



L'onde balistique, de la balle de fusil au module Apollo

J. Varnier^a et F. Sourgen^b

^aONERA, 29, avenue de la Division Leclerc, 92320 Châtillon, France

^bONERA, 2, avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

jean.varnier@onera.fr

L'onde balistique est un ébranlement causé dans l'atmosphère par un corps matériel animé d'une vitesse supersonique. Elle se manifeste à l'oreille par un claquement de fouet pour les petits projectiles, par une détonation (bang sonique) pour les objets de grande taille. La signature commune est un profil de pression temporel en N dont le formalisme est connu, mais qui présente une difficulté pratique, à savoir le calcul de la fonction de volume du mobile considéré : nous en présentons une option dans le cas classique des projectiles d'armes à feu de petit calibre (Camp Irwin, 1944). Ce formalisme doit de plus être adapté pour des objets dont le diamètre est grand devant la longueur, ce qui est le cas du module Apollo en rentrée atmosphérique au-dessus du Pacifique. Les mesures de bang sonique réalisées à bord de navires de la Navy lors des rentrées Apollo 15 et Apollo 16 constituent une base de données très intéressante pour tester les résultats de modèles de mécanique de fluide et de propagation non linéaire dans le cas haute altitude et grand nombre de Mach.

1 Introduction

L'onde balistique engendrée par un projectile de vitesse supersonique a fait l'objet d'études expérimentales dès la fin du XIX^{ème} Siècle et le début du XX^{ème} Siècle [1-2]. Une théorie semi-empirique permettant le calcul de cette onde de choc a été développée pendant la 2^{ème} Guerre Mondiale et à l'issue de celle-ci [3-5]. Cette théorie a ensuite été étendue aux aéronefs pour la prévision de l'intensité du bang sonique, notamment quand le supersonique Concorde ou l'avion de reconnaissance Blackbird ont été mis en service [6-8]. Toutefois, des études récentes concernent les projectiles de petit calibre, dans une optique de détection et de repérage [9-10]. A l'opposé, le bang sonique des objets rentrant à grande vitesse dans la haute atmosphère a fait l'objet d'études expérimentales [11-12]. On se trouve ici en limite du domaine d'application des modèles physiques classiques. On s'intéresse à ces cas extrêmes qui sont en fait simulés par le même code semi-empirique. Des calculs de profils de pression autour du module Apollo à haute altitude et à haut nombre de Mach à l'aide du code de mécanique des fluides CEDRE complètent l'étude.

2 Onde balistique d'un projectile

2.1 Théorie

L'onde balistique créée dans l'atmosphère par un corps animé d'une vitesse supersonique tel qu'une balle de fusil (fig. 1) se traduit à l'oreille, au passage du projectile, par un claquement sec semblable au bruit d'un coup de fouet. Elle correspond à un sillage de choc bordé par une surpression brutale à l'avant et une dépression brutale à l'arrière, d'où le nom générique d'onde en N donné au signal temporel (fig. 2, à gauche). Ce profil peut être caractérisé par deux paramètres, l'amplitude ΔP et la durée ΔT , que l'on peut calculer à une distance donnée de la trajectoire à l'aide d'un formalisme semi-empirique [3-5]. Les dimensions et la forme du projectile sont introduites par la fonction de Whitham (ou fonction de volume) dont l'intégrale I_w , utilisée pour le calcul de ΔP et ΔT , est donnée par :

$$I_w = \int_0^L ds \frac{1}{2\pi} \int_0^s \frac{S''(x)}{\sqrt{s-x}} dx \quad (1)$$

où $S(x)$ est la section droite du mobile et L sa longueur (cf. fig. 3), s étant un paramètre d'intégration. A noter que les formules complexes donnant ΔP et ΔT se réfèrent au nombre de Mach du mobile et aux conditions ambiantes. Dans ces formules, les références [9-10] remplacent

implicitement l'expression (1) de l'intégrale de Whitham par la formule :

$$I_w = \frac{R^2}{\sqrt{L}} \quad (2)$$

où R est le rayon du projectile et L sa longueur totale. Le calcul de I_w effectué avec la forme parabolique de la figure 3 aboutit à la même formule, à la nuance près que L est seulement la longueur de la partie ogivale de la balle. Le calcul montre par ailleurs qu'une forme pointue générée par un arc de parabole, R et L étant inchangés, ne majore que légèrement la valeur de I_w donnée par (2).

