



Pilotage d'un réseau de sources acoustiques à partir de ses modes de rayonnement

A. Pasqual^a et P. Herzog^b

^aUniversidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia, Avenida Antônio Carlos 6627, Pampulha, 31270-901 Belo Horizonte, Brésil

^bLMA/CNRS, 31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20, France
herzog@lma.cnrs-mrs.fr

Des réseaux de sources peuvent être utilisés pour synthétiser un champ arbitraire, notamment au sein de moyens d'essai acoustique. Même s'il est difficile de simuler toute la complexité des champs existant dans une salle réverbérante ou lors d'essais in situ, de tels moyens d'essai constituent une alternative séduisante par le coût, mais aussi par la répétabilité des mesures qui peuvent être faites, notamment lors de phases de mise au point. Une difficulté pratique majeure reste de piloter les sources avec des signaux permettant de s'approcher au mieux du champ désiré, sans dépasser les capacités du dispositif. Une approche particulièrement efficace est alors de décomposer le champ « cible » à partir des modes de rayonnement du réseau, qui décrivent très efficacement l'ensemble des champs réalisables.

Cette approche a déjà été utilisée, notamment pour des réseaux sphériques (contrôle de directivité). Elle est ici transposée au cas de réseaux plans, pour lesquels les modes de rayonnement peuvent aussi être établis sous forme analytique. Leur utilisation pour piloter un moyen d'essai pose cependant des problèmes spécifiques : les modes de rayonnement définis classiquement correspondent au rayonnement en champ lointain. Leur utilisation pour le pilotage d'un moyen d'essai en transparence de paroi conduit à des spécificités liées à un environnement confiné qui rend le champ réactif dominant. Une formulation adaptée à ce contexte est donc proposée.

1 Introduction

Malgré la puissance croissante des outils de calcul numériques, il reste nécessaire de vérifier expérimentalement les performances ou les propriétés de différents composants acoustiques. Cela reste en particulier un besoin essentiel dans le domaine des mesures de transparence de parois, notamment quand celles-ci doivent être optimisées en termes de ratio performance/poids. Les moyens d'essai nécessaires pour ces mesures sont alors souvent des salles couplées (*p.ex.* salle réverbérante en émission, et salle semi-anéchoïque en réception), le principe étant de générer un champ incident connu afin de mesurer la réponse de la structure ainsi sollicitée.

Les techniques de mesure holographiques permettent progressivement d'analyser la réponse vibroacoustique d'une paroi sans nécessiter un local de réception trop spécifique. Mais de nombreux protocoles de mesure nécessitent un champ d'excitation relativement académique (*p.ex.* champ diffus), ou au contraire un champ incident parfaitement maîtrisé (*p.ex.* ondes planes, modèle de couche limite turbulente, etc). Il est donc tentant de chercher à synthétiser ce champ incident au moyen d'un dispositif capable de reproduire une grande variété de champs incidents de manière maîtrisée, au moins lors de phases de mise au point pendant lesquelles la précision de cette synthèse est moins importante que la possibilité de la maîtriser et d'enchaîner ainsi rapidement des essais.

Ce besoin de synthèse d'un champ est commun à d'autres applications, parmi lesquelles la plus courante est la reproduction sonore, pour laquelle plusieurs principes d'approximation d'un champ sonore 3D ont été développés récemment. Une autre application voisine est le pilotage de sources à directivité contrôlée, utilisables aussi bien pour la production audio que pour des mesures in situ. Des techniques permettant d'optimiser le pilotage de telles sources ont donc été développées, notamment en utilisant leurs modes de rayonnement.

Dans le cas de sources pilotées, les modes de rayonnement constituent une base de l'espace des champs réalisables avec la source, permettant une optimisation des signaux de commande. Ceci découle de la nature du problème associé, qui vise à approximer une directivité en champ lointain, où les modes de rayonnement constituent une approche particulièrement efficace.

Dans le cas d'une installation de mesure de transparence de paroi, le problème à traiter est assez différent car les

sources doivent en être proches. Le champ peut cependant toujours être décomposé sur une base de déformées utilisables pour piloter un réseau de sources, en gardant une partie des propriétés obtenues pour des sources à directivité contrôlée. Les sections 2 et 3 exposent donc le principe des modes de rayonnement et leur utilisation pour piloter un réseau de sources. Cette approche est alors appliquée en section 4 au cas d'un réseau plan destiné à exciter une paroi.

2 Modes de rayonnement d'une surface vibrante

Avant d'envisager le cas d'un réseau de source, les modes de rayonnement sont ici définis dans le cas d'une surface vibrante Σ_s rayonnant un champ acoustique, observé sur une surface Σ_r (*cf* Figure 1). Une surface Σ ferme éventuellement un volume clos V , cette troisième surface n'étant traversée par aucune puissance (*p.ex.* surface rigide). Les deux surfaces Σ_s et Σ_r sont discrétisées sous forme d'éléments surfaciques.

