Gap d'hybridation dans un cristal phononique 1D constitué de matériaux piézoélectriques

S.A. Mansoura[a], B. Morvan[a], P. Maréchal[a], J. Vasseur[b], A.-C. Hladky-Hennion[b] et B. Dubus[c]

[a]Université du Havre, LOMC, CNRS UMR 6294, 75 rue Bellot CS 80540, 76600 Le Havre, France
[b]IEMN, Lille, UMR 8520 CNRS, ISEN, 41 Boulevard Vauban, 59046 Lille, France
[c]IEMN, Lille, UMR 8520 CNRS, ISEN, 41 Boulevard Vauban, 59800 Lille, France
sid-ali.mansoura@univ-lehavre.fr

Les cristaux phononiques (CP) sont des structures composées d'arrangements périodiques d'un motif sur une ou plusieurs directions. La propagation d'ondes ultrasonores dont la longueur d'onde comparable à la dimension du motif est marquée par des bandes interdites (dites "gap de Bragg"). La transmission au travers de ces structures est alors considérablement atténuée dans ces bandes de fréquence. L'introduction d'éléments actifs dans le CP a pour but de commander leurs propriétés effectives. En effet, il est possible de moduler les propriétés du matériau actif par une action externe afin de modifier la structure de bandes du CP et de développer des nouvelles fonctionnalités. Dans cette étude les inclusions actives considérées sont piézoélectriques et sont le siège d'un couplage électromécanique. La propagation des ondes au sein de ces matériaux est alors affectée par les conditions aux limites électriques imposées. Le CP considéré est unidimensionnel et sa cellule élémentaire comporte un matériau piézoélectrique. Les courbes de dispersion calculées en utilisant la relation de Bloch-Floquet montrent des variations si une impédance inductive est connectée aux bords de l'élément piézoélectrique. En fonction de l'inductance considérée, des gaps d'hybridation sont obtenus dans la structure de bandes théoriques du CP.

1. Introduction

Ces dernières années ont vu apparaître de nombreuses applications des cristaux phononiques (CP) : filtres [1], guides d'ondes [2], collimateur de faisceau [3], lentille super résolution [4]... Ces applications reposent toutes sur des propriétés inhabituelles de dispersion des ondes acoustiques se propageant dans les CP. En effet, la structure de bande d'un CP, qui donne les courbes de dispersion dans les différentes directions de propagation, montre des bandes de fréquences interdites ou des branches dont les vitesses de groupes et de phases sont opposées. Ces propriétés sont liées à l'arrangement géométrique, la nature (masse volumique, constantes élastiques) des inclusions et de la matrice qui constituent le CP. Moduler ces paramètres permet de rendre adaptable en fréquence le CP. En d'autres termes ceci consiste à changer la dispersion des ondes en déplaçant des bandes interdites fréquentielles.

Différentes approches ont été proposées par exemple en modifiant l'orientation d'inclusions parallélépipédiques [5] au sein d'un CP. Huang [6] a étudié également l'influence de la température sur la position des bandes interdites. D'autres études ont été menées sur le contrôle des structures de bandes dans des guides d'ondes bidimensionnels [7]. Dans un autre contexte, l'utilisation de patches piézoélectriques sur des plaques minces permet de modifier les conditions aux limites électriques sur les patches, ce qui provoque la formation de résonance locale au sein du gap de Bragg [8]. Le contrôle actif de la propagation des ondes acoustiques de flexion sur des poutres a montré que l'adaptation de la connectivité de matériaux piézoélectriques collés sur une poutre, apporte des changements sur sa structure de bandes interdites [9,10]. La mise en œuvre pratique de ces méthodes pose cependant des problèmes. Des solutions basées sur un contrôle extérieur des propriétés du CP ont alors été proposées. Ces solutions reposent sur l'utilisation de matériaux actifs, tels que les matériaux magnétostrictifs [11] ou piézoélectrique [12].

Dans ce papier, nous poursuivons les travaux réalisés par S. Degraeve [13,14]. Ce dernier a montré qu'il était possible de moduler considérablement les propriétés d'un CP constitué d'une alternance de couches piézoélectriques et de couches élastiques en modifiant les conditions aux limites électriques des inclusions actives. En se basant sur les équations de la piézoélectricité, nous présentons le modèle analytique permettant d'obtenir la relation de dispersion de la structure étudiée. Nous nous focalisons sur l'ajout d'une charge inductive et les conséquences sur la propagation des ondes ultrasonores dans le CP. Des résultats expérimentaux complètent cette étude.

