



Modélisation de coques axisymétriques immergées, raidies ou revêtues

S. Beretti

DGA Techniques navales, avenue de la Tour Royale, BP 40195, 83050 Toulon Cedex, France
stephane.beretti@intradef.gouv.fr

On présente des méthodes analytiques permettant de résoudre rapidement la réponse en vibroacoustique (déplacements, bruit rayonné dans l'eau selon la fréquence) de grandes structures élastiques "minces" axisymétriques. Les outils développés permettent de traiter des systèmes complexes (coque cylindrique fermée, ou raidie et cloisonnée en interne; l'espacement non périodique et l'élasticité de ces éléments annulaires ajoutés étant si nécessaire aussi pris en compte). Des exemples de validation des modèles avec des grandes maquettes mesurées dans l'eau (excitées par un pot vibrant par exemple) sont présentés pour des gammes de fréquences très larges. On aborde aussi des méthodes complémentaires permettant d'ajouter des revêtements élastiques externes (découplage ou absorbant) qui modifient l'impédance de l'interface de la coque dans l'eau ainsi que la propagation des ondes élastiques; la zone revêtue pouvant être en première approche complète (selon toute la circonférence de la coque), mais aussi partielle.

1 Introduction

Les grands véhicules sous-marins sont constitués en général d'une coque axisymétrique en acier, résistante à la pression d'immersion; comportant de nombreux raidisseurs annulaires périodiquement espacés, avec en sus, quelques cloisons résistantes - internes et aux bouts.

La réponse en vibroacoustique du système inclut aussi bien le rayonnement dans l'eau, due à la coque élastique excitée en interne ou via la ligne d'arbre de son propulseur arrière, que la diffraction de l'ensemble soumis à une pression acoustique externe (type onde plane). Voir Figure 1. On ne s'intéresse pas ici aux autres excitations comme celles dues à l'écoulement turbulent. Les réponses utilisées pour nos applications sont aussi bien les déplacements normaux sur la coque w , que les pressions acoustiques P dans l'eau, en champ proche et en champ lointain.

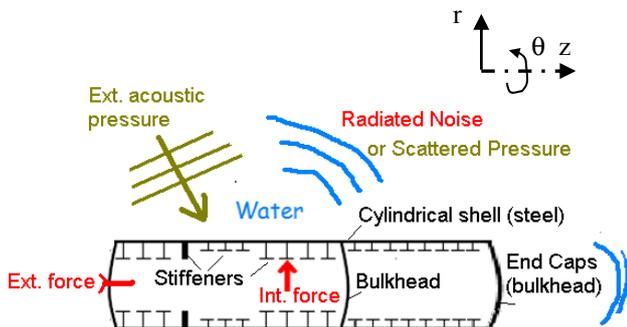


Figure 1: Vibroacoustique de la coque raidie.

Compte tenu du domaine des fréquences d'intérêt très étendu (quelques dizaines de Hz "UBF", à quelques kHz "HF") et de la présence de l'eau (fluide lourd), les outils classiques (éléments finis FEM/BEM) sont très contraignants en mise en œuvre ou atteignent une limite dès la gamme UBF. Les outils de statistique énergétique SEA "MF à HF", ne peuvent pas sortir des réponses spatiales le long de la coque, en tenant compte des interactions fortes dues aux raidisseurs; ce qui empêche par exemple de sortir des directivités (de la pression rayonnée ou diffractée en champ lointain, ou pour une formation de voies sur une antenne "sonar sur coque").

Dans le cas de la coque non revêtue, en sous-structurant le système, les méthodes analytiques permettent de résoudre une large partie des problèmes.

Par exemple, avec une coque assimilable à un cylindre parfait (rayon a constant), une méthode [1] permet d'assembler un modèle élastique classique de la coque mince non raidie (équations de *Flügge*), couplée au fluide, avec les admittances des raidisseurs ou de cloisons internes

quelconques axisymétriques, calculées par mode circonférentiel n à partir d'un outil FEM 2D. L'outil *MACSIM* utilisant cette méthode a permis de retrouver des phénomènes mesurés sur plusieurs maquettes en eau, comme ceux liés aux ondes de flexion de *Bloch-Floquet* le long d'une coque raidie [2,3]. Les comparaisons entre l'outil et les mesures étaient effectuées pour $k_f a$ allant de 2,5 à plus de 200 selon les cas.

