

Amélioration des propriétés électro-acoustiques de systèmes piézoélectriques par mise sous précontrainte mécanique ou électrique

M. Domenjoud et G. Feuillard

Université François Rabelais de Tours, CNRS, CEA, INSA-CVL, INSA Centre Val de Loire, rue de la chocolaterie, 41034 Blois, France gfeuillard@univ-tours.fr

Récemment, nous avons développé au second ordre un formalisme de structures piézoélectriques soumises à une contrainte externe de type électrique ou mécanique. Dans cette étude, nous utilisons ce formalisme pour évaluer les améliorations induites par une précontrainte électrique ou mécanique sur les propriétés électro-acoustiques de systèmes piézoélectriques à base de niobate de lithium. En faisant varier le type et le niveau de contrainte ainsi que le plan de coupe du matériau, ce travail détermine dans quelles configurations les vitesses en onde plane et le coefficient de couplage électromécanique évoluent de manière significative. Finalement, nous identifions les plans de coupe dans lesquelles une précontrainte électrique ou mécanique améliore le plus les propriétés électro-acoustiques du dispositif.

1 Introduction

De nos jours, les matériaux piézoélectriques sont très largement utilisés pour des applications de transduction ultrasonore et de capteur. Intervenant dans diverses conditions de fonctionnement, ces dispositifs sont régulièrement soumis à de haute pression, champ électrique statique ou contrainte mécanique. Ainsi, les transducteurs de type Tonpilz sont soumis à l'effet d'une contrainte mécanique afin d'optimiser leurs performances et augmenter leur durée de vie [1]. En acoustique sousmarine, les sonars de type projecteur sont conçus de manière à polariser l'empilement de piézocéramiques, induisant une augmentation de la puissance du signal et de l'efficacité du système [2]. L'effet de telles sollicitations induit des phénomènes non-linéaires à l'origine d'augmentations ou dégradations des propriétés des dispositifs [3,4]. Ainsi, comprendre et prédire les effets induits par les précontraintes sur les propriétés électroacoustiques de systèmes piézoélectriques est d'une grande importance pour améliorer les propriétés de ces dispositifs.

Diverses études expérimentales et théoriques ont déjà été menées pour analyser le comportement des ondes dans structures des précontraintes. Si-Chaib analysa expérimentalement et numériquement l'évolution des ondes planes dans des échantillons de métal soumis à des forces de fléchissement [5]. Palma modélisa et mesura les changements induits par un champ électrique uniforme sur la vitesse de propagation des ondes de Lamb dans des plaques de niobate de lithium [6]. Récemment, nous avons développé au second ordre un formalisme de structures piézoélectriques soumises à une contrainte externe de type électrique ou mécanique [7].

Ici, nous utilisons ce formalisme pour déterminer dans quelles configurations l'application d'une contrainte externe permet d'améliorer les propriétés électroacoustiques de systèmes piézoélectriques à base de niobate de lithium. Les changements induits par l'application d'une contrainte mécanique ou électrique sur les vitesses en onde plane et sur le coefficient de couplage électromécanique sont quantifiés dans tous les plans de coupe du matériau.

2 Considérations théoriques

2.1 Systèmes de coordonnées et notations

Comme décrit dans la Figure 1, ξ représente un vecteur dans le système de coordonnées non déformé, appelé état naturel, **X** et **x** correspondent aux vecteurs dans les systèmes de coordonnées prédéformé et final respectivement. Le vecteur **X** résulte de la superposition d'un déplacement initial **u**⁰, dû à l'application d'une contrainte mécanique, par rapport à une position définie dans l'état naturel par ξ . La coordonnée x résulte de la superposition du déplacement dynamique u induit par la propagation d'une onde sur l'état prédéformé. Les indices α , I et i correspondent aux composantes des vecteurs définis dans le système de coordonnées Lagrangien dans l'état naturel, dans le système de coordonnées Eulérien dans l'état prédeformé et dans la configuration dynamique respectivement. La Figure 1 spécifie les axes cristallographiques et les angles d'élévation θ et azimutal φ respectivement.



Figure 1 : (a) Systèmes de coordonnées d'un corps élastique soumis à une déformation initiale et (b) axes cristallographiques et angles d'élévation θ et azimutal φ .

Dans les développements suivants, la notation d'Einstein est utilisée et la dérivée partielle temporelle d'une variable u est notée \dot{u} . De plus, la dérivée partielle spatiale d'une variable définie dans le système de coordonnées naturel est notée $u_{\alpha,\beta}$ alors que la dérivée partielle spatiale d'une variable définie dans le système de coordonnées prédéformé est notée u_{LJ} .