2. Approche analytique

2.1 Relation de dispersion

La structure étudiée est constituée d'un empilement périodique de plaques dont la cellule élémentaire est donnée sur la Figure 1. Cette cellule est constituée d'une couche passive et d'une couche active piézoélectrique connectée à une impédance électrique Z_a. On s'intéresse à la propagation d'ondes ultrasonores longitudinales selon l'épaisseur des plaques (Direction z, cf Fig 1). La structure de bande associée au CP est déterminée en utilisant la relation de Bloch-Floquet sur la cellule élémentaire [14]. on note le déplacement dans une couche i=1,2 est noté par :

$$u^{(i)} = A_i e^{jk_i z} + B_i e^{-jk_i z} \quad (1)$$

A_i et B_i sont les amplitudes et k_i est le nombre d'onde selon l'épaisseur de la couche i, z étant la direction de propagation. De même, la contrainte dans la couche (i) est notée $T^{(i)}$. Pour la couche passive (2), elle est calculée à partir du champ de déplacement $u^{(2)}$:

$$T^{(2)} = C_{33} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial z} \quad (2)$$

C_{33} étant la rigidité élastique de la couche passive.

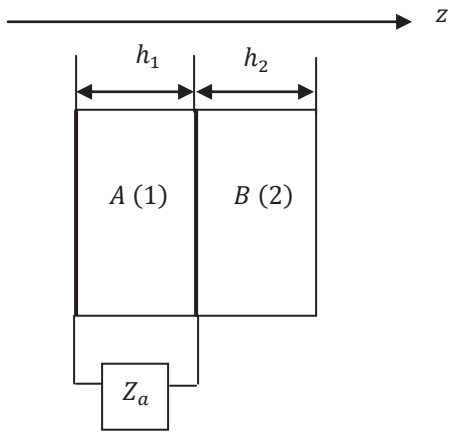


Figure 1: Cellule élémentaire composée d'une couche piézoélectrique A (1) en Pz 26, et d'une couche passive B (2) en Plexiglas®.

Pour la couche active, les équations constitutives de la piézoélectricité [13,14,15] exprimées selon la direction z sont données par :

$$\begin{cases} T^{(1)} = C_{33}^{D} S_3 - h_{33} D_3 \\ E_3 = -h_{33} S_3 + \beta_{33}^{S} D_3 \end{cases} \quad (3)$$

C_{33}^{D} est la rigidité du matériau piézoélectrique à induction constante, S_3 sa déformation. D_3 est le déplacement électrique à l'interface de l'électrode, h_{33} le coefficient piézoélectrique du matériau et $\beta_{33}^{s} = 1/\varepsilon_{33}^{s}$ l'inverse de la permittivité.

Les équations de la piézoélectricité mettent en évidence le couplage entre les paramètres mécaniques et électriques de la couche active. Des conditions aux limites électriques sont pris en compte si on considère une charge électrique Z_a connectée aux interfaces de la couche active (Cf Fig 1). La tension aux interfaces du matériau piézoélectrique est alors le produit du courant I par l'impédance Z_a

$$V = Z_a I = -\int_0^{h_1} E_3 \, dz \quad (4)$$

avec h_1 l'épaisseur de la couche piézoélectrique.

Le déplacement électrique est considéré comme constant dans la couche piézoélectrique, ce résultat est une conséquence directe de l'application du théorème de Gauss sur l'épaisseur h_1 de la couche active [13,14]

$$\text{div}\,(D) = \frac{\partial D_3}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Le courant sortant des électrodes et traversant l'impédance électrique Z_a peut alors être calculé. Son expression est donnée en fonction du déplacement électrique D_3 et de la surface S des électrodes

$$I = j\omega S D_3 \quad (6)$$

L'équation (4) conduit à

$$j\omega S D_3 Z = h_{33}\left(u^{(1)}(h_1) - u^{(1)}(0)\right) - \beta_{33}^{s} D_3 h_1.$$

l'expression du déplacement électrique est alors

$$D_3 = \frac{h_{33}}{\beta_{33}^{s} h_2 (Z_a/Z_0 + 1)}\left(u^{(1)}(h_1) - u^{(1)}(0)\right) \quad (7)$$