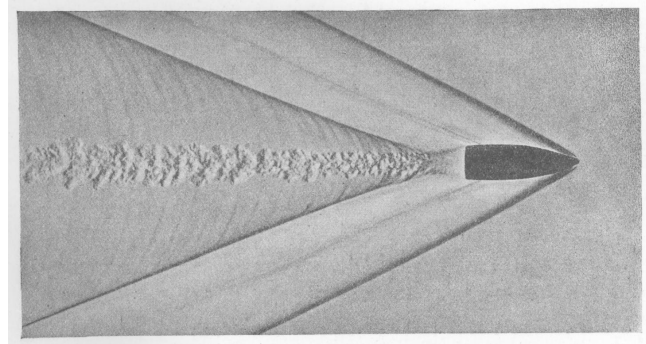


Figure 1: sillage de choc d'une balle de fusil [2]

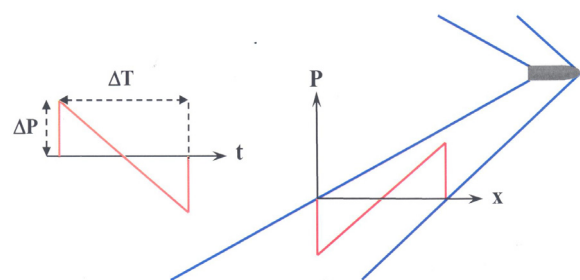


Figure 2 : profil temporel et spatial de l'onde en N

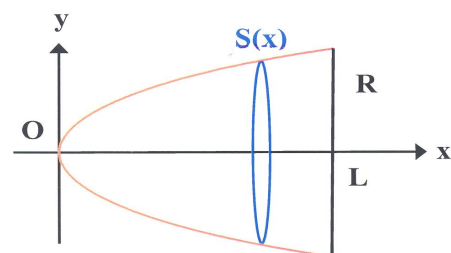


Figure 3 : éléments de calcul de la fonction de Whitham

2.2 Application

On se réfère aux expérimentations réalisées à Camp Irwin (Californie) en novembre 1944, qui ont fourni la base de données utilisée dans la référence [4]. Les calibres utilisés étaient le 7,62 mm (calibre 30), le 12,7 mm (calibre 50), le 20 mm et le 40 mm, d'un usage courant dans l'Armée américaine à l'époque. Les données d'expérience complètes ne concernant malheureusement que les calibres 12,7 mm et 40 mm. L'étude des armes et munitions correspondantes nous amène à considérer les vitesses initiales suivantes des projectiles : 880 m/s (Mach 2,58) pour le calibre 12,7 mm, 854 m/s (Mach 2,50) pour le calibre 40 mm. Les données de pression et température ambiantes adoptées pour faire les calculs correspondent à celles de l'atmosphère statistique CIRA/COSPAR de novembre du 35^{ème} Parallèle Nord à 750 m d'altitude. On a supposé que la vitesse de passage des projectiles était sensiblement égale à leur vitesse initiale.

La forme des balles de 12,7 mm et des obus de 40 mm conduit par ailleurs à adopter la proportion $L = 6 R$ dans la formulation (2) de l'intégrale de Whitham, L étant la longueur de la partie ogivale. A noter que la longueur totale des projectiles est de 10 R environ, soit 5 fois leur calibre.

Pour les valeurs de l'amplitude ou pic de pression ΔP et de la durée de passage de l'onde ΔT , on adopte les moyennes déterminées par Du Mond et al [4] sur plusieurs tirs. Il est important de noter que l'amplitude ΔP est une donnée moins fiable que la durée ΔT pour deux raisons :

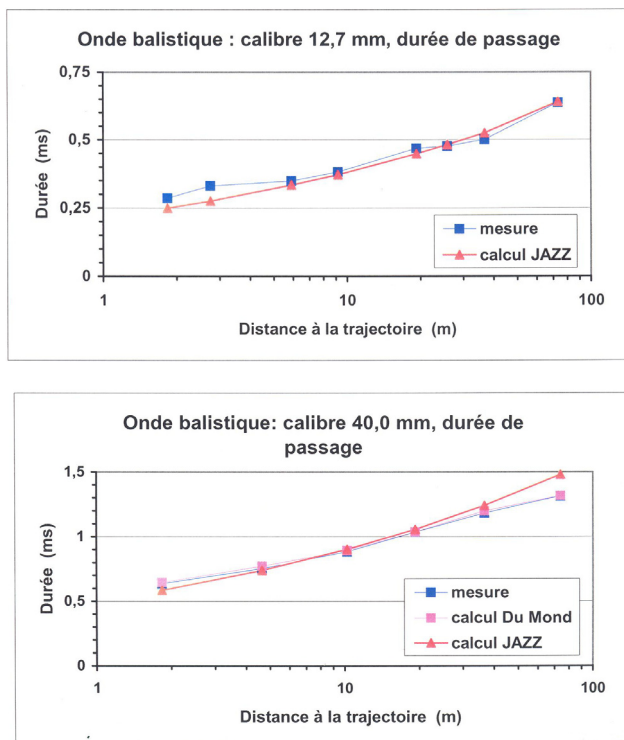


Figure 4 : comparaison calcul-mesure pour ΔT

- les effets non linéaires provoquent à courte distance une décroissance spatiale importante de la pression dont ne rend pas compte la formule de champ lointain utilisée ;
- Du Mond signale des effets de réflexion sur le sol qui ne sont pas quantifiés dans son analyse.

Ces deux types d'effet tendent à majorer l'amplitude de l'onde balistique par rapport au calcul théorique. Leur effet

sur sa durée de passage semble par contre être négligeable.