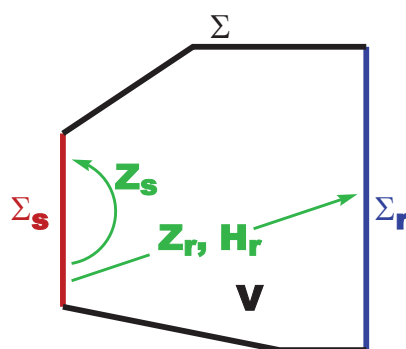


FIGURE 1 – Définition schématique des surfaces et opérateurs utilisés

En notant \mathbf{V}_s le vecteur des vitesses normales v_s sur les éléments de la surface source et \mathbf{P}_s le vecteur des pressions p_s sur cette surface, et soit $[\mathbf{S}_s]$ la matrice diagonale des surfaces des N_s éléments de Σ_s , l'influence du milieu de propagation sur cette surface est décrite par l'impédance $[\mathbf{Z}_s]$:

$$\mathbf{P}_s = [\mathbf{Z}_s]\mathbf{Q}_s, \quad (1)$$

où l'effet de la vibration de chaque élément est décrit par son débit : $\mathbf{Q}_s = [\mathbf{S}_s]\mathbf{V}_s$. La puissance Π_s émise par la source

est alors obtenue en intégrant l'intensité qui traverse la surface Σ_s , ce qui revient à une somme discrète si pressions et vitesses sont considérées comme constantes sur chaque élément :

$$\Pi_s = \sum_{\ell=1}^{N_s} P_s(\ell) Q_s(\ell)^*$$

(en notant X^* le conjugué de X), soit (en notant \mathbf{V}^t le transposé de \mathbf{V}) :

$$\Pi_s = \mathbf{P}_s^t \mathbf{Q}_s^* \quad (2)$$

donc :

$$\Pi_s = \mathbf{Q}_s^t [\mathbf{Z}_s]^t \mathbf{Q}_s^* \quad (3)$$

La puissance Π_s est la somme des flux d'intensité traversant les éléments de la surface source Σ_s , résultant des débits générés par ses éléments et de la réaction du fluide exprimée par $[\mathbf{Z}_s]$. Sa partie réelle, dite "active", correspond à la puissance moyenne rayonnée dans l'espace, alors que sa partie imaginaire, dite "réactive", représente le flux d'énergie oscillant entre la source et le fluide immédiatement environnant (champ dit "évanescent"). Avec les définitions ci-dessus, la partie imaginaire de Π_s est positive si la réaction du fluide est dominée par les effets d'inertie (masse de rayonnement).

De même, si \mathbf{P}_r et \mathbf{V}_r sont les vecteurs contenant respectivement les pressions et composantes normales de vitesse aux centres des N_r éléments de la surface de réception Σ_r , et $[\mathbf{S}_r]$ la matrice diagonale de leurs surfaces, il est possible de définir deux matrices rectangulaires $[\mathbf{Z}_r]$ et $[\mathbf{H}_r]$ qui expriment l'effet du rayonnement de Σ_s sur Σ_r :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_r &= [\mathbf{Z}_r] \mathbf{Q}_s \\ \mathbf{V}_r &= [\mathbf{H}_r] \mathbf{Q}_s \end{aligned} \quad (4)$$

Avec ces notations, la puissance Π_r transmise entre les deux surfaces peut être exprimée en fonction de \mathbf{Q}_s :

$$\Pi_r = \mathbf{P}_r^t [\mathbf{S}_r] \mathbf{V}_r^*$$

soit

$$\begin{aligned} \Pi_r &= \mathbf{Q}_s^t [\mathbf{W}_r] \mathbf{Q}_s^* \\ [\mathbf{W}_r] &= [\mathbf{Z}_r]^t [\mathbf{S}_r] [\mathbf{H}_r]^* \end{aligned} \quad (5)$$

Π_r est la somme des flux d'intensité traversant les éléments de la surface de réception Σ_r , résultant des débits générés par les éléments de la surface source Σ_s . Sa partie réelle correspond à la puissance rayonnée dans l'espace au travers de Σ_r , et est égale à celle de Π_s . La partie imaginaire de Π_r est la part de puissance réactive qui atteint Σ_r .

La matrice $[\mathbf{W}_r]$ est alors carrée de rang N_s , à coefficients complexes. En comparant les relations (3) et (5), il est visible que la matrice $[\mathbf{Z}_s]^t$ est un cas particulier de $[\mathbf{W}_r]$ quand les surfaces Σ_s et Σ_r sont confondues.