$Z_0 = 1/(jC_0\omega)$, représente l'impédance électrique associée à l'effet capacitif du matériau piézoélectrique lorsqu'il ne peut pas se déformer, et $C_0 = S/(\beta_{33}^{s} h_1)$ est sa capacité bloquée. L'introduction du déplacement diélectrique dans la contrainte au sein la couche active met en évidence l'effet de l'impédance électrique Z_a

$$T^{(1)} = C_{33}^{D} S_3^{(1)} - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^{s} h_2 (Z_a/Z_0 + 1)}\left(u^{(1)}(h_1) - u^{(1)}(0)\right) \quad (8)$$

En appliquant la relation de Bloch-Floquet traduisant la périodicité des déplacements et des contraintes aux interfaces de la cellule élémentaire, on aboutit à un système dont l'annulation du déterminant donne la relation de dispersion :

$$\cos\big(k(h_1 + h_2)\big) = \frac{c_1 c_2 - \frac{1}{2}\left(\gamma - \frac{\gamma}{2}\right) s_1 s_2}{1 - \alpha s_2} + \frac{\alpha}{\gamma}\frac{(s_1(1 - c_2) - \gamma c_1 s_2)}{1 - \alpha s_2} \quad (9)$$

avec : $c_1 = \cos(k_1 h_1)$, $s_1 = \sin(k_1 h_1)$, $c_2 = \cos(k_2 h_2)$, $s_2 = \sin(k_2 h_2)$, $\alpha = h_{33}^2/(C_{33}^{D} k_2 \beta_{33}^{s} h_1 (Z_a/Z_0+1))$, $\gamma = C_{33}^{D} k_1/(C_{33} k_2)$.

L'équation (9) permet de calculer les nombres d'ondes présents dans la structure en fonction de la fréquence, le couplage électromécanique est introduit par le coefficient α [13,14].

La Figure (2) présente la structure de bande dans le cas d'un CP constitué d'un empilement de plaques piézoélectriques (Pz 26) et de plaques en matériau passif (Plexiglas®). Leurs caractéristiques sont données en Annexe (Voir Tableau I,II et III). Deux cas sont étudiés ici. Le premier cas correspond à la mise en court circuit des plaques piézoélectriques ($Z_a = 0$). Nous retrouvons alors une structure de bande correspondant à un empilement constitué de matériaux passifs équivalents. Le deuxième cas traité est celui d'un CP pour lequel les plaques piézoélectriques sont en circuit ouvert ($Z_a = \infty$). Ces deux configurations ont été étudiées précédemment par S Degraeve [13,14] et le cas de l'ajout d'une charge capacitive ($Z_a = 1/(jC_a\omega)$) en parallèle avec la couche active a été également considéré. Il a été montré que l'effet piézoélectrique se manifeste uniquement au voisinage de la fréquence de résonance en demi-longueur d'onde et de ses harmoniques. Dans notre cas, des différences notables sont observées entre les deux configurations considérées dans un intervalle de fréquence de 1,5 MHz à 2,5 MHz (Cf Fig 2 (a)). En dehors de cette gamme de fréquence, les courbes de dispersion sont identiques. Le couplage entre les ondes acoustiques et la charge utilisée sera évidement d'autant plus important que le coefficient de couplage k_t du matériau piézoélectrique sera élevé [9,15]. La courbe d'impédance électrique théorique d'une couche piézoélectrique [15] (Cf Fig 2 (b)) illustre la gamme fréquentielle où le couplage est présent. Le maximum d'impédance électrique est centré sur un intervalle où les courbes de dispersion présentent des différences.

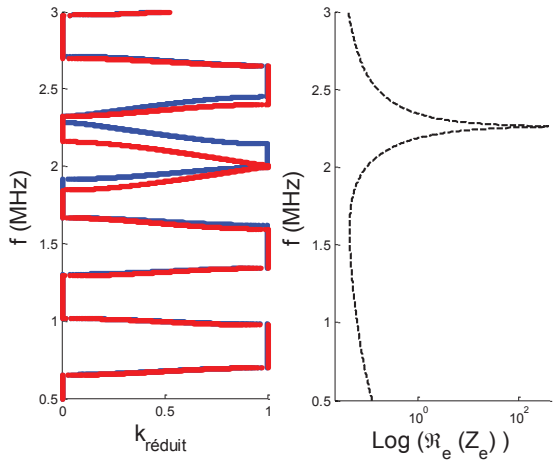


Figure 2: (a) Structure de bandes théoriques. CP constitué d'une alternance de plaques de Plexiglas® et de plaques piézoélectriques (Pz 26) en circuit ouvert (ligne bleue), en court circuit (ligne rouge). (b) Partie réelle de l'impédance électrique théorique d'une couche piézoélectrique Pz 26.

