisque la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations de pression pariétale calculées s'écroule avant 10000Hz.



Figure 4: Champ de pression pariétale interpolée et position du vitrage plan

Seule la projection du champ de pression pariétale interpolée sur la surface de la vitre plane est finalement utilisée pour le chargement du modèle vibro- acoustique de type SEA.

Puissance acoustique rayonnée par 5 le vitrage dans la cavité

Dans le cas d'un fluide léger comme l'air, on peut négliger le couplage intermodal, la DSP acoustique rayonnée par cette plaque dans la cavité peut s'écrire comme la somme des contributions de chacun de ses modes

où σ_M est le facteur de rayonnement modal et $|v_M|^2$ est la DSP de la vitesse modale. La contribution d'un mode peut être exprimée en utilisant l'admittance modale Y_M définie par l'Eq. (15), comme le produit de 3 termes

$$\pi_M(\omega) = \rho_0 c_0 A \sigma_M |Y_M|^2 |P_M|^2 . \tag{19}$$

Le premier terme σ_M (Fig. 5) est l'expression du couplage entre le mode et la cavité acoustique. Il a été estimé par Wallace [12] en utilisant l'intégrale de Rayleigh pour une plaque plane rectangulaire en appui simple.



Figure 5: Facteur de rayonnement modal pour une plaque rectangulaire en flexion pure (d'après Wallace [12])

Le second terme (Fig. 6) correspond à l'amplitude de l'admittance modale et mesure le couplage fréquentiel du mode. Il est piloté par l'amortissement modal lorsqu'un mode est résonant ($\omega \approx \omega_M$).



Figure 6 : Amplitude de l'admittance modale pour différents amortissements modaux (η_M =0%, 5% and 10%)

Le dernier terme $|P_M|^2$ traduit le degré de couplage spatial entre la forme du mode et le champ d'excitation pariétale. Il peut être estimé directement à partir des résultats de la simulation directe acoustique. La composante modale de la pression pariétale P_M est tout d'abord obtenue par intégration des fluctuations de pression pariétale pondérée par la forme modale sur la surface du vitrage suivant l'Eq. (14).

On obtient ainsi un signal temporel de 0.32s échantillonné à F_s =21008.4 Hz. La DSP de ce signal

 $|P_M(\omega)|^2$ est ensuite estimée par la méthode de Welch, en moyennant des périodogrammes d'une longueur de 1024 échantillons, pondérés par une fenêtre de Hanning, avec un recouvrement de 50%.

Dans une configuration automobile réelle, on ne peut plus utiliser directement l'Eq. (18) car les propriétés modales des vitrages ne sont pas connues. Les hypothèses utilisées pour s'en affranchir sont étudiées dans les différents paragraphes de cette section.

5.1 Modes résonnants et non résonnants

La SEA est une approche statistique où les résultats sont toujours donnés par bande de fréquence (octave, tiers d'octave). La puissance acoustique rayonnée dans la bande d'analyse $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ est obtenue par intégration

$$P(\overline{\omega}) = \int_{\omega_{1}}^{\omega_{1}} \pi(\omega) d\omega = \sum_{M=1}^{\infty} \rho_{0} c_{0} A \int_{\omega_{1}}^{\omega_{1}} \sigma_{M} |v_{M}|^{2} d\omega \qquad (20)$$

où $\overline{\omega}$ est la fréquence centrale de cette bande. Il convient pour poursuivre l'analyse de distinguer les modes résonnants des modes non résonnants. Les modes résonnants sont ceux qui appartiennent à la bande d'analyse $(\omega_1 < \omega_2 < \omega_2)$. Ils seront numérotés de M_1 à M_2 . Tous les autres modes qui sont à l'extérieur de la bande d'analyse sont non résonnants. Bien que l'admittance modale des modes résonnants soit forte par rapport à celle des modes non résonnants, la contribution des modes non résonnants au bruit de forme automobile ne doit pas être négligée. En dessous de la fréquence de coïncidence du vitrage f_c , les modes non résonnants peuvent en effet rayonner efficacement $(k_M < k_0; \sigma_M \approx 1)$ alors que les modes résonnants ont un facteur de rayonnement faible ($k_0 < k_M$; $\sigma_M << 1$). Lorsque la bande d'analyse est au-dessus de f_c ou la contient, le rayonnement des modes résonnants devient efficace, ils sont alors les seuls contributeurs au bruit rayonné dans la cavité. La puissance acoustique rayonnée par le vitrage est alors la somme de deux contributions