Dans le cas contraire, $[\mathbf{W}_r]$ traduit la propagation entre les surfaces Σ_s et Σ_r , et dépend donc de Σ_r . Ses parties réelles et imaginaires sont deux matrices carrées à coefficients réels qui peuvent être décomposées indépendamment (en notant M^H la transconjugée de M) :

$$\begin{aligned} \Re([\mathbf{W}_r]) &= [\mathbf{Q}_a][\mathbf{E}_a][\mathbf{Q}_a]^H \\ \Im([\mathbf{W}_r]) &= [\mathbf{Q}_i(\mathbf{r})][\mathbf{E}_i(\mathbf{r})][\mathbf{Q}_i(\mathbf{r})]^H \end{aligned} \quad (6)$$

La puissance active Π_a étant conservée entre Σ_s et Σ_r , il vient :

$$\Re([\mathbf{W}_r]) = \Re([\mathbf{Z}_s]^t) = [\mathbf{Q}_a][\mathbf{E}_a][\mathbf{Q}_a]^H \quad (7)$$

Les lignes de la matrice $[\mathbf{Q}_a]$ constituent ainsi une base de déformées qui rayonnent indépendamment, et peuvent donc être utilisées pour décomposer une déformée quelconque [1, 2, 3, 4, 5].

De la même manière, la matrice $[\mathbf{Q}_i(\mathbf{r})]$ définit des déformées qui contribuent indépendamment au champ évanescent à proximité de la source. Par contre ces déformées ne sont a priori valides que pour une surface de réception Σ_r donnée, ceci traduisant la décroissance rapide de la puissance réactive avec la distance entre Σ_s et Σ_r [8, 9, 13].

3 Modes de rayonnement d'un réseau de sources

Nous considérons maintenant le cas où la déformée de Σ_s résulte de la vibration d'un nombre entier et fini N_q de sources similaires, réparties sur un support considéré comme parfaitement rigide. Chacune de ces sources est caractérisée par une amplitude scalaire (complexe) u_l : $1 \leq l \leq N_q$ correspondant par exemple à la vitesse en un point, ou une tension de commande. La déformée \mathbf{Q}_s découle alors du vecteur des commandes \mathbf{u} par la relation :

$$\mathbf{Q}_s = [\mathbf{H}_q] \mathbf{u} \quad (8)$$

Dans la relation (8), la matrice $[\mathbf{H}_q]$ représente les fonctions de transfert des sources, qui convertissent chaque commande en une déformée spécifique. Par exemple, les sources peuvent être des haut-parleurs, les commandes \mathbf{u} étant leurs courants de commande, et les lignes de $[\mathbf{H}_q]$ les déformées sur leurs membranes. L'introduction de l'Eq. (8) dans l'Eq. (5) conduit alors à :

$$\begin{aligned} \Pi_r &= \mathbf{u}^t [\mathbf{W}_u] \mathbf{u}^* \\ [\mathbf{W}_u] &= [\mathbf{H}_q]^t [\mathbf{Z}_r]^t [\mathbf{S}_r] [\mathbf{H}_r]^* [\mathbf{H}_q]^* \end{aligned} \quad (9)$$

Pour une surface Σ_r suffisamment éloignée de Σ_s , seule la puissance active est pertinente, et le rayonnement peut alors être diagonalisé de manière similaire à la relation (7) :

$$[\mathbf{W}_u] = [\mathbf{Q}_u][\mathbf{E}_u][\mathbf{Q}_u]^H \quad (10)$$

Dans cette relation, les lignes de la matrice $[\mathbf{Q}_u]$ définissent des combinaisons de commandes conduisant à un rayonnement indépendant. A chacun de ces vecteurs de commande correspond une réponse spatiale spécifique, l'ensemble de leurs images constituant une base des champs que la source est capable de reproduire, et sur laquelle peut être décomposée n'importe quelle "cible" de champ à reproduire.

Il est important de noter que le rang de la matrice $[\mathbf{W}_u]$ est N_q , qui est aussi la dimension de l'espace des champs que le réseau est capable de reproduire. Un champ arbitraire ne pourra donc être reproduit qu'avec une précision limitée, la meilleure approximation possible étant donnée par la projection de ce champ sur la base image des vecteurs de $[\mathbf{Q}_u]$. L'intérêt d'utiliser cette base pour piloter le réseau de sources est que les valeurs propres de la matrice $[\mathbf{E}_u]$ sont directement reliées à l'efficacité de rayonnement des termes associés : celle-ci est obtenue en divisant les valeurs propres par $\rho c S \langle |v_s|^2 \rangle$, où ρ est la densité du milieu, c est la célérité,

S est la surface vibrante totale du réseau et $\langle |v_s|^2 \rangle = \mathbf{u}^T \mathbf{u}^* / N_q$ est la moyenne spatiale de $|v_s|^2$.

Le pilotage d'une source via ses modes de rayonnement permet donc d'éviter de surcharger le réseau en tentant de lui faire reproduire des composantes dont il n'est pas capable. Une description de ce principe de pilotage est disponible dans le cas du contrôle de directivité d'un réseau de 12 haut-parleurs régulièrement répartis sur une sphère [10, 11]. Les modes de rayonnement de ce réseau (basé sur un solide platonicien) permettent de décomposer sa directivité en champ lointain et sont rigoureusement indépendants de la fréquence, ce qui facilite l'implémentation en temps réel de son pilotage.