L'ajout d'une impédance inductive ($Z_a = jL_a\omega$) électriquement en parallèle avec le matériau piézoélectrique induit des changements dans la structure de bandes très différents de ceux observés par l'ajout d'une charge capacitive. En effet, l'équation (7) montre l'apparition d'une singularité dans l'expression du déplacement électrique, cette dernière est observée à la résonance créée par le circuit électrique formé par la capacité bloquée du matériau piézoélectrique C_0 et l'inductance L_a. Elle apparaît à la fréquence $f_{La,C0}$ telle que

$$f_{L_a,C_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_a C_0}}$$

Nous allons par la suite étudier plus précisément le cas d'une charge inductive.

2.2 Effet d'une impédance inductive

On considère dans un premier temps une inductance $L_a = 40\ \mu H$ telle que la fréquence $f_{La,C0}$ se situe dans la deuxième bande passante du CP. La figure 3 montre qu'un gap s'ouvre au voisinage de cette fréquence, traduisant un couplage entre la résonance électrique et la propagation des ondes acoustiques, ce qui correspond à un gap d'hybridation. Le reste de la structure de bandes est identique à celle obtenue en laissant les couches actives en circuit ouvert. La largeur de ce gap d'hybridation est très faible car le couplage piézoélectrique est faible loin de la résonance fondamentale en épaisseur f_a donnée par

$$f_a = \frac{v_1}{2e_p}$$

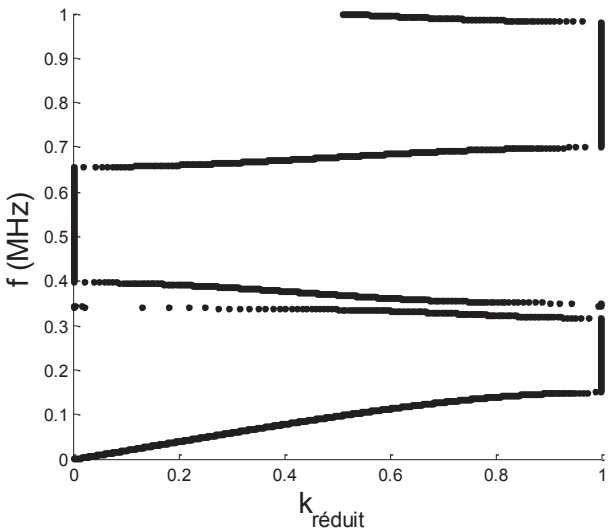
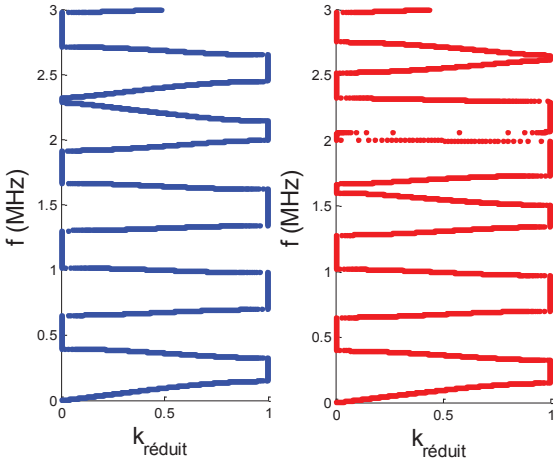


Figure 3: Structure de bandes théoriques. CP constitué d'une alternance de plaques de Plexiglas® et de plaques piézoélectriques (Pz 26) connectées à une inductance $L_a = 40\ \mu H$

Afin de se rapprocher de la résonance piézoélectrique fondamentale, on diminue la valeur de l'inductance L_a. La Figure 4 donne la structure de bandes associée à une inductance $L_a = 0{,}7\ \mu H$. On observe un décalage de la position de différentes bandes passantes et interdites, sur une bande fréquentielle allant de 1,8 MHz à 2,5 MHz. En dehors de cette bande fréquentielle, les deux courbes de dispersion (Cf Fig 4 (a), et Fig 4 (b)) sont identiques. On constate également, l'ouverture de deux bandes passantes fines autour de $f_{La,C0}$. Ce cas est étudié expérimentalement dans le paragraphe suivant.