Avec k_f le nombre d'onde dans l'eau:

$$k_f = \omega / 1500 \text{ rad.m}^{-1}; \quad \omega = 2\pi f; \quad f: \text{fréquence.}$$

Afin de prendre en compte le rayonnement des cloisons du bout ou des tronçons coniques de la coque de rayon variable, un autre modèle tout analytique [4] permet d'assembler ces éléments [avec les coques cylindriques]. Comme le modèle précédent, il utilise aussi les équations de *Flügge*, plus celles de *Donnel-Mushtari*, ainsi qu'une résolution selon les modes circonférentiels (somme selon n). L'outil analytique basé sur cette méthode, a été étendu à la modélisation de structures à deux rayons de courbure, comme un dôme immergé rempli aussi d'eau ou le des cloisons élastiques semi-sphériques. Il permet d'obtenir des résultats en vibroacoustique en eau similaires à ceux sortis numériquement avec des outils FEM/BEM en 3D [4,5]. Les comparaisons entre ces deux outils étaient effectuées pour $k_f a$ et n allant respectivement jusqu'à 1 et 10.

On présente dans le chapitre 2 d'autres comparaisons des modèles analytiques avec des mesures sur une coque raidie en lac (avec en sus des cloisons internes).

Le chapitre 3 abordera la prise en compte dans ces modèles, de revêtements acoustiques (élastomères complexes), d'épaisseur finie, couvrant partiellement la coque. Ils peuvent, selon les cas, être plutôt découplant (impédance inférieure à celle de l'eau) ou plutôt absorbant (anéchoïque).

2 Réponse de coque raidie

2.1 La maquette expérimentale

Il s'agit d'une coque en acier en grande partie cylindrique, raidie régulièrement (par une centaine de couples, sur 4 tronçons séparés par 3 cloisons épaisses) d'environ 15 m de long (a d'environ 1 m), immergée dans un lac. A son bord étaient montés des accéléromètres et un pot vibrant (avec son capteur de force permettant de sortir la référence pour $F_w = 1$ N appliquée ponctuellement sur la coque). La mesure de la pression acoustique près de la coque était effectuée simultanément sur 50 hydrophones le long de la maquette (situés à $r = 1.07 a$), et en partie avant sur une antenne de 16 hydrophones (à $r = 1.03 a$) avec un espacement plus faible entre eux. La coque est fermée aux bouts par des cloisons épaisses.

2.2 Comparaison modèle-mesure

Le modèle par l'outil *MACSIM* considère la portion raidie de la maquette assimilée à un cylindre dont les bouts sont bloqués.

On met en évidence par le modèle des fréquences où la propagation des vibrations le long de la coque interfère plus ou moins avec les cloisons internes épaisses (indiquées en traits épais blancs sur la Figure 2) ou avec un raidissage ponctuellement plus "fort" (indiqué en traits pointillés noir sur la même Figure, ici en aval du point d'excitation indiqué par la flèche).

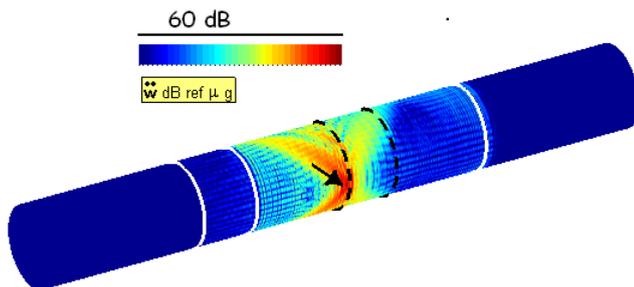


Figure 2: Accélération sur la coque (modèle à f_1 Hz).

Le tracé selon l'axe z des niveaux de pression acoustique relevés à $r = 1.07 a$, montrent que le modèle permet de retrouver le phénomène de « point arrêt » mesuré : la Figure 3-a avec sa courbe dissymétrique par rapport au point d'excitation indique bien la chute de pression acoustique au passage du raidisseur fort situé à droite du pot vibrant. Par contre, à une fréquence f_2 plus « HF », on ne retrouve plus cette interférence (courbe symétrique de la Figure 3-b). Les traits épais noirs sur l'axe des z indiquent la position des cloisons et des raidisseurs forts ; le triangle jaune indique le point d'excitation.

Le traitement spatial par FFT des pressions acoustiques relevés au niveau des hydrophones de l'antenne avant, à $r = 1.03 a$, permet de sortir les niveaux selon le nombre d'onde k_z (traitement identique à une formation de voies ou directivité, mais étendue ici au-delà de la zone supersonique $|k_z| < |k_f|$). Le résultat de la Figure 4, pour une fréquence donnée (f_3 entre f_1 et f_2), avec une excitation derrière un bord de l'antenne, montre que l'on peut retrouver par modèle, les « voies » où le rayonnement en zone acoustique est plus fort. Ce phénomène s'avère être lié aux interférences de l'onde de flexion en sens aller-retour le long de la coque, avec la dizaine de raidisseurs

périodiquement espacés situés derrière l'antenne (ondes de flexion de *Bloch-Floquet* [2,3]).