4 Pilotage d'un réseau plan

4.1 Principes et cadre général

Nous considérons maintenant le cas d'une installation de mesure de transparence acoustique, schématisée à gauche de la Figure 2. Dans ce dispositif, le réseau de sources est situé à proximité immédiate de la paroi à tester, pour au moins deux raisons pratiques : d'une part ceci permet de réduire le volume du local d'émission, et d'autre part il est plus facile d'obtenir les niveaux sonores élevés qui peuvent être nécessaires lors du test de certaines parois (en particulier lorsqu'elles peuvent présenter un comportement non-linéaire du fait par exemple d'assemblages internes).

La présence du réseau de sources à une distance D relativement faible de la paroi a deux conséquences sur les possibilités de synthèse du champ acoustique incident : d'une part les supports ou charges acoustiques des sources diffractent significativement le champ rayonné, et d'autre part le champ incident sur la paroi est principalement le champ proche des sources.

Pour prendre en compte ces particularités, nous considérons le modèle simplifié illustré à droite de la Figure 2. Nous assimilons ainsi la source comme la paroi à des plans rigides infinis, les haut-parleurs étant considérés comme des pistons encastrés dans le plan source. La paroi à étudier est alors une simple zone du plan réfléchissant.

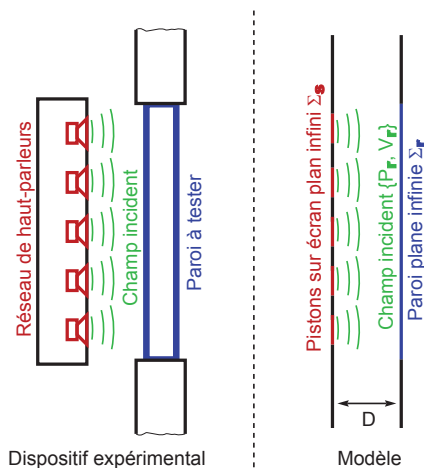


FIGURE 2 – Schéma d'une installation de mesure de transparence (g), et modèle associé ici (d)

Par rapport aux propos des sections 2 et 3, le problème considéré ici comporte une condition de dissipation implicite : le fait de considérer un milieu infini selon les dimensions transversales est équivalent à une condition d'absorption limite (condition de Sommerfeld) qui s'appliquerait sur la périphérie du modèle (sur une partie de la surface Σ). En pratique, cela suppose que la périphérie du montage d'essai comporte une frontière absorbante (par exemple via une quantité suffisante de matériaux fibreux ou poreux). En l'absence de cette condition d'absorption périphérique, le champ acoustique généré par les sources serait dominé par des modes de cavité qui ne correspondent pas forcément au champ à reproduire.

Qualitativement, la situation est donc très différente de celle du pilotage de la directivité d'une source : le problème considéré ici met en jeu une puissance active, rayonnée depuis les sources jusqu'à la condition d'absorption implicite, et une puissance réactive, qui domine largement à proximité de la source - donc au niveau de la paroi à tester. Mais la synthèse du champ incident est basée sur l'hypothèse d'une paroi réceptrice rigide, au travers de laquelle la puissance est nulle. Seul le plan source peut donc être considéré pour déterminer rigoureusement les modes de rayonnement du réseau.

Ce pilotage peut alors être effectué en première approximation en ne considérant que la puissance réactive diffusant au travers de la surface source, ce qui définit une base de vecteurs de commandes $[\mathbf{U}]$ similaire à celle de la relation 10, mais décomposant la partie imaginaire de l'opérateur de rayonnement sur la surface Σ_s :

$$\mathfrak{J}([\mathbf{W}_u]) = [\mathbf{U}][\mathbf{E}_u][\mathbf{U}]^H \quad (11)$$

A chacun de ces vecteurs de commande \mathbf{u}_i correspond son image \mathbf{p}_i sur la paroi à tester :

$$\mathbf{p}_i = [\mathbf{Z}_r][\mathbf{H}_q]\mathbf{u}_i \quad (12)$$

Comme rappelé ci-dessus, toute répartition spatiale de pression sur la paroi est approximée par le réseau comme une combinaison linéaire de ces N_q vecteurs \mathbf{p}_i , mais ceux-ci ne sont pas indépendants car ils résultent d'une décomposition sur le plan source (et non sur la paroi).

4.2 Calcul des modes de rayonnement

Le calcul analytique de la matrice $[\mathbf{W}_u]$ peut être effectué grâce aux transformées de Fourier 2D des champs de pression et vitesse. Les pistons du réseau sont supposés identiques (carrés) et les plans source et réfléchissant sont placés respectivement en $z = D$ et $z = 0$.

Soit k_x et k_y les nombres d'onde dans les directions x et y . La transformée de Fourier 2D d'une fonction $f(x, y)$ quelconque est donnée par

$$F(k_x, k_y) \equiv \mathcal{F}[f(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy, \quad (13)$$

et la transformation inverse par

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (14)$$

où $\iota = \sqrt{-1}$.