(a) (b)

Figure 4: Structure de bandes théoriques. CP constitué d'une alternance de plaques de Plexiglas® et de plaques piézoélectriques (Pz 26). (a) en circuit ouvert (ligne bleue). (b) Connectées à une inductance $L_a = 0{,}7\mu H$ (ligne rouge).

3. Approche expérimentale

3.1 Echantillon

Le CP étudié expérimentalement est constitué d'une alternance de plaques actives piézoélectriques et de couches passives de Plexiglas® (Cf Fig 5). Les caractéristiques géométriques, mécaniques et électriques des plaques sont données dans les tableaux (I), (II) et (III). Ces caractéristiques ont été déterminées expérimentalement. Des fils électriques sont soudés sur les électrodes de part et d'autre de chaque couche piézoélectrique afin de pouvoir aisément modifier les conditions aux limites électriques. Entre chaque couche du CP, nous avons utilisé un gel de couplage. Ce dernier permet une meilleure transmission des ondes longitudinales aux interfaces des plaques. Un empilement de 7,5 motifs est étudié ici. En effet, un nombre impair de couches permet d'éviter l'apparition de bandes parasites dans les bandes interdites [16]. Nous avons choisi le matériau d'impédance acoustique la plus élevée (Pz 26) en entrée et sortie du CP afin d'améliorer la transmission à travers le CP [17].

3.2 Résultats expérimentaux

Le dispositif expérimental est constitué de deux transducteurs à ondes longitudinales de diamètre 0,5 pouces et une fréquence centrale de 5 MHz. Ces transducteurs sont utilisés de part et d'autre du CP (Cf Fig 5) afin de générer et mesurer les ondes transmises à travers le CP. Le contact entre les transducteurs et le CP est assuré par le même gel couplant utilisé entre les plaques constituant du CP.

L'excitation du transducteur émetteur se fait par un générateur d'impulsion (Sofranel) (impulsion d'amplitude de 200 V et d'une durée de 5 µs). Un oscilloscope numérique (Yokogawa DL 9140) permet de numériser le signal reçu par le transducteur récepteur avant traitement. Une moyenne temporelle sur 512 signaux est faite avant l'acquisition.

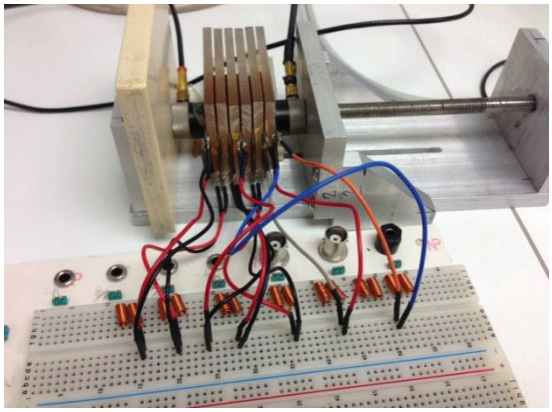
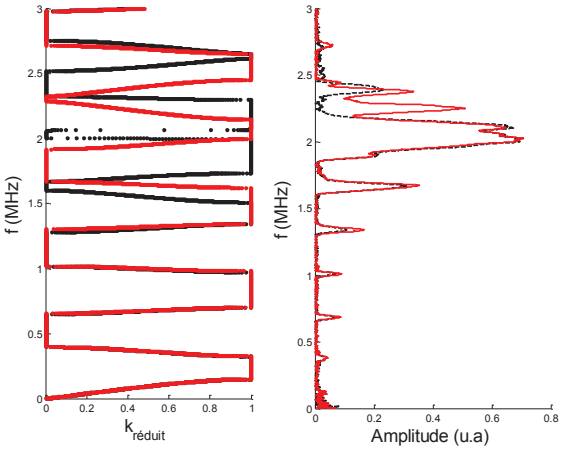


Figure 5: Dispositif expérimental.