2.2 Constantes effectives d'un matériau piézoélectrique précontraint

En développant au second ordre les équations constitutives d'un matériau piézoélectrique contraint [7], nous avons montré que les constantes élastiques (à champ électrique constant), piézoélectriques et diélectriques (à déformation constante) effectives définies dans le système de coordonnées naturel sont données par

$$\begin{cases} \widetilde{C}^{E}_{\alpha\beta\gamma\delta} = C^{E}_{\alpha\beta\gamma\delta} + C^{E}_{\phi\beta\gamma\delta} u^{0}_{\alpha,\phi} + C^{E}_{\alpha\beta\phi\delta} u^{0}_{\gamma,\phi} + C^{E}_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\eta} u^{0}_{\varepsilon,\eta} - e_{\phi\alpha\beta\gamma\delta} E^{0}_{\phi} \\ \widetilde{e}_{\mu\alpha\beta} = e_{\mu\alpha\beta} + e_{\mu\beta\phi} u^{0}_{\alpha,\phi} + e_{\mu\alpha\beta\gamma\delta} u^{0}_{\gamma,\delta} + l_{\mu\phi\alpha\beta} E^{0}_{\phi} \\ \widetilde{\varepsilon}^{S}_{\mu\phi} = \varepsilon^{S}_{\mu\phi} + l_{\mu\phi\alpha\beta} u^{0}_{\alpha,\beta} + \varepsilon^{S}_{\mu\phi\omega} E^{0}_{\omega} \end{cases}$$

(1)

où E^0 est le champ électrique initial et $C^E_{\alpha\beta\gamma\delta}$, $C^E_{\alpha\beta\gamma\delta\alpha\eta}$, $e_{\pi\alpha\alpha\beta}$, $e_{\pi\alpha\beta\gamma\delta}$, $\varepsilon^S_{\mu\pi}$, $\varepsilon^S_{\mu\pi\alpha\beta}$ et $l_{\mu\pi\alpha\beta}$ sont les constantes élastiques (à champ électrique constant), piézoélectriques, diélectriques (à déformation constante) et électrostrictives du second et du troisième ordre respectivement.

De la même manière, nous avons montré [7] que les constantes élastiques (à champ électrique constant), piézoélectriques et diélectriques (à déformation constante) effectives définies dans le système de coordonnées prédéformé sont données par

$$\begin{cases} \overline{C}_{LJKL}^{E} = C_{LJKL}^{E} \left(1 - u_{\varphi,\varphi}^{0}\right) + C_{PJKL}^{E} u_{I,P}^{0} + C_{IPKL}^{E} u_{J,P}^{0} + C_{LJPL}^{E} u_{K,P}^{0} \\ + C_{LJKP}^{E} u_{L,P}^{0} + C_{LJKLMN}^{E} u_{M,N}^{0} - e_{PLJKL} E_{P}^{0} \\ \overline{e}_{MLJ} = e_{MLJ} \left(1 - u_{\varphi,\varphi}^{0}\right) + e_{MPJ} u_{I,P}^{0} + e_{MIP} u_{J,P}^{0} + e_{PLJ} u_{M,P}^{0} \\ + e_{MLJKL} u_{K,L}^{0} + l_{MPJL} E_{P}^{0} \\ \overline{\varepsilon}_{MP}^{S} = \varepsilon_{MP}^{S} \left(1 - u_{\varphi,\varphi}^{0}\right) + \varepsilon_{MW}^{S} u_{P,W}^{0} + \varepsilon_{WP}^{S} u_{M,W}^{0} \\ + l_{MPIJ} u_{L,L}^{0} + \varepsilon_{MPW}^{S} E_{W}^{0} \end{cases}$$
(2)

2.3 Vitesses en onde plane et coefficient de couplage électromécanique

Afin d'obtenir les vitesses en onde plane, l'équation de Christoffel modifiée (prenant en compte la précontrainte) a été dérivée dans les deux systèmes de coordonnées [7]. En considérant une onde plane qui se propage dans la direction η avec une vitesse de phase \tilde{V} , on exprime l'équation de Christoffel d'un matériau piézoélectrique précontraint dans le système de coordonnées naturel

$$\rho^{0} \widetilde{V}^{2} \hat{u}_{\alpha} = \left(\widetilde{\Gamma}_{\alpha\gamma} + \frac{\widetilde{\gamma}_{\alpha} \, \widetilde{\gamma}_{\gamma}}{\widetilde{\varepsilon}^{\,S}}\right) \hat{u}_{\gamma} \,. \tag{3}$$