$$P(\overline{\omega}) = \rho_0 c_0 A \sum_{\substack{M \\ k_M < k_0}} \int_{\omega_1}^{\omega_1} \sigma_M |v_M|^2 d\omega + \rho_0 c_0 A \sum_{M_1}^{M_2} \int_{\omega_1}^{\omega_1} \sigma_M |v_M|^2 d\omega$$
(21)
modes non résonnants modes résonnants

où le premier terme n'est à prendre en compte qu'en dessous de la fréquence de coïncidence du vitrage.

5.2 Facteurs de rayonnement

Les facteurs de rayonnement modaux utilisés dans cet article sont obtenus par intégration numérique de la formule théorique donnée par Wallace [12] pour une plaque plane rectangulaire bafflée en appui simple (Fig. 5).

La première hypothèse courante en SEA qui a été testée est l'utilisation d'un facteur de rayonnement moyen $\langle \sigma \rangle$ pour les modes résonnants. Plusieurs formulations de $\langle \sigma \rangle$ ont été comparées [11] à la valeur moyenne des facteurs de rayonnement modaux calculés par la formule de Wallace. En fonction de la position de la bande de fréquence d'analyse [$f_1 f_2$] par rapport à la fréquence f_c de coïncidence du vitrage on choisira :

- La formulation de Maidanik [8] lorsque $f_2 < fc$,
- La formulation de Cremer and Heckl [3] lorsque $f_1 < f_c < f_2$,

- La formulation de Leppington et al. [7] ou celle de Maidanik [8] qui sont équivalentes lorsque $f_l > f_c$.

L'estimation du facteur de rayonnement est plus simple pour les modes non résonnants puisqu'on ne conserve que ceux qui rayonnent efficacement, c'est-à-dire ceux pour lesquels $\sigma_M \approx 1$. Il suffit alors de conserver tous les modes tels que $k_M \leq k_0$ avec $k_0 = \omega_2/c_0$.

La puissance acoustique rayonnée par le vitrage dans la bande d'analyse $[\omega_1 \ \omega_2]$ s'écrit donc finalement

$$P(\overline{\omega}) = \rho_0 c_0 A \sum_{\substack{M \\ k_M \le k_0}} \int_{\omega_1}^{\omega_1} |v_M|^2 d\omega + \rho_0 c_0 A \langle \sigma \rangle \sum_{M_1}^{M_2} \int_{\omega_1}^{\omega_1} |v_M|^2 d\omega \quad (22)$$

En approchant les facteurs de rayonnement modaux de la sorte, on ne commet qu'une erreur très faible par rapport à la formulation exacte de l'Eq. (21). La différence n'est sensible que pour les tiers d'octave situés en dessous de la fréquence de coïncidence et reste inférieure à 2 dB.

5.3 Admittance modale

Dans le cas général où on ne connait pas les propriétés modales du vitrage, d'autres hypothèses doivent encore être introduites pour calculer la valeur quadratique moyenne de la vitesse modale. Nous allons ainsi supposer que la DSP du chargement pariétal $|P_M|^2$ reste quasiment constante dans la bande de fréquence d'analyse, ce qui nous permet d'écrire

$$\overline{v_M^2} = \int_{\omega_1}^{\omega_1} |v_M|^2 d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_1} |Y_M|^2 |P_M|^2 d\omega \approx |P_M(\overline{\omega})|^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} |Y_M|^2 d\omega .$$
(23)

Il est alors nécessaire d'estimer la valeur quadratique moyenne de d'admittance modale.