La comparaison du calcul (code JAZZ) et de la mesure pour la durée de passage ΔT de l'onde balistique aux différentes distances de mesure est montrée sur la figure 4 pour les calibres 12,7 mm et 40 mm. La concordance est très bonne d'une façon générale, ainsi d'ailleurs que celle des calculs effectués par Du Mond et al avec un formalisme apparenté.

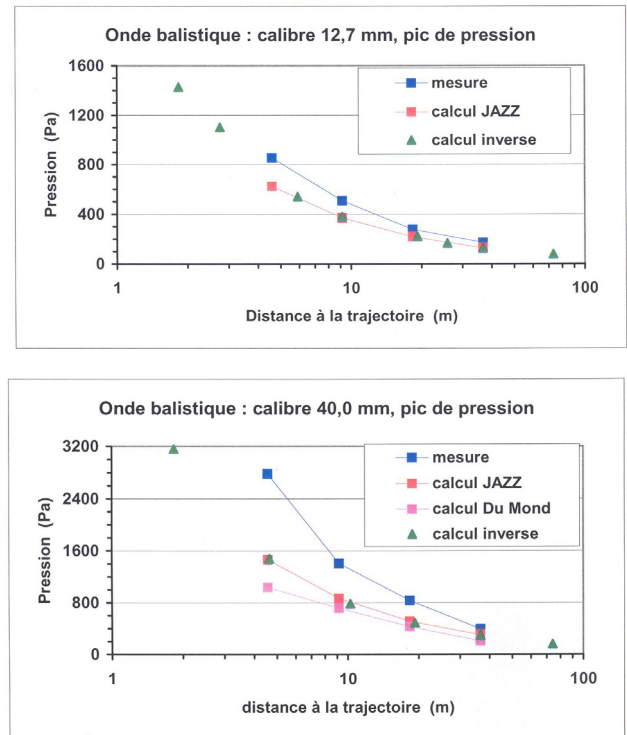


Figure 5 : comparaison calcul-mesure pour ΔP

Les mêmes comparaisons sont effectuées sur la figure 5 pour le pic de pression ΔP - on ne trouve malheureusement pas dans [4] la reproduction d'un enregistrement réel. Comme attendu, les différences entre le calcul et la mesure sont nettement plus grandes, mais il faut noter :

- qu'elles diminuent quand la distance augmente ;
- qu'elles sont plus grandes, à distance égale, pour le calibre 40 mm que pour le calibre 12,7 mm.

Le premier point s'explique aisément par la diminution des effets non linéaires, notamment de la dissipation thermique, quand on s'éloigne de la trajectoire. Le second a la même cause, en rapport avec le calibre des projectiles auxquels les distances doivent être rapportées : ainsi, 4 m représentent 315 calibres pour la balle de 12,7 mm et 100 calibres seulement pour l'obus de 40 mm.

Nous avons reporté dans les deux figures 5 l'amplitude calculée via le formalisme (3) à partir de la durée mesurée ("calcul inverse"). Celle-ci se rapproche bien évidemment des simulations, le calcul annulant à la fois les effets non linéaires et les effets de réflexion sur le sol. A noter que le rapport $\Delta T/\Delta P$, faisant disparaître le facteur commun $I_w^{1/2}$, est indépendant de la géométrie du projectile. On a :

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{2}{P_0} \frac{\gamma + 1}{\gamma c_0} \frac{M}{\sqrt{M^2 - 1}} r \quad (3)$$

où r est la distance à la trajectoire et M le nombre de Mach.

3 Bang sonique des modules Apollo

3.1 Approche simplifiée

Le bang sonique des avions est une onde balistique à grande échelle qui se traduit à l'oreille par une détonation violente, notamment en cas de focalisation - à ne pas confondre avec le double bang dont les causes sont différentes. La théorie appliquée est identique à celle de l'onde balistique des projectiles, à la nuance près qu'on introduit une fonction de portance qui augmente l'amplitude de l'onde en N et introduit une dissymétrie entre sa partie positive et sa partie négative. La figure 6 montre un enregistrement correspondant à un bang focalisé.

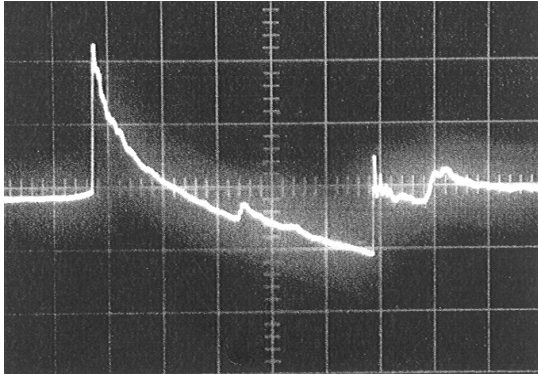


Figure 6 : bang sonique de Mirage III [13]

Le cas des bangs soniques issus des modules Apollo en rentrée atmosphérique au-dessus du Pacifique [11-12] est différent : les vitesses et les altitudes sont d'un ordre de grandeur situé au-delà des limites usuelles du modèle (Mach 3 à 25.000 m pour le SR-71), l'effet de portance est créée par l'incidence du véhicule par rapport au vecteur vitesse (environ 20°). Le problème qui se pose pour la modélisation est lié notamment à la forme du module qui n'a rien à voir avec celle d'une balle de fusil ou d'un avion : 3,4 m de haut pour 3,9 m de diamètre (figure 7).