où $\widetilde{\Gamma}_{\alpha\gamma} = (\widetilde{C}^{E}_{\alpha\beta\gamma\delta} + \delta_{\alpha\gamma} \sigma^{0}_{\beta\gamma}) \eta_{\beta} \eta_{\delta}, \quad \widetilde{\gamma}_{\alpha} = \widetilde{e}_{\mu\alpha\beta} \eta_{\mu} \eta_{\beta}, \quad \widetilde{\varepsilon}^{S} = \widetilde{\varepsilon}^{S}_{\mu\varphi} \eta_{\mu} \eta_{\varphi}$ et ρ^{0} est la masse volumique de l'état naturel. $\sigma^{0}_{\beta\mu}$ est le

second tenseur de contrainte de Piola-Kirchoff défini dans l'état naturel et η_{μ} est le vecteur normal dans la direction μ de l'état naturel.

En considérant une onde plane qui se propage dans la direction N avec une vitesse de phase \overline{V} , on exprime l'équation de Christoffel d'un matériau piézoélectrique précontraint dans le système de coordonnées prédéformé

$$\rho' \overline{V}^2 \, \hat{u}_I = \left(\overline{\Gamma}_{IK} + \frac{\overline{\gamma}_I \, \overline{\gamma}_K}{\overline{\varepsilon}^S} \right) \hat{u}_K \,. \tag{4}$$

où $\overline{\Gamma}_{IK} = (\overline{C}_{IKL}^E + \delta_{IK} t_{JL}^0) N_J N_L$, $\overline{\gamma}_I = \overline{e}_{MIJ} N_M N_J$, $\overline{\varepsilon}^S = \overline{\varepsilon}_{MP}^S N_M N_P$. $\rho' \cong (1 - u_{\varphi,\varphi}^0) \rho^0$ et t_{JL}^0 sont la masse volumique et le tenseur de contrainte de Cauchy définis dans l'état prédéformé. N_M est le vecteur normal dans la direction M de l'état prédéformé.

Le coefficient de couplage électromécanique est évalué dans le cas d'une plaque piézoélectrique dans laquelle une onde se propage dans la direction y_3 . Comme démontré dans [8], le coefficient de couplage électromécanique en mode plaque d'un matériau piézoélectrique précontraint exprimé dans l'état naturel est défini par

$$\widetilde{k}_{t}^{2} = \frac{\widetilde{e}_{33}^{2}}{\widetilde{e}_{33}^{S} \left(\widetilde{C}_{33}^{E} + \frac{\widetilde{e}_{33}^{2}}{\widetilde{e}_{33}^{S}} + \sigma_{33}^{0} \right)}$$
(5)

Comme montré dans [7], le coefficient de couplage électromécanique en mode plaque d'un matériau piézoélectrique précontraint s'exprime dans l'état prédéformé par

$$\bar{k}_{t}^{2} = \frac{\bar{e}_{33}^{2}}{\bar{e}_{33}^{S} \left(\bar{C}_{33}^{E} + \frac{\bar{e}_{33}^{2}}{\bar{e}_{33}^{S} + t_{33}^{0}} \right)}$$
(6)

3 Résultats numériques

Tous les résultats présentés traitent d'une plaque de niobate de lithium (LiNbO3) précontrainte électriquement mécaniquement. L'ensemble des et constantes piézoélectriques. diélectriques élastiques, et électrostrictives du second et du troisième ordre (avec les incertitudes associées) sont disponibles dans [9,10]. De manière à avoir des résultats expérimentalement observables, la limite de contrainte électrique est limitée à la valeur du champ électrique coercitif déterminée par Miller [11] et la contrainte mécanique est prise inférieure à la limite élastique du matériau déterminée dans une précédente étude [12]. Ainsi, la contrainte électrique maximum est de 17.5 MV/m et la contrainte mécanique maximum est de 100 MPa.

En utilisant les équations décrites dans la section 2, les effets d'une précontrainte électrique ou mécanique sur les vitesses en onde plane et le coefficient de couplage en mode plaque du niobate de lithium sont étudiés. Nous considérons une précontrainte et une direction de propagation des ondes toutes deux selon l'axe y_3 , en faisant varier l'orientation cristallographique du matériau. Les lois de transformations donnant les paramètres du matériau dans une direction donnée sont décrites dans [7]. Comme démontré dans nos précédents travaux [12,13], les variations de vitesses et du coefficient de couplage induites par le changement de coordonnées peuvent être négligées. Ainsi, nous représentons ces paramètres dans le système de coordonnés naturel, pour une vérification expérimentale plus simple [7]. L'étude de ces paramètres dans l'ensemble des plans de coupe du matériau permet d'évaluer les améliorations des paramètres électroacoustiques induites par une précontrainte électrique ou mécanique.