Ces modèles ont été résolus pour $k_f a$ et pour [la sommation selon] n atteignant respectivement une douzaine et une centaine.

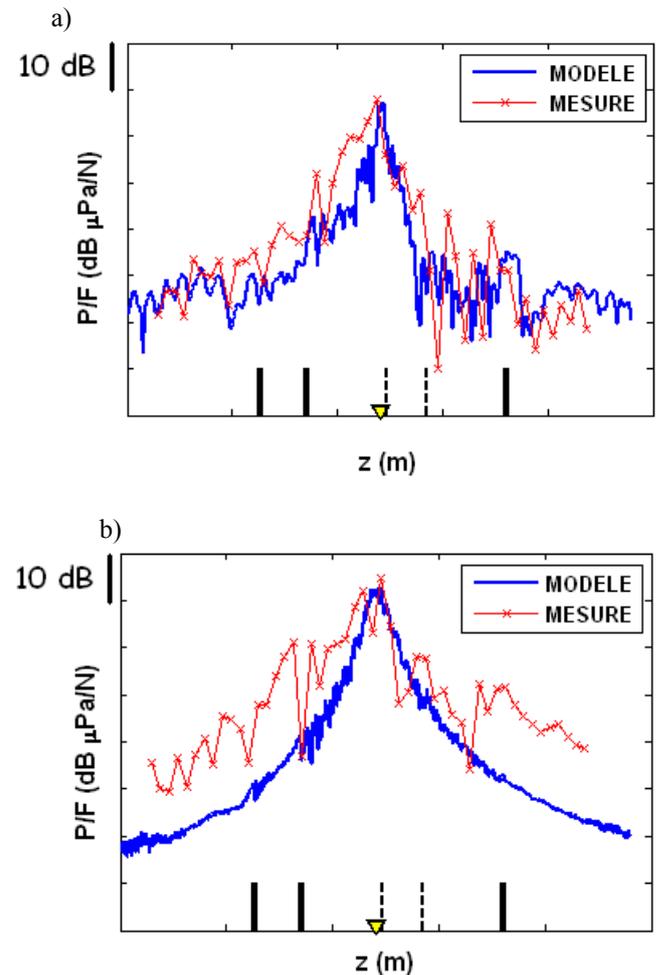


Figure 3: Mesure et modèle P/F le long de la coque a) à la fréquence f_1 ; b) à la fréquence f_2 .

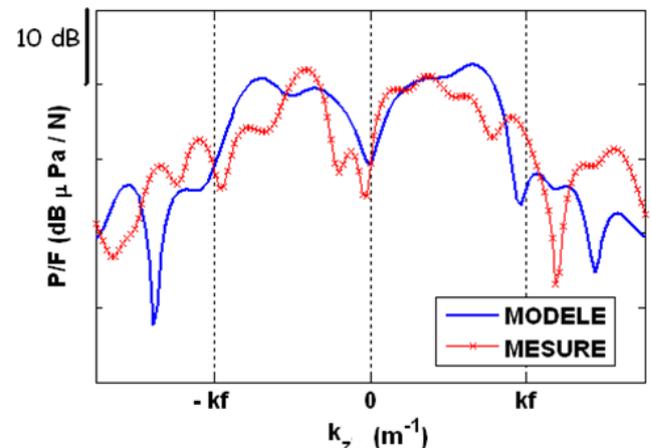


Figure 4: Mesure et modèle P/F sur l'antenne sur la coque avant, selon le nombre d'onde axial, à la fréquence f_3 .

3 Réponses de coque revêtue

3.1 Contexte, formulations

Pour la suite, les revêtements acoustiques sont des matériaux de type élastomère, homogène à l'échelle d'un espacement entre raidisseurs et de masse surfacique faible par rapport à la coque nue. Ils sont isotropes et caractérisés par une masse volumique ρ_c , par deux modules élastiques ou par équivalence par deux célérités des ondes: en compression C_L , et en cisaillement C_s (incluant aussi des pertes viscoélastiques et des variations avec la fréquence). Ils sont posés sur toute ou une partie de la face externe de la coque ou des cloisons des extrémités, sur une zone assez large ne comportant pas de discontinuités de courbure; l'effet de "bordure" de ces revêtements est négligé.