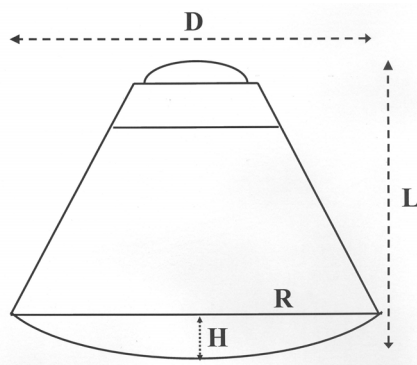


Figure 7 : module de commande Apollo [11]

Pour calculer par la formule (2) l'intégrale de Whitham I_w du bouclier thermique, on l'assimile à un paraboloïde de longueur H et de rayon R . Par contre, des calculs de mécanique des fluides portant sur l'influence de la longueur d'un mobile sur la durée ΔT de l'onde en N (code ONERA elsA) ont montré que cette durée devait être corrigée d'un facteur :

$$F_{(\Delta T)} = \left(\frac{L}{8D} \right)^{1/4} \quad (4)$$

L étant ici la longueur totale et D le diamètre. A noter que pour le "corps élané" symétrique ayant servi de référence à la théorie de Whitham [5], ce facteur correctif serait proche de 1, ce que l'on peut également admettre pour les projectiles d'armes à feu à cause de l'effet de culot qui élargit le sillage (fig. 1). Par ailleurs, un facteur 2 de champ réfléchi est à apporter à l'amplitude ΔP quand les capteurs sont posés sur le sol, en l'occurrence le pont des navires de l'US Navy positionnés sous la trajectoire de rentrée.

Les signaux enregistrés sont de forme irrégulière mais les paramètres $[\Delta P, \Delta T]$ des ondes en N équivalentes ont été déterminés par la NASA (fig. 8).

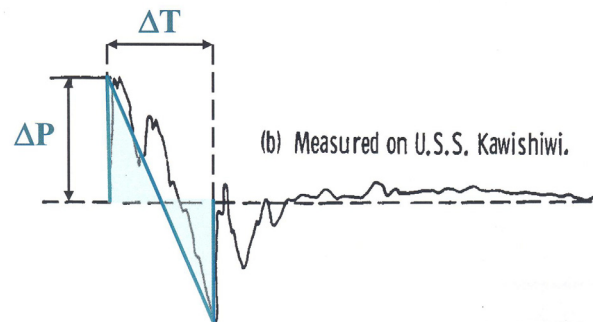


Figure 8 : signal de bang sonique [11]

Le formalisme de Whitham étant valable pour une atmosphère homogène (altitude constante), les paramètres de l'onde en N sont calculés en tenant compte des conditions ambiantes de température et de pression en altitude et au niveau de la mer [14]. Le tableau 1 montre le résultat des simulations du code JAZZ comparées aux mesures : pour chaque point de vol Apollo 15 ou Apollo 16 dont on précise l'altitude et le nombre de Mach, on a fait le rapport des amplitudes ΔP et des durées ΔT calculées et mesurées. On voit que l'erreur n'excède pas $\pm 30\%$ pour l'amplitude et $\pm 10\%$ pour la durée, avec un rapport moyen voisin de 1, ce que l'on peut considérer comme un bon résultat pour un code semi-empirique, compte tenu des simplifications opérées (ni incidence, ni portance).

Tableau 1: comparaisons calcul/mesure pour l'onde en N

Navire USS	altitude (m)	M	Rapport des ΔP	Rapport des ΔT
Genesee	52500	16	0,80	0,90
Ponchatoula	44100	9,6	0,78	1,00
Kawishiwi	33400	4,6	1,29	1,07
Okinawa	28900	3,1	0,98	1,04
Ticonderoga	27600	2,6	1,30	1,07
Rapport moyen			1,03	1,02

3.2 Approche numérique

Géométrie Apollo et points de vol considérés

Les modules de commandes CM112 et CM113 des vols Apollo 15 et 16 sont identiques mais leur géométrie précise n'a pas été publiée. Le module Apollo 6 (géométrie disponible [15]), dont le rayon de courbure à la jonction de la calotte sphérique avec la partie conique, cf. fig. 9) reproduit bien les caractéristiques d'Apollo 15 et 16. Les possibles différences, de l'ordre du mm ou du demi-degré, n'auront pas d'influence sur des calculs Navier-Stokes (N.S.) du sillage.

Deux points de vol correspondant à des bangs soniques enregistrés ont été retenus :

- Apollo 15 : $z = 52,5$ km, $M = 16$, $T = 268$ K, $P = 58,4$ Pa,
- Apollo 16 : $z = 44,1$ km, $M = 9,6$, $T = 272$ K, $P = 186$ Pa.