Deux configurations sont considérées successivement : Tout d'abord les couches piézoélectriques sont toutes en circuit ouvert ($Z_a = \infty$). Dans un second temps les couches piézoélectriques sont connectées électriquement avec des bobines identiques ($Z_a = jL_a\omega$).



(a) (b)

Figure 6**:** (a) Structures de bandes théoriques. CP constitué d'une alternance de plaques de Plexiglas® et de plaques piézoélectriques (Pz 26) : en circuit ouvert (ligne rouge), connectées à une inductance $L_a = 0{,}7$ µH (ligne noire). (b) Transmission expérimentale à travers le CP constitué de 7,5 cellules élémentaires : Couches actives en circuit ouvert (ligne rouge), connectée à une inductance $L_a = 0{,}7$ µH (ligne noire).

La Figure 6 (b) montre la transformée de Fourier du signal transmis à travers le CP, les couches piézoélectriques étant en circuit ouvert dans un cas et connectées à une bobine $L_a = 0{,}7$ µH dans l'autre. En vis-à-vis sont tracées les structures de bande théoriques associées aux deux cas de figure (Cf Fig. 6 (a)). On constate l'apparition de pics de transmission sur chaque bande passante fréquentielle. Cependant, un désaccord est observé autour de la fréquence de résonance des couches piézoélectriques 2,25 MHz. Alors qu'une bande interdite est attendue, on observe une transmission. Ceci peut s'expliquer par la présence de modes liés aux dimensions latérales de la plaque piézoélectrique. Ces modes peuvent contribuer à la transmission dans le CP et ne sont actuellement pas pris en compte dans le modèle théorique. L'amplitude de ces modes est particulièrement importante autour des fréquences de résonance en épaisseur de la plaque piézoélectrique.

Dans un second temps, une bobine d'inductance 0.7 µH est connectée à chaque couche piézoélectrique.

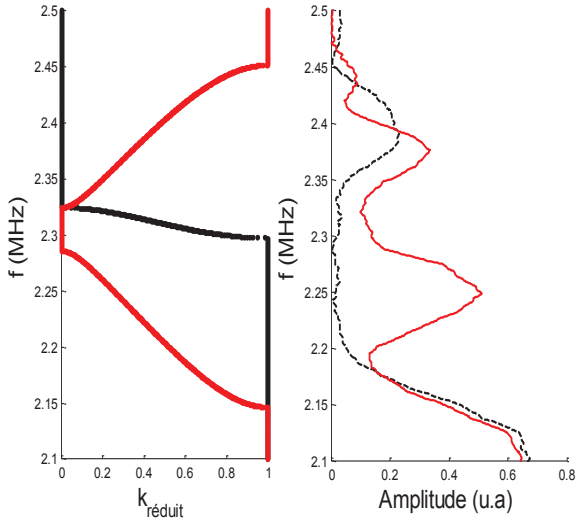


Figure 7**:** Agrandissement de la Figure 6 dans la bande fréquentielle de 2,1 MHz à 2,5 MHz. Couches actives en circuit ouvert (ligne rouge), connectée à une inductance $L_a = 0{,}7$ µH (ligne noire).

La Figure 7 montre un zoom, sur l'intervalle [2,1 MHz, 2,7 MHz], des courbes de transmission obtenues dans les deux cas: circuit ouvert (ligne rouge) et en ajoutant une bobine (ligne noire). Nous observons un élargissement du gap : la bande passante présente initialement entre 2,1 MHz et 2,29 MHz a été repoussée et la bande interdite s'étend maintenant jusqu'à la fréquence 2,3 MHz. Les courbes de transmission montrent bien une extinction presque totale du pic de transmission autour de 2;25 MHz. De même, le pic de transmission en circuit ouvert à 2,37 MHz a diminué en amplitude avec l'ajout d'inductances. L'atténuation est moins importante dans ce cas. En effet, plus on s'éloigne de la résonance piézoélectrique (maximum à 2,25 MHz, Cf Fig 2 (b)) et plus le couplage entre les ondes traversant le CP et la charge électrique est faible. On note aussi, dans le cas du court circuit, une bande interdite autour de 2,55 MHz. Après l'ajout des bobines, nous observons une bande de transmission autour de cette fréquence. L'amplitude de cette bande est faible pour des raisons identiques à celles énoncées plus haut puisqu' on s'éloignant en fréquence de la résonance piézoélectrique fondamentale f_a, le champ électrique se couple très peu avec la propagation des ondes acoustiques.