Dans le cas d'élastomères "transparents" enrobant les hydrophones d'une antenne posée sur la coque, on peut réutiliser les déplacements résolus sur coque raidie nue. La formulation pour obtenir la pression acoustique à une distance d proche de la coque nue, de grand rayon de courbure, utilise un modèle plan:

$$\left(\frac{p}{w}\right)_n(k_z, d) = \frac{\rho_f \omega^2}{\tilde{k}} \exp(-\tilde{k}_n d) \quad (1)$$

avec $\tilde{k}_n = \left(k_f^2 - k_z^2 - \frac{n^2}{a^2}\right)^{1/2}$ $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$

La prise en compte de l'élastomère revient à remplacer cette formule par $\left(\frac{\sigma}{w}\right)_n(k_z, d)$, pour avoir la contrainte élastique σ sur l'hydrophone au sein de l'élastomère. Son calcul analytique utilise un modèle élastique multicouche, par matrice de transfert, à partir des épaisseurs et des caractéristiques des couches ajoutées [7].

Afin de prendre en compte d'autres revêtements d'antenne, absorbant ou découplant, qui interagissent plus fortement sur la dynamique de la coque raidie, il est préférable d'utiliser des modèles faisant intervenir la FEM, et pour éviter l'écueil d'un maillage en 3D limité en « UBF », il est possible de résoudre selon n un maillage simplifié en « pseudo-2D axi-cyclique » [8], voir Figure 5.

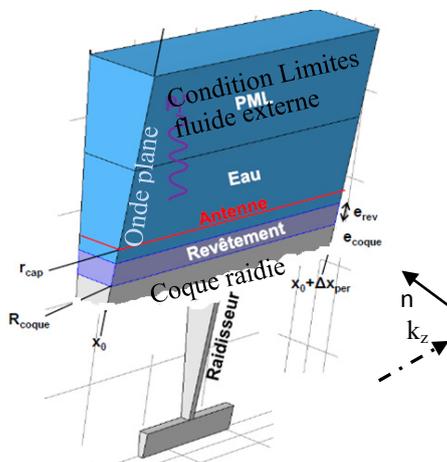


Figure 5: Modèle FEM axi-cyclique d'une antenne posée sur une coque périodiquement raidie et revêtue [8]

Dans le cas des modèles analytiques présentés précédemment, pour tenir compte de revêtements, on peut, en première approche, modifier l'impédance acoustique sur la coque, ratio de la pression acoustique diffusée sur le déplacement radiale (ce qui devrait prendre en compte les principaux effets dus aux revêtements: découplage, absorption). Pour la coque nue, elle s'écrit sous la forme d'une charge fluide FL (insérée dans une des équations *Flügge* ou similaires) et a comme valeur [9]:

$$FL = \left(\frac{p_s}{w}\right)_n = -\rho_f \omega^2 \frac{H_n(\tilde{k}.a)}{\tilde{k} H_n'(\tilde{k}.a)} \quad (2)$$

$$\text{avec } \tilde{k} = (k_f^2 - k_z^2)^{1/2}$$

et H_n la fonction de *Hankel* de 1^{ère} espèce d'ordre n (pour la convention selon le temps « $\exp -i\omega t$ »).

Initialement valable pour une coque cylindrique mince (rayon a), cette formule est aussi utilisée par tranche de rayon variable, pour estimer le FL sur un tronçon conique [4] ou sur une coque mouillée doublement courbée [5].

L'article [10] change l'impédance d'une coque revêtue, résolue par les équations *Flügge*, comme suit:

$$FL_c = \left(\frac{p_s}{w_c}\right)_n = -\rho_f \omega^2 \frac{H_n(\tilde{k}.a)}{\tilde{k} H_n'(\tilde{k}.a)} \quad (3)$$

$$Z_c = \left(\frac{P_s}{-i\omega(w_c - w)}\right) = \rho_c C_L \quad (4)$$

où w_c est le déplacement sur la face externe du revêtement en contact avec l'eau. Dans le cas d'une excitation externe type onde plane incidente p_i , le p_s de l'Eq. (4) est remplacé par $p_i + p_s$. Mais cette valeur de Z_c reliant w_c au déplacement w résolu sur la coque, est trop simpliste, ce qui peut donner des résultats inexacts, comme on le verra par la suite (Figure 6), car l'épaisseur du revêtement ainsi que l'influence du cisaillement ne sont pas pris en compte.