Pour Apollo 16, des mesures météorologiques par fusée-sonde sont données dans [12]. Pour Apollo 15, on se base sur le modèle d'atmosphère standard US 76

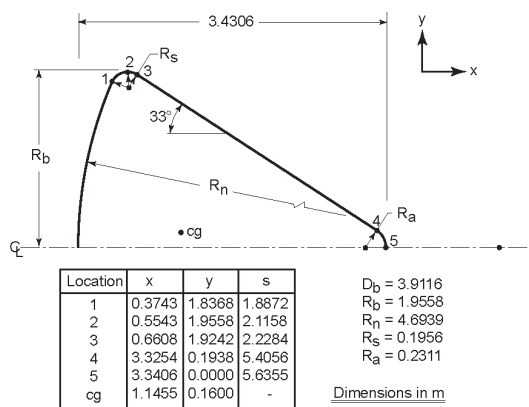


Figure 9 : géométrie du module Apollo 6 [15]

Analyse préliminaire

Le point essentiel pour mener les calculs Navier-Stokes est de connaître l'état thermo-chimique du gaz et la modélisation physique la plus adaptée à sa description. En se basant sur le paramètre de dissociation, produit de la masse volumique amont et de la longueur de référence (ρ , L_{ref}), on peut prévoir cet état thermo-chimique au point d'arrêt par analogie avec l'étude menée pour le point d'arrêt d'une sphère par Gupta et al [16]. La figure 10 représente le résultat de cette analogie (conservation du paramètre de dissociation). Les cas Apollo 15 et 16 étudiés sont dans un domaine d'existence des 5 espèces chimiques pour l'air à l'équilibre thermo-chimique au point d'arrêt. En aval, au passage de la détente à la jonction calotte-cône et dans le sillage, ces espèces peuvent éventuellement se recombiner mais le nombre d'espèces maximal restera de 5. On ne peut toutefois pas supposer que l'écoulement reste à l'équilibre thermo-chimique en aval du fait des valeurs finies pour les vitesses de recombinaison. Cependant un modèle de cinétique chimique adapté peut être choisi (modèle de Park 5 espèces).

Analyse en axisymétrique

Bien que les deux capsules soient stabilisées le long de leur trajectoire par un angle d'incidence fortement négatif (entre -22° et -20° aux points de vol considérés), une façon de déterminer la meilleure modélisation pour l'état thermo-chimique du gaz a consisté en une étude préalable en supposant l'écoulement axisymétrique (sans incidence).

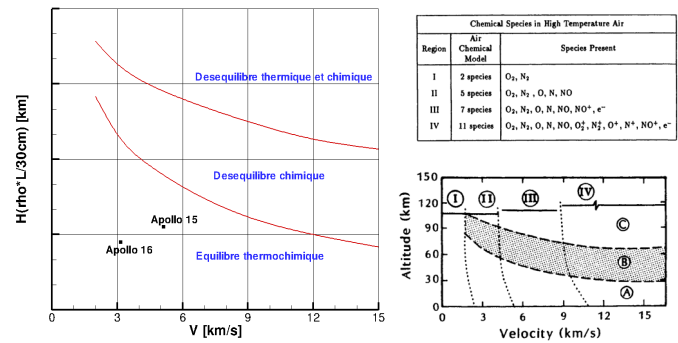


Figure 10 : état thermo-chimique de l'air au point d'arrêt

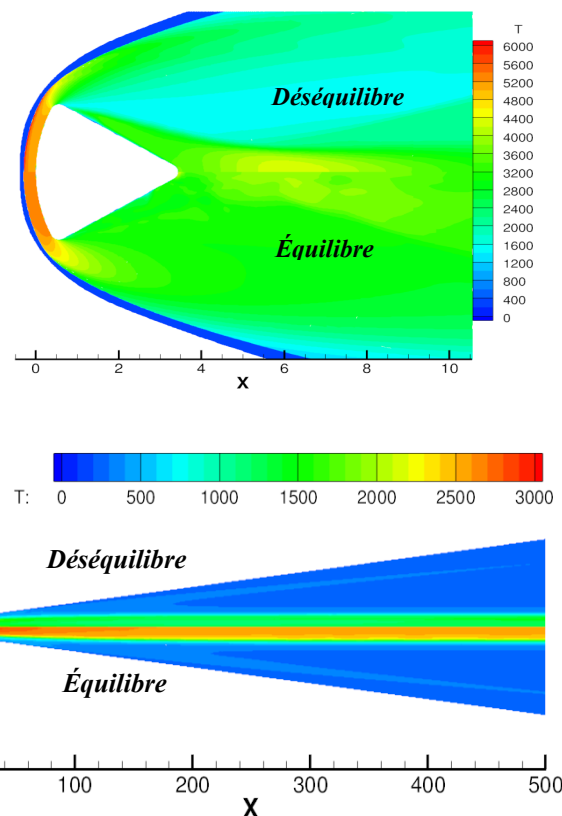


Figure 11 : comparaison des calculs Navier-Stokes

Les résultats sont présentés pour le cas d'Apollo 15 sur la figure 11. On compare des calculs Navier-Stokes à l'équilibre et en déséquilibre chimique à 5 espèces.