Ainsi, la puissance sonore émise par les sources peut être écrite

$$\begin{aligned}\Pi_s &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_s(x, y) v_s(x, y)^* dx dy \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_s(k_x, k_y) V_s(k_x, k_y)^* dk_x dk_y.\end{aligned}\quad (15)$$

Soit $V_0(k_x, k_y)$ la transformée du champ de vitesse dans le plan source dû à un seul piston centré en $(x, y) = (0, 0)$. En utilisant la propriété de translation spatiale de la transformation de Fourier, et en superposant les champs vibratoires des pistons, il vient

$$V_s(k_x, k_y) = V_0(k_x, k_y) \sum_{l=1}^{N_q} u_l e^{-i(k_x x_l + k_y y_l)}, \quad (16)$$

où (x_l, y_l) donne la position du centre du $l^{\text{ième}}$ piston, u_l est sa vitesse, N_q est le nombre de pistons et [6]

$$V_0(k_x, k_y) = a^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{k_x a}{2\pi}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y a}{2\pi}\right) \quad (17)$$

pour un piston carré de longueur a monté sur un plan rigide infini, où $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$.

L'équation d'Euler permet de démontrer que

$$P_s(k_x, k_y) = \frac{k\rho c}{k_z} \left(\frac{e^{ik_z D} + e^{-ik_z D}}{e^{ik_z D} - e^{-ik_z D}} \right) V_s(k_x, k_y), \quad (18)$$

où $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ est le nombre d'onde selon z .

Alors, la transformée du champ de pression sur le plan réfléchissant, $P_r(k_x, k_y)$, est

$$P_r(k_x, k_y) = \frac{2k\rho c}{k_z(e^{ik_z D} - e^{-ik_z D})} V_s(k_x, k_y). \quad (19)$$

La combinaison des relations (18) et (15) conduit à

$$\Pi_s = \frac{k\rho c}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{ik_z D} + e^{-ik_z D}}{e^{ik_z D} - e^{-ik_z D}} \right) \frac{|V_s(k_x, k_y)|^2}{k_z} dk_x dk_y. \quad (20)$$

La relation (16) peut être mise sous forme matricielle :

$$|V_s(k_x, k_y)|^2 = |V_0(k_x, k_y)|^2 \mathbf{u}^t [\mathbf{B}] \mathbf{u}^*, \quad (21)$$

où $[\mathbf{B}]$ est une matrice carrée d'ordre N_q dont les éléments sont fonctions de (k_x, k_y) et donnés par

$$B_{ll'} = e^{-i(k_x x_l + k_y y_l)} e^{i(k_x x_{l'} + k_y y_{l'})}. \quad (22)$$

La combinaison des relations (21) et (20) conduit alors à l'expression de la matrice $[\mathbf{W}_u]$:

$$[\mathbf{W}_u] = \frac{k\rho c}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{e^{ik_z D} + e^{-ik_z D}}{e^{ik_z D} - e^{-ik_z D}} \right) \frac{|V_0|^2}{k_z} [\mathbf{B}] dk_x dk_y. \quad (23)$$

Par définition k_z est soit imaginaire pur soit réel. Dans ce dernier cas, l'expression entre parenthèses dans la relation (23) devient $-i/\tan(k_z D)$, mettant en évidence des singularités en $k_z D = n\pi$: $n \in \mathbb{N}^+$, correspondant aux modes acoustiques axiaux (dans la direction z). Pour éviter ces singularités, la distance entre les plans source et réfléchissant doit respecter $D < \pi/(k_z)_{\max}$, soit $D < \pi/k$.

5 Exemple et discussion

Afin d'illustrer les spécificités de cette situation, nous considérons maintenant un réseau comportant quatre pistons carrés ($N_q = 4$). Ces sources sont supposées identiques, la géométrie du réseau étant schématisée par la Figure 3.

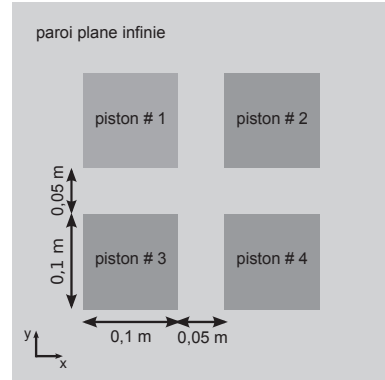


FIGURE 3 – Géométrie du réseau avec quatre pistons carrés.

La Figure 4 montre les modes réactifs de rayonnement du réseau, vecteurs propres de la matrice $\Im([\mathbf{W}_u])$ donnée par la relation (23). Pour un réseau aussi simple, les modes de rayonnement reflètent simplement les symétries du réseau ; de ce fait ils ne dépendent pas significativement de k et D dans de larges gammes de valeurs. De plus, les modes 2 et 3 possèdent la même efficacité (valeur propre dégénérée de $\Im([\mathbf{W}_u])$), ce qui découle évidemment de leur symétrie. Cette coïncidence se rencontre aussi dans le cas de la composante active de la puissance sonore en champ libre [7, 10, 12, 13].