Dans le cas des modes résonnants, $|Y_M|^2$ a un pic très prononcé autour de ω_M (Fig. 6). En supposant que la bande passante de ce pic est faible par rapport à la bande d'analyse ($\eta_M \omega_M \ll \Delta \omega$), on montre que la valeur de l'intégrale est pilotée par l'amortissement modal [5] :

$$\int_{\omega_{\rm b}}^{\omega_{\rm c}} |Y_M|^2 d\omega \approx \frac{\pi}{2m_s^2 \eta_M \omega_M} \approx \frac{\pi}{2m_s^2 \overline{\eta} \overline{\omega}} \,. \tag{24}$$

Nous utiliserons dans ce travail pour $\bar{\eta}$ l'amortissement mesuré par Bloss et Rao [2] par la méthode de la puissance injectée dans le cas d'une vitre latérale de voiture.

Pour les modes non résonnants, la bande d'analyse est située de part et d'autre du pic, l'amortissement ne joue plus aucun rôle (Fig. 6). La moyenne quadratique de l'admittance peut alors être estimée par

$$\overline{Y_M^2} = \int_{\omega_l}^{\omega_2} |Y_M|^2 d\omega \approx \frac{1}{m_s^2} \int_{\omega_l}^{\omega_2} \frac{\omega^2}{(\omega_M^2 - \omega^2)^2} d\omega$$

$$\approx \frac{1}{m_s^2 \omega_M} \int_{\omega_l/\omega_M}^{\omega_2/\omega_M} \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha^2)^2} d\alpha \approx \frac{I(\omega_M)}{m_s^2 \omega_M}.$$
(25)

L'expression analytique de $I(\omega_M)$ peut être obtenue par une simple intégration par partie. La puissance acoustique rayonnée par le vitrage dans la bande d'analyse $[\omega_1 \ \omega_2]$ devient

$$P(\overline{\omega}) = \rho_0 c_0 \frac{A}{m_s^2} \sum_{\substack{M \\ k_M \le k_0}} \frac{I(\omega_M)}{\omega_M} |P_M(\overline{\omega})|^2 + \rho_0 c_0 \frac{\pi A \langle \sigma \rangle}{2m_s^2 \overline{\eta} \, \overline{\omega}} \sum_{M_1}^{M_2} |P_M(\overline{\omega})|^2.$$
(26)

5.4 Densité spectrale de puissance de la pression modale

La DSP de la pression modale est reliée à la DSP des fluctuations de pression pariétale par la relation [1,6]

$$\left|P_{M}(\omega)\right|^{2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int \left|p(k_{x},k_{y},\omega)\right|^{2} \left|S_{M}(k_{x},k_{y})\right|^{2} dk_{x} dk_{y}$$
(27)

où S_M est la transformée de Fourier spatial de la forme propre w_M

$$S_{M}(k_{x},k_{y}) = \frac{1}{A} \iint_{A} w_{M}(x,y) e^{-ik_{x}x - ik_{y}y} dxdy .$$
(28)

Hwang et Maidanik [6] ont calculé l'expression analytique la fonction de sensibilité $|S_M(k_x, k_x)|^2$. Elle présente des lobes principaux autours de $k_x = \pm k_m$ et $k_y = \pm k_n$ dont les largeurs $\Delta k_x = 4\pi/L_x$ et $\Delta k_y = 4\pi/L_x$ sont relativement faibles dans le cas d'un vitrage automobile où les longueurs L_x et L_y sont grandes. La DSP de la pression pariétale peut être considérée comme constante dans cette bande et la fonction de sensibilité agit alors comme un peigne de Dirac. La DSP de la pression modale peut donc être approchée par

$$|P_{M}(\omega)|^{2} = \frac{(2\pi)^{2}}{4A} \times \begin{bmatrix} |p(k_{m}, k_{n}, \omega)|^{2} + |p(k_{m}, -k_{n}, \omega)|^{2} \\ + |p(-k_{m}, -k_{n}, \omega)|^{2} + |p(-k_{m}, k_{n}, \omega)|^{2} \end{bmatrix}$$
(29)