3.1 Amélioration des vitesses en onde plane

Les comportements des vitesses en onde plane (mode quasi-longitudinale, premier et second modes quasitransversaux) sont étudiés dans le repère naturel en fonction du type de contrainte (mécanique ou électrique), dans tous les plans de coupe du niobate de lithium. Les améliorations induites sur chaque mode de vitesse sont discutées, mais seules les plus significatives sont représentées pour des niveaux de contraintes mécaniques de -110 MPa, 0 et 110 MPa et des niveaux de contraintes électriques de -17.5 MV/m, 0 et 17.5 MV/m. Les Figures 2 et 3 décrivent les évolutions du mode de vitesse quasi-longitudinale défini dans le système de coordonnées naturel en fonction de l'angle d'élévation, pour les deux types de contrainte et pour un angle azimutal φ =0 et 90°.



Figure 2 : Evolutions du mode de vitesse quasilongitudinale en fonction de l'angle d'élévation pour un angle azimutal $\varphi=0^\circ$ et pour une précontrainte (a) mécanique et (b) électrique.

Pour un angle azimutal $\varphi=0^\circ$, l'analyse des 3 modes de vitesses montre des améliorations d'ordres comparables pour les deux types de contrainte. Les écarts maximums sont de 19 m/s pour les deux types de contrainte, soient $\sigma_{33}^0 = 110 \text{ MPa}$ et $\theta = 50^\circ$ 130° et mécaniquement, $\theta = 40^{\circ}$ $E_2^0 = -17,5 \text{ MV/m}$ et électriquement. Les améliorations maximums induites sur les deux modes de vitesses quasi-transversaux sont respectivement de 10 et 6 m/s pour θ =50° mécaniquement, et de 9 et 7 m/s pour θ =90° et 70° électriquement.

Pour un angle azimutal $\varphi=90^{\circ}$, l'analyse des deux modes de vitesses quasi-transversaux montre des améliorations maximums comparables, de l'ordre de 4 m/s pour $\theta=50^{\circ}$ mécaniquement et pour $\theta=130^{\circ}$ et 154° électriquement. Les vitesses du mode quasi-longitudinale sont plus sensibles à la précontrainte électrique que mécanique, avec des écarts de 33 m/s pour $\theta=55^{\circ}$ et $E_3^{\circ}=-$ 17,5 MV/m électriquement, et 26 m/s pour $\theta=50^{\circ}$ et $\sigma_{13}^{\circ}=110$ MPa mécaniquement.

Notons que les améliorations sont d'ordre comparable dans les deux cas, mais varient significativement selon l'angle d'élévation.



Figure 3 : Evolutions du mode de vitesse quasilongitudinale en fonction de l'angle d'élévation pour un angle azimutal $\varphi=90^\circ$ et pour une précontrainte (a) mécanique et (b) électrique.

3.2 Amélioration du coefficient de couplage

Les comportements du coefficient de couplage électromécanique en mode plaque sont étudiés dans le repère naturel en fonction du type de contrainte (mécanique ou électrique) dans tous les plans de coupe du matériau. Les améliorations les plus significatives induites par des niveaux de contraintes mécanique de -110 MPa, 0 et 110 MPa et électrique de -17.5 MV/m, 0 et 17.5 MV/m sont étudiées pour des angles azimutaux de 0 et 90°. Les Figures 4 et 5 décrivent l'évolution du coefficient de couplage dans le système de coordonnées naturel en fonction de l'angle d'élévation, pour les deux types de contrainte et pour un angle azimutal φ =0 et 90°.



Figure 4 : Evolutions du coefficient de couplage en fonction de l'angle d'élévation pour un angle azimutal $\varphi=0^\circ$ et pour une précontrainte (a) mécanique et (b) électrique.

Pour un angle azimutal $\varphi=0^\circ$, les deux types de contraintes permettent d'augmenter la valeur maximum du coefficient de couplage d'un ordre comparable, mais pour des valeurs d'angle d'élévation très différentes. Les augmentations maximum sont de +0.67% pour $\theta=50^\circ$ et $\sigma_{33}^0=110$ MPa mécaniquement et +1.1% pour $\theta=131^\circ$ et $E_3^0=-17,5$ MV/m électriquement.