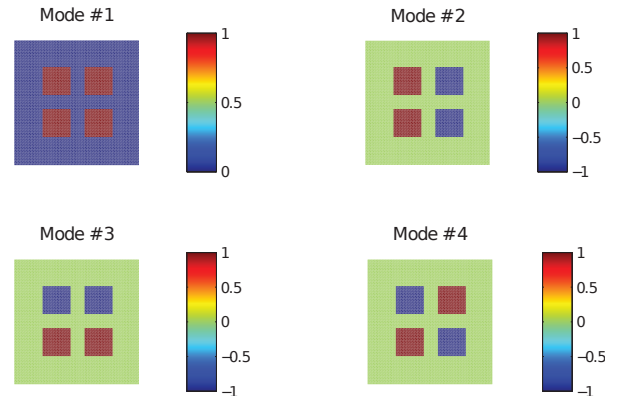


FIGURE 4 – Modes réactifs de rayonnement.

Au contraire des déformées des modes de rayonnement, leurs efficacités de rayonnement dépendent bien de k et D . Ceci est illustré par les Figures 5 (obtenue pour $D = 0, 1$ m) et 7 (obtenue pour $k = 10$ rad/m), qui montrent que les efficacités de rayonnement de ces déformées varient fortement avec k ou D . Dans ces deux figures la ligne verticale verte indique la première fréquence de résonance axiale mentionnée au dernier paragraphe de la section 4.2, au-delà de laquelle les courbes d'efficacité ont tendance à fluctuer rapidement.

Comme chaque déformée propre excite un spectre spécifique des nombres d'onde k_x et k_y , la transition au-delà de $kD = \pi$ se manifeste différemment pour les 4 modes. A un ordre croissant du mode est ici associée une diminution des dimensions caractéristiques selon x et y , donc des valeurs plus élevées pour les composantes caractéristiques de k_x

et k_y , et donc une diminution des valeurs de k_z associées. Ainsi, l'apparition de la coupure du premier mode axial tend à correspondre à des valeurs de plus en plus élevées de kD lorsque l'ordre du mode de rayonnement augmente. Ce raisonnement qualitatif devrait rester valable pour un réseau de plus grande taille.

Ainsi la première limite fréquentielle du dispositif est liée à son comportement axial qui impacte particulièrement le premier mode. La Figure 5 montre que celui-ci est dominant aux basses fréquences comme cela est le cas pour beaucoup de situations de rayonnement. Une particularité est que sa contribution remonte rapidement au voisinage de la résonance axiale, redevenant alors dominante (ceci reflète la résonance entre les deux plans rigides, qui tend à uniformiser la pression sur ces plans). La résolution spatiale selon x et y se dégrade donc dès que kD approche π .

Les modes # 2 à 4 possèdent des efficacités faibles aux basses fréquences, puis significatives dans toute la gamme de fréquences considérées, avec un plateau qui correspond aux dimensions caractéristiques selon x et y des déformées correspondantes. Cette "coïncidence spatiale" ne correspond pas à une résonance (comme cela serait le cas sans absorption périphérique), mais constitue néanmoins une "signature" du réseau, qui peut justifier d'éviter des dispositions trop régulières des sources dans le cas d'un moyen d'essai à vocation générique.

En plus de fixer une fréquence de coupure axiale, la distance D entre les plans sources et rigide joue plusieurs rôles. La symétrie du réseau et le fait de calculer les modes de rayonnement sur le plan source rendent les distributions de vitesse peu sensible à D , aussi il est intéressant d'observer plutôt les cartes de pression en résultant sur le plan réfléchissant. Celles-ci sont données par la Figure 6 pour chacun des modes, $D = 0, 1$ m et trois valeurs de k : π , 5π et 10π rad/m (résonance). La plus grande valeur calculée de p_r a été choisie comme pression de référence. Cette valeur correspond au mode # 1 et $k = 10\pi$ rad/m.

Un point important à remarquer sur la Figure 6 est que, dans cette gamme de distance D , les cartes de pressions ont des échelles de variations spatiales en rapport avec la disposition des sources, dans toute la gamme des fréquences représentées ici - y compris aux basses fréquences. La résolution spatiale du dispositif n'est donc pas dictée par la longueur d'onde, comme cela serait le cas en champ lointain.