La Figure.8 montre dans une autre gamme de fréquence l'influence des inductances. Là encore, on note l'atténuation du pic en transmission centré à 1,7 MHz avec l'apparition d'une bande interdite dans la structure de bandes avec inductances. L'atténuation des bandes de transmission est observée également autour de 1,3 MHz et avec une moindre mesure autour de 1 MHz, la diminution d'amplitude autour de 1,3 MHz est d'environ 25 % de celle associée aux maximum de transmission en circuit ouvert. En dessous de 1 MHz, les deux courbes de transmission sont identiques.

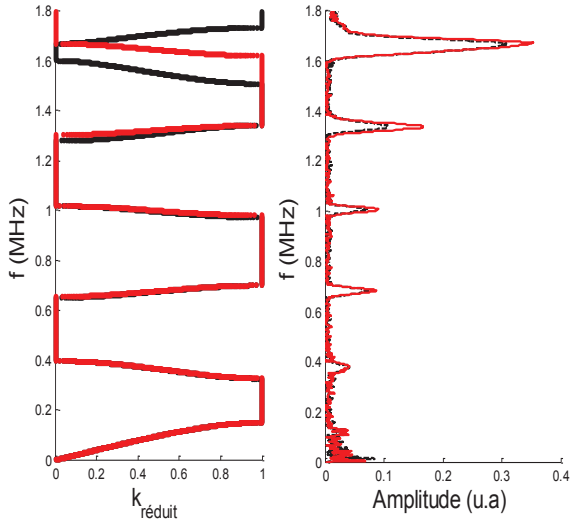


Figure 8**:** Agrandissement de la figure 6 dans la bande fréquentielle de 0 à 1,8 MHz. Couches piézoélectriques en circuit ouvert (ligne rouge), connectée à une inductance L_a = 0,7 µH (ligne noire).

4. Conclusion

Nous présentons dans ce document une étude des effets liés à l'ajout d'une charge inductive sur des couches piézoélectriques dans un CP. Théoriquement, nous montrons la présence d'une singularité dans l'expression du déplacement électrique dans les couches piézoélectriques. Cette singularité est liée à la résonance électrique du circuit formée par la capacité bloquée C_0 de la couche piézoélectrique et l'inductance L_a ajoutée en parallèle. De façon générale, l'action de la charge utilisée se limite à une bande fréquentielle centrée sur la fréquence de résonance de la couche piézoélectrique. C'est en effet dans cette bande fréquentielle que le couplage électromécanique est effectif. La résonance électrique provoque des modifications au niveau de la structure de bandes. Plus particulièrement, lorsque la fréquence de résonance électrique $f_{La,C0}$ est localisée dans une bande passante du CP, celle-ci ouvre un gap d'hybridation. Inversement, si cette fréquence est localisée dans une bande interdite, on observe un élargissement du gap et l'apparition de deux bandes passantes très localisées en fréquence. Ces bandes traduisent une hybridation entre la résonance électrique et la propagation de l'onde ultrasonore. Expérimentalement l'élargissement du gap a été caractérisé. On observe la disparition d'une bande fréquentielle initialement passante en circuit ouvert.

Nous n'avons pas observé expérimentalement la bande d'hybridation. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées. Les effets observés sur la structure de bandes en ajoutant des charges électriques sont fortement liés à la valeur du couplage piézoélectrique. Les plaques piézoélectriques utilisées ne présentent pas des coefficients de couplage suffisants. L'utilisation de matériaux actifs tels que les monocristaux PZN-Pt ou PMNT-PT présentant un coefficient de couplage plus important permettra de renforcer les effets liés à l'ajout d'une inductance. On peut aussi renforcer ce couplage en augmentant le nombre de cellules élémentaires pour se rapprocher du modèle analytique qui suppose un nombre infini de couches. De plus, une bande de transmission apparaît autour de la fréquence de résonance piézoélectrique quelle que soit la configuration étudiée (avec ou sans charge électrique). L'origine de cette bande peut être liée à la présence de modes latéraux dans les plaques piézoélectriques, ces modes ne sont actuellement pas pris en compte par le modèle analytique.

Remerciements

Ce travail est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du projet MIRAGES ANR-12-BS09-0015 et par la Fédération Acoustique du Nord-Ouest (FR CNRS 3110).