La région d'arrêt est en équilibre chimique en bonne approximation. Cependant, on observe dès la détente et tout le long de la partie centrale du sillage que la température est nettement moins élevée dans le cas du calcul en déséquilibre. On en déduit que les taux de recombinaison (elle restitue de l'énergie dans l'écoulement) ne peuvent être considérés comme infinis. Cela a une conséquence en particulier sur la forme du choc et le champ de pression, représenté sous forme de coupes sur la figure 12.

Notons que la turbulence dans le sillage est prise en compte par un modèle de Spalart et Allmaras. Cela ne modifie pas la forme du choc ni les profils de pression, par conséquent le choix du modèle importe peu, mais il est nécessaire pour stabiliser l'écoulement dans la région centrale du sillage (voir le calcul par demi-sillage fig. 13).

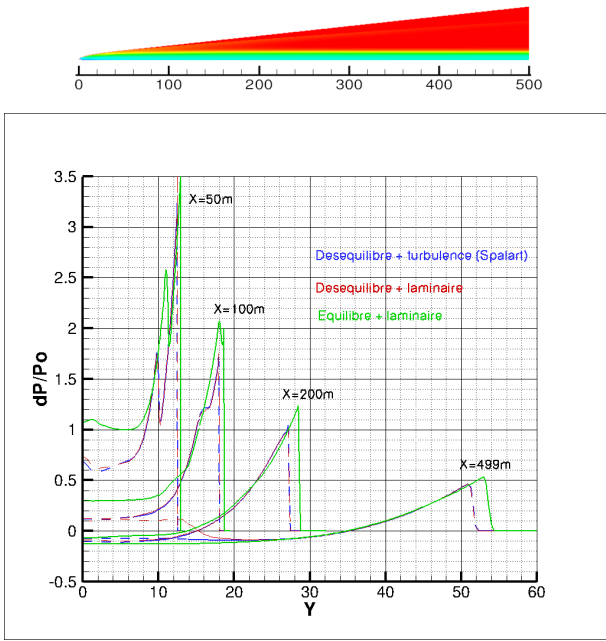


Figure 12 : coupes verticales du sillage en pression

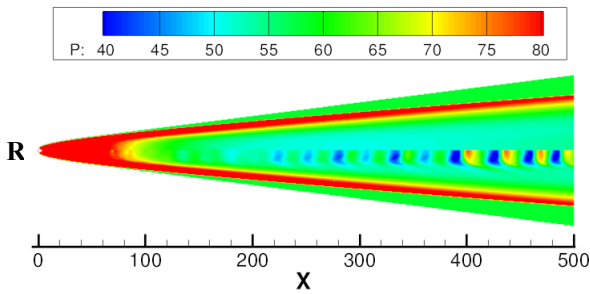


Figure 13 : calcul N.S. laminaire (haut) et turbulent (bas)

Reconstruction de la source acoustique en 3D

Le choix des modèles physiques a pu être identifié pour les cas Apollo 15 et 16 (déséquilibre chimique à 5 espèces et modèle de turbulence). Un maillage 3D composé de cellules parallélépipédiques a été réalisé de façon à capturer le choc sur l'ensemble du sillage (la position du choc peut par exemple être déduite par rotation de la position observée en axisymétrie). 26 millions de cellules ont été nécessaires pour capturer le choc sur une longueur de 3 km en aval de la capsule Apollo 15. En effet, du fait de la forte inclinaison du choc en hypersonique, cette distance est nécessaire si l'on veut respecter, lors des calculs de propagation acoustique, l'hypothèse de champ lointain. Pour le calcul Apollo 16, un sillage plus court a été utilisé (500 m) du fait du nombre de Mach inférieur.

Une représentation 3D de ce maillage par rapport à l'écoulement est visible sur la figure 14. La figure 15 représente l'allure de l'écoulement en iso-Mach autour de la capsule Apollo 15.

Les profils de pression longitudinaux extraits des calculs 3D et utilisés pour le calcul de la propagation acoustique sont représentés sur la figure 16. Une différence notable par rapport au profil en N classiquement observé en supersonique est le retour asymptotique de la pression à sa valeur amont. On observe également qu'en dépit de la forte incidence et du caractère 3D de l'écoulement, à grande distance et du point de vue des profils de pression l'écoulement est faiblement dissymétrique.

En utilisant le profil à 20 m (courbe rouge de la figure 16) comme entrée du code de propagation non linéaire TRAPS [17], on observe d'abord une forme intermédiaire de l'onde propagée, puis un retour à la forme en N au niveau de la mer (figure 17). En réalité, c'est une forme intermédiaire qui a été enregistrée (figure 18). Le calcul donne la bonne amplitude globale $\Delta P^+ + \Delta P^-$ mais surévalue la durée de "l'onde en N" observée (0,8 s pour 0,5 s).