La comparaison de chaque colonne de la Figure 6 avec la Figure 5 montre aussi le rapport entre l'efficacité de rayonnement calculée sur le plan source et l'amplitude moyenne du champ de pression sur le plan réfléchissant. Par

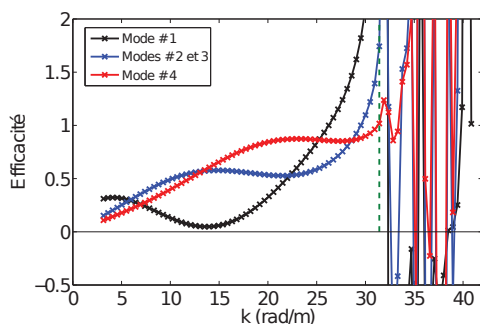


FIGURE 5 – Efficacités des modes réactifs pour $D = 0, 1$ m. La ligne verte indique la première résonance ($kD = \pi$).

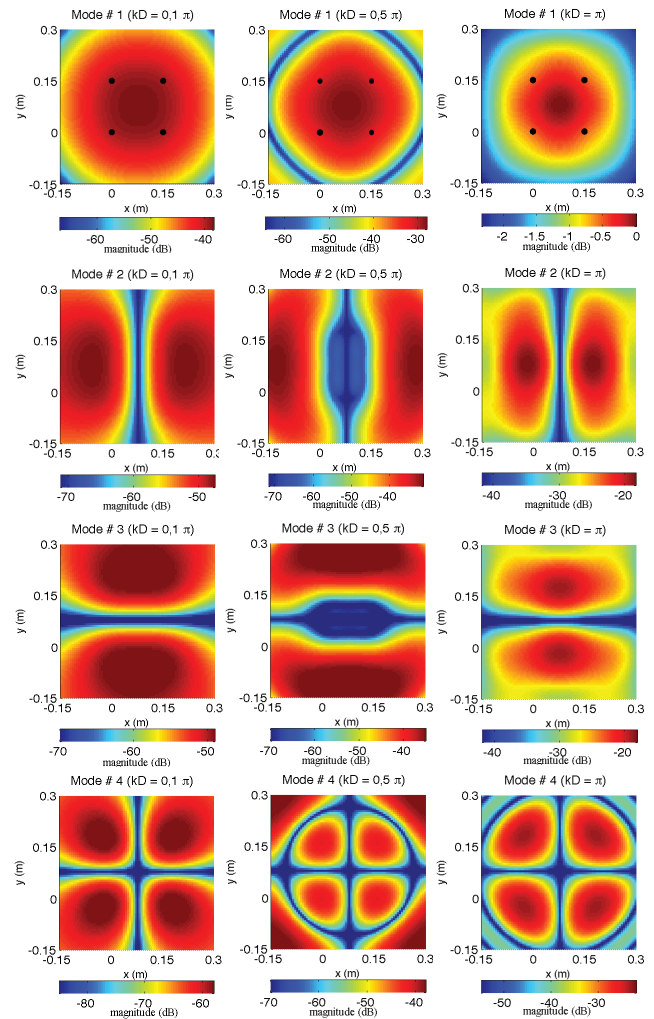


FIGURE 6 – Pression sur le plan réfléchissant générée par chaque mode pour $D = 0, 1$ m et trois valeurs de k : π , 5π et 10π rad/m. Les points noirs sur les cartes du mode # 1 indiquent les centres des pistons.

exemple, pour $k = \pi$ rad/m, les efficacités croissent pour une séquence d'ordre des modes # 4, # 2/3 et # 1 (voir Figure 5) ; la pression moyenne (colonne de gauche sur la Figure 6) suit aussi cet ordre. Inversement une mauvaise efficacité de rayonnement sur la surface source peut correspondre à un champ de pression non négligeable sur la paroi à tester, comme par exemple dans le cas du mode # 1 à $k = 5\pi$ rad/m : malgré la faible efficacité du mode # 1 comparé aux modes supérieurs (voir Figure 5), les niveaux sonores sur la paroi réfléchissante sont comparables (cf colonne du milieu dans la Figure 6). Cela provient probablement de l'atténuation de la pression avec la distance, qui est peu sensible sur le plan source mais influence bien évidemment celui de réception.

Enfin, l'effet de la distance D est aussi très significatif sur l'efficacité de rayonnement des modes, comme cela est illustré par la Figure 7. Là aussi, le premier mode a un comportement assez différent des autres : les efficacités des modes # 2 à 4 sont décroissantes jusqu'à $D \approx 0, 1$ m, et se stabilisent à partir de cette valeur. Par contre l'efficacité du mode # 1 présente une variation très importante avec la distance, croissant d'une valeur négative quand D est très faible à une valeur positive voire très élevée en approchant de la condition de résonance ($D = 0, 1\pi$ m). Il est a priori surprenant d'observer des valeurs négatives pour

une efficacité de rayonnement; ceci ne pourrait pas se produire dans le cas de la décomposition du champ actif. Pour un champ réactif, la valeur singulière utilisée pour définir l'efficacité de rayonnement indique le signe de la puissance réactive associée. Une valeur négative indiquerait a priori un comportement élastique au lieu de la masse de rayonnement rencontrée usuellement en champ libre. Le fait que ceci se produise pour les faibles valeurs de D est cohérent avec une dominance de l'effet de confinement du champ acoustique en milieu du réseau et entre les deux plans rigides ("cavité virtuelle"). Cette propriété a déjà été décrite et utilisée pour un réseau circulaire [14]. Concrètement, il semble intéressant que D soit voisine de 0,15 m pour pouvoir utiliser au mieux tous les modes, et donc optimiser la résolution spatiale du champ reproduit.