Annexe **:** Géométrie et propriétés

Tableau I: Caractéristiques géométriques des plaques

Pz 26	Plexiglas®
e_p = 1,113 mm	e_p = 4,130 mm
L = 50 mm	L_p = 60 mm
l = 25 mm	l_p = 40 mm

Tableau II : Caractéristiques physiques des céramiques Pz 26

C_{33}^D (GP_a)	15,8	δ (%)	0,64
h_{33} (GV/m)	2,37	δ_m (%)	0,8
ε_{33}^r	800	δ_e (%)	0,1
k_t	0,471		
ρ_1 (kg/m^3)	7700		
v_1 (m/s)	4523		

Tableau III : Caractéristiques physiques des couches du Plexiglas®

C_{33} (GP_a)	8,6
v_2 (m/s)	2744
ρ_2 (kg/m^3)	1142

Références

[1] M.F. Su, R. H. Olsson lll, Z. C. Leseman, and I. El-kady, Realization of a phononic crystal operating at gigahertz frequencies, *Applied Physics Letters*, **96**, 053111 (2010).

[2] A.Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani and V. Laude, Experimental study of guiding and filtering of acoustic waves in a two dimensional ultrasonic crystal, *Z. Kristallogr*, **219**, 836 (2004).

[3] W. Liu,X. Su, Collimation and enhancement of elastic transverse wave in two-dimensional solid phononic crystals, *Physics Letters,* A **374,** 2968-2971 (2010).

[4] A. Suhkovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J. O. Vasseur, Y. Pennec, P. A. Deymier, and J. H. Page, Experimental end theoretical evidence for subwavelength imaging in phononic crystals, *Physical review letter*, **102,** 154301 (2009).

[5] F. Wu, Z. Liu, and Y. Liu : Acoustic band gaps created by rotating square rods in a two-dimensional and lattice, *Physical review*, **66,** 046628 (2002).

[6] Z.-G. Hung, T.-T. Wu, Temperature effect on the bandgaps of surface and bulk waves in two-dimensional phononic crystals, *IEEE trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq.*, **52 (3**), 365-370 (2005).

[7] F. Casadei, T. Delpero, A. Bergamini, P. Ermanni, and M. Ruzzene, Piezoelectric resonator arrays for tunable acoustic waveguides and metamaterials, *J. Appl. Phys.*, **112**, 064902 (2012).

[8] S.-B. Chen, J.-H. Wen, G. Wang, D.L. Yu, and X.-S. Wen, Tunable Band gaps in acoustic metamaterials with periodic arrays of resonant shunted piezo, *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, **23**, 1613 (2012).

[9] G. Wang, S.-B. Chen, and J.-H Wen, Broadband attenuation in Phononic Beams induced by periodic arrays of feedback shunted piezoelectric patches,*Chin. Physi. Lett.,* **29**, 064302 (2012).

[10] J.-F. Robillard, O. Boumatar, J.O. Vasseur, P. A. Deymier, M. Stippinger, A.-C. Hladky-Hennion, Y. Pennec, and B. Djafari-Rouhani. Tunable magnetoelastic phononic crystals, *Applied Physics Letters*, **95**, 124104 (2009).

[11] Jin-Chen Hsu, Plates waves in locally resonant sonic materials, *Japanese Journal of Applied Physics* **57**, 07GA04 (2012).

[12] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J.O. Vasseur, A.-C. Haladky-Hennion, M. Pham-Thi, Contrôle électrique de la propagation d'odes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectrique, *Acte du 21e Congrès Français de Mécanique,* Bordeaux (2013).

[13] S. Degraeve, Cristaux Phononiques Accordables. Thèse de Doctorat, *Université Lille 1*, Lille (2013).

[14] M. Redwood, Transient performance of a piezoelectric transducer, *J. Acoust. Soc. Am.*, **33,** 527-536 (1991).

[15] A.-C. Hladky-Hennion, G. Allan and M. de Billy, Localized modes in a one-dimensional diatomic chain of coupled spheres, *J. Appl. Phys.,* **98**,054909 (2005).

[16] A.-C. Hladky-Hennion and M. de Billy : Experimental validation of band gaps and localization in a one-dimensional diatomic phononic crystal, *J. Acoust. Soc. Am.,* **122(5**), 2594-2600 (2007).