et peut être numériquement estimée à partir de la DSP des fluctuations de pression pariétales dans l'espace des nombres d'onde [10]. Cependant les nombre d'ondes des modes k_m et k_n ne sont en général pas connus dans le cas de structures industrielles. Une des hypothèses de la SEA est de considérer que l'énergie est répartie de manière égale sur l'ensemble des modes résonnants. La puissance acoustique rayonnée par ces modes peut alors s'écrire

$$P(\overline{\omega}) = \rho_0 c_0 \frac{\pi 4 \langle \sigma \rangle}{2m_s^2 \overline{\eta} \,\overline{\omega}} \sum_{M_1}^{M_2} |P_M(\overline{\omega})|^2 = \rho_0 c_0 \frac{\pi 4 \langle \sigma \rangle}{2m_s^2 \overline{\eta} \,\overline{\omega}} N \langle |P_M(\overline{\omega})|^2 \rangle \tag{30}$$

où *N* représente le nombre de modes résonnants et $\langle |P_M(\overline{\omega})|^2 \rangle$ la DSP moyenne de la pression modale. En supposant une forte densité modale, Davies [5] propose de remplacer la moyenne sur les modes résonnants par une moyenne spatiale dans l'espace des nombres d'onde. La bande d'analyse est considérée comme suffisamment étroite pour que tous les modes résonnants vérifient $k_M \approx k_p$ avec $k_m = k_p \cos\theta$ et $k_n = k_p \sin\theta$. La valeur moyenne de la DSP de la pression modale est alors estimée par l'intégrale

$$\left\langle \left| P_M(\overline{\omega}) \right|^2 \right\rangle = \frac{(2\pi)^2}{4A} \frac{1}{2\pi k_p} \int_0^{2\pi} \left| p(k_p, \theta, \overline{\omega}) \right|^2 k_p d\theta$$
(31)

à partir de la DSP des fluctuations de pressions pariétale, sans utiliser les propriétés modales de la plaque.

Cependant, l'hypothèse de forte densité modale n'a que peu de sens en dessous de 1000Hz, où le nombre de modes par tiers d'octave est trop faible (N < 5). Le remplacement de la moyenne discrète par une intégration continue n'a donc de sens qu'au-dessus de 1000Hz. Mais il devient alors difficile de considérer que tous les modes résonnants aient le même nombre $k_M \approx k_p$ (voir Fig. 7). En effet lorsque la fréquence augmente, la largeur de la bande d'analyse Δk devient supérieure à l'espacement entre les modes ($\pi/L_x \approx 4$, $\pi/L_v \approx 9$).

$$\rho_{0}c_{0}\frac{A}{m_{s}^{2}}\sum_{\substack{k_{M} \leq k_{0} \\ k_{M} \leq k_{0}}}\frac{I(\omega_{M})}{\omega_{M}}|P_{M}(\overline{\omega})|^{2}$$

$$=\rho_{0}c_{0}\frac{A}{m_{s}^{2}}\frac{(2\pi)^{2}}{4A}\sum_{\substack{k_{M} \leq k_{0} \\ k_{M} \leq k_{0}}}\frac{I(\omega_{M})}{\omega_{M}}\left[\frac{|p(k_{m},k_{n},\omega)|^{2} + |p(k_{m},-k_{n},\omega)|^{2}}{|p(-k_{m},-k_{n},\omega)|^{2} + |p(-k_{m},k_{n},\omega)|^{2}}\right]$$
(32)

Si le nombre de modes non résonnant est suffisamment élevé, c'est-à-dire s'il y a suffisamment de points à l'intérieur du quart de disque vert de la Fig. 7, cette somme peut être elle aussi estimée à partir d'une intégrale.