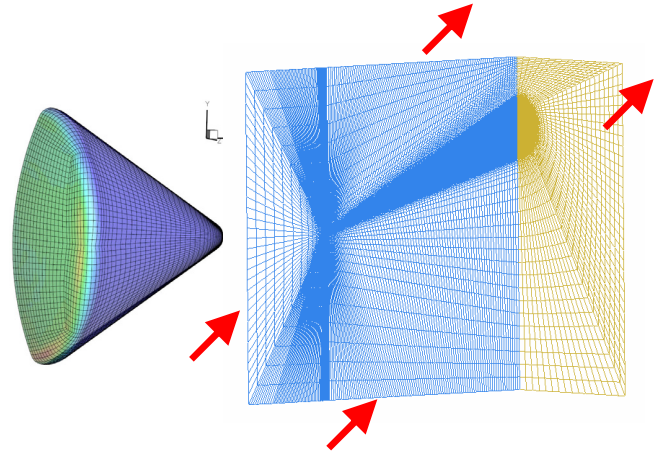


Figure 14 : maillage 3D utilisé pour le calcul Navier-Stokes

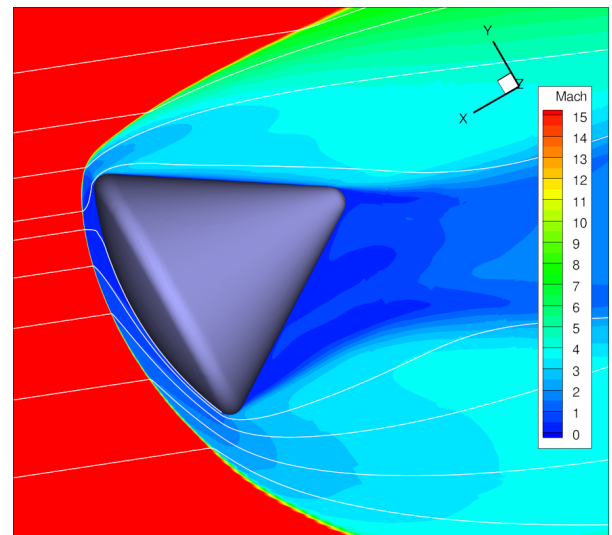


Figure 15 : calcul N.S. turbulent en déséquilibre chimique

4 Conclusion

Nous avons présenté deux approches possibles du calcul de l'onde balistique et du bang sonique, la première faisant appel à des modèles classiques de type semi-empirique, la seconde à des codes lourds de mécanique des fluides (CEDRE) et de propagation (TRAPS). Dans ce dernier cas, une étude approfondie a été menée pour trouver l'approche physique la mieux adaptée à la haute altitude. A proximité du module, le code CEDRE donne une demi-alternance de même durée que la demi-onde en N du code JAZZ à la même distance, mais avec un retour asymptotique à la pression ambiante ; au niveau de la mer la propagation non linéaire a rétabli un profil classique en N d'amplitude correcte, la durée du signal observé étant un peu surévaluée.

Il est intéressant de constater que le modèle semi-empirique peut être utilisé avec succès dans le cas Apollo, moyennant une "correction de corps court" pour la durée.

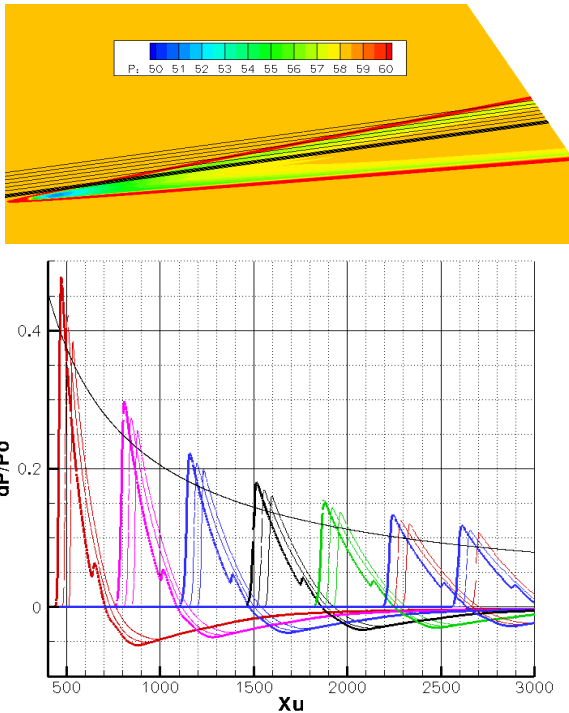


Figure 16 : profils de pression longitudinaux (Apollo 15)