Pour un angle azimutal $\varphi=90^{\circ}$, la précontrainte électrique augmente d'avantage le coefficient que la contrainte mécanique. Les améliorations des deux types de contraintes permettent d'augmenter la valeur du coefficient de couplage pour des valeurs d'angle d'élévation très différentes. Les augmentations maximum du coefficient de couplage sont de +0.65% pour $\theta=59^{\circ}$ et $\sigma_{33}^{0}=110$ MPa mécaniquement et +2.4% pour $\theta=180^{\circ}$ et $E_{3}^{0}=17,5$ MV/m électriquement. Notons que l'amélioration maximum du coefficient de couplage sous précontrainte mécanique augmente la valeur du coefficient dans le plan de coupe Y+36, où le niobate de lithium a son coefficient de couplage le plus élevé.

Ainsi, les évolutions des coefficients sont très dépendantes du plan de coupe du matériau.



Figure 5 : Evolutions du coefficient de couplage en fonction de l'angle d'élévation pour un angle azimutal $\varphi=90^{\circ}$ et pour une précontrainte (a) mécanique et (b) électrique.

4 Conclusion

Dans ce papier, nous avons utilisé notre formalisme d'équations constitutives d'un matériau piézoélectrique précontraint. Ainsi, nous avons quantifié les améliorations induites par l'application d'une précontrainte électrique ou mécanique sur les propriétés électro-acoustiques du niobate de lithium.

Nous avons montré que les améliorations induites dépendent fortement des angles d'élévation et azimutal choisis. Les variations des vitesses quasi-transversales varient entre 0 et 9 m/s électriquement comme mécaniquement. Le mode de vitesse quasi-longitudinal est plus sensible aux précontraintes qui induisent des améliorations atteignant 33 m/s électriquement et 26 m/s mécaniquement. L'étude numérique des changements du coefficient de couplage électromécanique en mode plaque qu'une précontrainte mécanique montre permet d'augmenter le coefficient le plus élevé du matériau (plan Y+36) de +0.7% et qu'une précontrainte électrique permet d'augmenter le k_t de +2.4%.

Finalement, cette étude a identifié les plans de coupe du niobate de lithium pour lesquelles l'application d'une

contrainte électrique ou mécanique permet d'améliorer les propriétés électro-acoustiques du matériau.

Références

- T. Inoue, T. Nada, T. Tsuchiya, T. Nakanishi, T. Miyama and M. Konno, Tonpilz piezoelectric transducers with acoustic matching plates for underwater color image transmission, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectrc. Freq. Control*, **40**, 121-130 (1993).
- [2] T. R. Kazmar, Low frequency sonar projector and method, *Patent 5239518* (1993).
- [3] Q. M. Zhang and J. Zhao, Electromechanical properties of lead zirconate titanate piezoceramics under the influence of mechanical stresses, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectrc. Freq. Control*, **46**, 1518-1526 (1999).
- [4] M. Domenjoud, J. Bustillo, M. Lethiecq and L. P. Tran-Huu-Hue, Modeling of hysteretic behaviour of piezoceramic materials under electrical loading, *Appl. Phys. Lett.*, **103**, 1729031-172903530 (2013).
- [5] M. O. Si-Chaib, H. Djelouah and T. Boutkedjirt, Propagation of ultrasonics waves in material under bending forces, *NDT&E Int.*, **39**, 283-289 (2005).
- [6] A. Palma, L. Palmieri G. Socino and E. Verona, Acoustic lamb wave-electric field nonlinear interaction

in YZ LiNbO3 plates, Appl. Phys. Lett., 46, 25-27 (1985).

- [7] M. Lematre, M. Domenjoud, and L. P. Tran-Huu-Hue, Exact second order formalism for the study of electroacoustic properties in piezoelectric structures under an external mechanical stress, *Ultrasonics*, **51**, 898-910 (2011).
- [8] B. Auld, *Acoustic Fields and waves in solids I*, Krieger Publishing company (1990).
- [9] A. W. Warner, M. Onoe and G. A. Coquin, Determination of elastic, piezoelectric, electrostrictive and piezoelectric constants for crystals in class (3m), J. Acoust. Soc. Am., 42, 1223-1231 (1967).
- [10] Y. Cho and K. Yamanouchi, Nonlinear, elastic, piezoelectric, electrostrictive and dielectric constants of lithium niobate, *J. Appl. Phys.*, **61**, 875-887 (1987).
- [11] G. D. Miller, Periodically poled lithium niobate: modelling, fabrication, and nonlinear-optical performance, *Ph. D. dissertation*, Dept. Elec. Eng., Standford Univ, CA (1998).
- [12] M. Domenjoud, M. Lematre, M. Gratton, M. Lethiecq and L. P. Tran-Huu-Hue, Theoretical and experimental study of the electroacoustic behavior of lithium niobate under an initial mechanical stress, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectrc. Freq. Control*, **60**, 2219-2224 (2013).