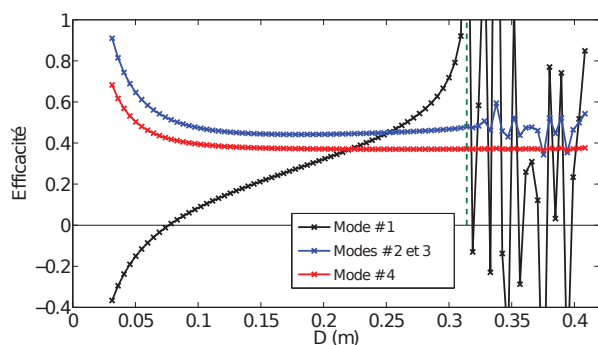


FIGURE 7 – Efficacités des modes réactifs pour $k = 10$ rad/m. La ligne verte indique la première résonance ($kD = \pi$).

6 Conclusion

Le travail présenté ici est la première étape d'une étude plus générale, dont les simulations analytiques restent à confirmer. Il est donc prévu de les comparer à des simulations basées sur d'autres approches, voire des calculs numériques BEM, puis d'analyser plus exhaustivement le rôle des différents paramètres d'un réseau plan.

Les simulations présentées ici pour un cas extrêmement simple permettent déjà de faire apparaître des tendances qui nous semblent intéressantes. Il nous semble probable que ces tendances soient plus générales, ce qui reste à confirmer - notamment sur d'autres configurations, planes ou non.

Notre principal apport au stade actuel est donc la démarche d'analyse du potentiel d'un réseau de sources indépendamment du champ qu'il doit synthétiser, afin d'en mettre en évidence des limites intrinsèques. Il nous semble qu'une telle démarche peut aider à la conception de tels réseaux, et suggère de plus une approche pour le piloter aussi efficacement que possible.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier la Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG, Brasil, projet APQ-00648-12), et le professeur José Roberto de França Arruda qui est à l'origine de la collaboration actuelle entre les auteurs.

Références

- [1] G. V. Borgiotti, The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements, *J. Acoust. Soc. Am.* **88(1)** :1883-1893, 1990.
- [2] D. M. Photiadis, The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems, *J. Acoust. Soc. Am.* **88(2)** :1152-1159, 1990.
- [3] A. Sarkissian, Acoustic radiation from finite structures, *J. Acoust. Soc. Am.* **90(1)** :574-578, 1991.
- [4] K. A. Cunefare and M. N. Currey, On the exterior acoustic radiation modes of structures, *J. Acoust. Soc. Am.* **96(4)** :2302-2312, 1994.
- [5] G. V. Borgiotti and K. E. Jones, Frequency independence property of radiation spatial filters, *J. Acoust. Soc. Am.* **96(6)** : 3516-3524, 1994.
- [6] E. G. Williams, Fourier Acoustics : Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography, Academic Press, London, 1999.
- [7] K. A. Cunefare, M. N. Currey, M. E. Johnson, and S. J. Elliott, The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes, *J. Acoust. Soc. Am.* **109(1)** :203-215, 2001.
- [8] O. Schevin, Contribution à l'étude des modes de rayonnement acoustique d'une structure, *PhD Thesis*, 2001
- [9] Ph. Herzog and O. Schevin, Estimation du degré de complexité d'un modèle de source vibrante, *Proc. 6th French Congress on Acoustic (CFA)*, Lille, France, 2002.
- [10] A. M. Pasqual, J. R. Arruda, and Ph. Herzog, Application of Acoustic Radiation Modes in the Directivity Control by a Spherical Loudspeaker Array, *Acta Acustica united with Acustica* **96(1)** :32-42, 2010.
- [11] A. M. Pasqual, Ph. Herzog, and J. R. Arruda, Theoretical and experimental analysis of the electromechanical behavior of a compact spherical loudspeaker array for directivity control, *J. Acoust. Soc. Am.* **128(6)** :3478-3488, 2010.
- [12] A. M. Pasqual and V. Martin, On the acoustic radiation modes of compact regular polyhedral arrays of independent loudspeakers, *J. Acoust. Soc. Am.* **130(3)** :1325-1336, 2011.
- [13] Zubin Liu, Numerical and experimental study of the acoustic radiation modes in the near-field of vibrating structures, *PhD Thesis*, 2013.
- [14] Ph. Herzog and M. Melon, An active cell to improve transmission loss of partition walls at lower frequencies, N° AN3-3 in 9th European Conference on Noise Control, 1030-1035, Prague (CZ), 2012.