Figure 7: Position des modes propres dans l'espace des nombres d'onde pour une plaque rectangulaire en appui simple -f=2500Hz

En utilisant la formule du point milieu avec des rectangles de surface $(\pi/L_x) \times (\pi/L_y)$, l'intégrale pondérée de la DSP des fluctuations de pression pariétale s'écrit

$$\int_{0}^{k_{c} 2\pi} \frac{I(\omega)}{\omega} |p(k,\theta,\overline{\omega})|^{2} k dk d\theta \approx \sum_{\substack{M \\ k_{M} \leq k_{0}}} \frac{I(\omega_{M})}{\omega_{M}} |P_{M}(\overline{\omega})|^{2}$$

$$\approx \frac{\pi^{2}}{L_{x}L_{y}} \sum_{\substack{M \\ k_{M} \leq k_{0}}} \frac{I(\omega_{M})}{\omega_{M}} \left[\frac{|p(k_{m},k_{n},\overline{\omega})|^{2} + |p(k_{m},-k_{n},\overline{\omega})|^{2}}{+ |p(-k_{m},-k_{n},\overline{\omega})|^{2} + |p(-k_{m},k_{n},\overline{\omega})|^{2}} \right].$$
(33)

Dans l'intégrande, ω est relié à k par la relation de dispersion de la plaque. La puissance acoustique rayonnée par les modes non résonnants peut donc elle aussi être estimée à partir DSP des fluctuations de pressions pariétale, sans utiliser les propriétés modales de la plaque. On va néanmoins se heurter au même type de limitations que pour le cas des modes résonnants, le nombre de modes non résonnants tels que $k_M < k_0$ n'est en effet supérieur à 10 qu'à partir de 1000Hz. Le remplacement de la somme discrète par une intégration continue n'a donc que peu de sens audessous de 1000Hz.

6 Conclusion

Dans le cas d'une plaque vitrée excitée par le sillage turbulent d'un rétroviseur, couplée à une cavité acoustique, nous avons étudié différentes hypothèses pour la prédiction par SEA de la puissance acoustique rayonnée dans la cavité. S'il semble possible de s'affranchir de la connaissance des facteurs de rayonnement modaux (§5.2) de la plaque ainsi que des admittances modales (§5.3), il apparaît plus difficile d'estimer les statistiques sur les composantes modales de la pression pariétale (§5.4) sans connaissance des propriétés modales de la structure vibrante.

Références

- [1] W. K. Blake, *Mechanics of flow-induced sound and vibration*, Academic Press (1986)
- [2] B. Bloss. and M. D. Rao, Measurement of Damping In Structures by the Power Input Method, *Experimental Techniques*, 26, Issue 3, 30-32 (2002)
- [3] I. Cremer and M. Heckl, Structure borne Sound: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies, 2nd edition, Springer Verlag, Berlin (1988)
- [4] F. Daude, J. Berland, T. Emmert, P. Lafon, F. Crouzet, C. Bailly, A high-order finite-difference algorithm for direct computation of aerodynamic sound, *Computers* & *Fluids* 61, 46-63 (2012)
- [5] H. G. Davies, Sound from Turbulent-Boundary-Layer-Excited panels, *Journal of the Acoustical Society of America* 49, issue 3B, 878-889 (1971)
- [6] Y. F. Hwang and G. Maidanik, A Wave Number Analysis of the Coupling of a Structural Mode and Flow Turbulence, *Journal of Sound and Vibration* 142, 135-152 (1990)
- [7] F. G. Leppington, E. G Broadbent and K. H. Heron, The acoustic radiation efficiency of rectangular panels, *Proceedings of the Royal Society of London A* 382, no. 1783, 245-271 (1982)
- [8] G. Maidanik, Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields, *Journal of the Acoustical Society of America* 34, Issue 6, 809-826 (1962)
- [9] L. Olivas Duarte, P. Lafon, F. Van Herpe, Sound vs. Pseudo-sound Contributions to the Wind Noise, 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA paper 2012-2207 (2012)
- [10] F. Van Herpe, M. Bordji, D. Baresh, P. Lafon, Wavenumber-Frequency Analysis of the Wall Pressure Fluctuations in the Wake of a Car Side Mirror, 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA paper 2011-2936, (2011)
- [11] F. Van Herpe, P. Lafon, G. Lobel, Estimation of Automotive Wind Noise by Coupling Direct Noise Computation to Statistical Energy Analysis, 19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA paper 2013-2227 (2013)
- [12] C. E. Wallace, Radiation Resistance of a Rectangular Panel, *Journal of the Acoustical Society of America* 51, Issue 3B, 946-952 (1972).