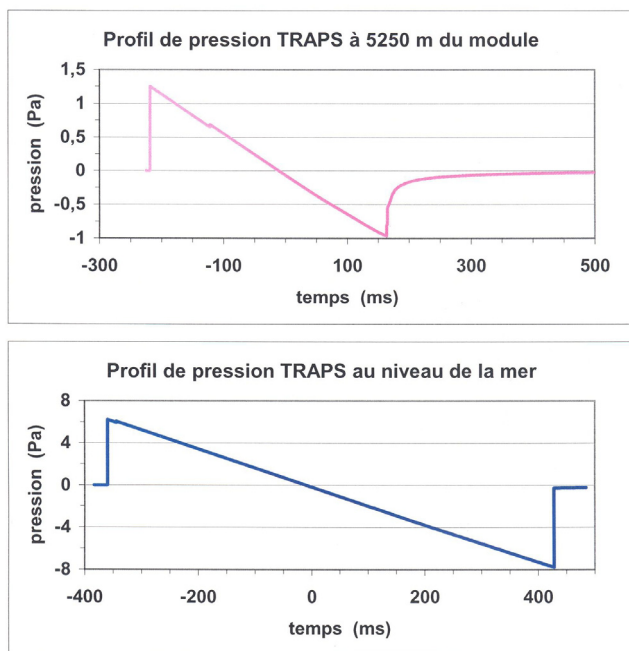


Figure 17 : ondes calculés par le code NASA TRAPS [17]

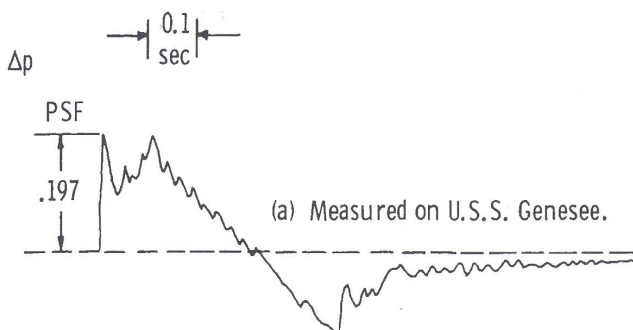


Figure 18 : bang sonique Apollo 15 à 52 km d'altitude [11]

Références

- [1] E. Mach, *Photographische Fixierung der durch Projektile in der Luft eingeleiteten Vorgänge*, Akademie der Künste und Wissenschaften, Vienna, (1887)
- [2] P. Charbonnier, E. Esclangon, *Etude cinématique du champ acoustique d'un projectile. L'acoustique des canons et des projectiles*, Mémorial de l'Artillerie Française, tome IV, 3ème fascicule (1925)
- [3] L.D. Landau, *On shock waves*, J. Phys. Acad. Sciences URSS 6, pp. 229-301 (1942)
- [4] J.W.M. Du Mond, E.R. Cohen, W.K.H. Panofsky, and E. Deeds, *A determination of the wave forms and laws of propagation and dissipation of ballistic shock waves*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 18, No. 1, pp. 97-118 (1946)
- [5] G.B. Whitham, *The flow pattern of a supersonic projectile*, Communications on pure and applied mathematics, Vol. V, No. 3, pp. 301-348, (1952)
- [6] M. Schaffar, G. Parmentier, A. Dancer, M. Froböse, *Revue et synthèse de l'ensemble des travaux effectués sur le bang sonique, en particulier à l'ISL 1961-1974*, Rapport 40/74, Institut Saint-Louis (1998)
- [7] S.R. Norris, E.A. Haering Jr., and J.E. Murray, *Ground-based sensors for the SR-71 sonic-boom propagation experiment*, NASA TM 104310 (1995)
- [8] L.G. Ivanteyeva, V.V. Kovalenko, E.V. Pavlyukov, L.L. Teperin, and R.G. Rackl, *Validation of sonic boom propagation codes using SR-71 flight test data*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 111, No. 1, pp. 554-561 (2002)
- [9] R. Stoughton R., *Measurements of small-caliber ballistic shock waves in air*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 102, No. 2, Part 1, pp. 781-787 (1997)
- [10] B.M. Sadler, T. Pham, L.C. Sadler, *Optimal and wavelet-based shock wave detection and estimation*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 104, No. 2, pp. 955-963 (1998)
- [11] D.A. Hilton, H.R. Henderson, and R. Mc Kinney, *Sonic-boom ground-pressure measurements from Apollo 15*, NASA TN D-6950 (1972)
- [12] H.R. Henderson and D.A. Hilton, *Sonic-boom ground-pressure measurements from the launch and reentry of Apollo 16*, NASA TN D-7606 (1974)
- [13] J. Vallée, *Opération Jéricho-Focalisation. Mesure de l'intensité des bangs soniques engendrés par un avion volant en palier accéléré*, Rapport d'études N° 272 du Centre d'Essais en Vol (1967)
- [14] J. Varnier, *Sonic boom, jet noise and Doppler effect*, Acoustics in practice, EAA, Vol. 1, No. 2, pp. 7-15, (2013)
- [15] *Apollo 6*, 9th AIAA/ASM Thermophysics and Heat Transfer Conference, San Francisco, CA (2006)
- [16] R.N. Gupta, J.M. Yos, and I.A. Thompson, *A Review of Reaction Rates and Thermodynamic and Transport Properties for the II-Species Air Model for Chemical and Thermal Nonequilibrium Calculations to 30,000 K*, NASA TM 101528 (1989)
- [17] A.D. Taylor, *The TRAPS sonic boom program*, NOAA TM ERL ARL-87, Air Resources Laboratories (1980)