On préfère calculer exactement le FL avec revêtement, en utilisant un modèle élastique multicouche, par matrice de transfert 3D [11], résolu analytiquement en cylindrique, à partir des épaisseurs et des caractéristiques des couches ajoutées sur le support (ici la coque acier vide). Une fois le FL de l'Eq. (2) modifié dans les équations des outils analytiques de coque raidie, on obtient les déplacements « au niveau de la coque », tenant compte des effets élastiques ("masse et contrainte radiale") d'un revêtement collé. Pour ce qui est de la résolution du rayonnement, en champ proche ou en champ lointain, qui nécessite le déplacement w_c à l'interface avec l'eau, on utilise la même matrice de transfert donnant aussi $(w_c/w)_n$.

Vu que l'on ne traduit pas rigoureusement l'effet visqueux du revêtement sur la coque ("contraintes" selon l'axe et la circonférence), on peut envisager deux méthodes, utilisant la même matrice de transfert du cylindre multicouche:

- ajout de "charges visqueuses": une sur chacune des deux autres équations de *Flügge* (en sus de FL);
- le calcul d'une nouvelle matrice d'impédance de coque dans la méthode [1] de l'outil *MACSIM* de coque raidie. La mise en œuvre numérique demandera des simplifications: sur coque de grand rayon de courbure,

on pourra ainsi résoudre la matrice de transfert sur interfaces plans [7].

3.2 Applications (revêtement partiel)

L'article [10] prend en compte une couverture, partielle symétrique par rapport à l'excitation, délimitée selon θ . Mais ce modèle en 2D exclue les interférences de raidisseurs; on n'obtiendra ainsi jamais les effets liés aux ondes de Bloch.

Le modèle analytique [1], amélioré avec revêtements, le peut mais uniquement dans le cas d'une coque raidie toute revêtue. Le second modèle analytique de coque raidie [4] amélioré avec revêtements, peut prendre en compte un revêtement partiel, mais uniquement délimité selon z (couverture restant complète en pourtour).

On considère le modèle 2D de revêtement partiel [10] avec comme caractéristiques: une coque en acier (a : 2 m; épaisseur 10 cm), revêtue plus ou moins d'un matériau absorbant (épaisseur 20 cm; ρ_c : 1000 kg/m³; C_L : 1000 m/s; C_s : 500 m/s; pertes: C_L''/C_L' de 20 %; C_s''/C_s' de 10 %). Le système est soumis à une onde plane incidente et on calcule la pression diffractée.

Dans le cas tout revêtu, on peut comparer avec le modèle utilisant la matrice de transfert du revêtement: on voit sur la Figure 6 que la réponse, en ne prenant en compte que l'impédance simplifiée de l'Eq. (4), n'est pas exacte. En effet, on ne retrouve pas le maximum d'absorption vers 3 kHz, dû à l'annulation de la pression incidente avec l'onde réfléchi qui a traversé le matériau deux fois selon son épaisseur: ce qui s'estime grossièrement quand la longueur d'onde C_L/f égale deux fois l'épaisseur.

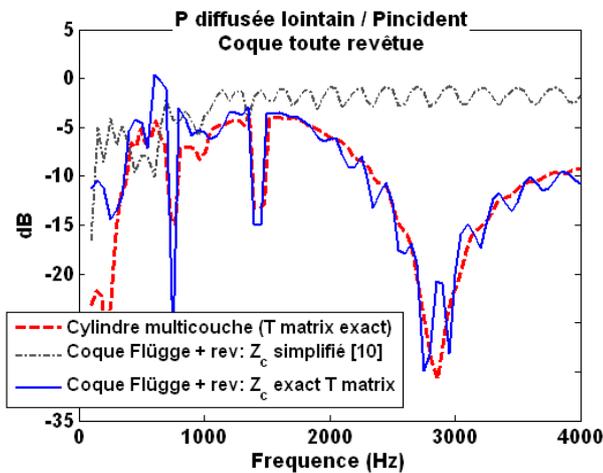


Figure 6: Pression rétro-diffusée par la coque toute revêtue, selon la fréquence (modèle [10] et modèles exacts)

Pour considérer un revêtement partiel (par exemple sur une bande de 30° sur le bord excité par l'onde), on utilise donc, la méthode de l'article [10] améliorée avec l'impédance exacte calculée par matrice de transfert. Le résultat Figure 7-a montre que la hauteur limitée de la bande a diminué l'efficacité anéchoïque du revêtement une fois posé. Sur la Figure 7-b, l'onde plane incidente arrive de la droite et la zone recouverte est indiquée par une ligne épaisse bleue.

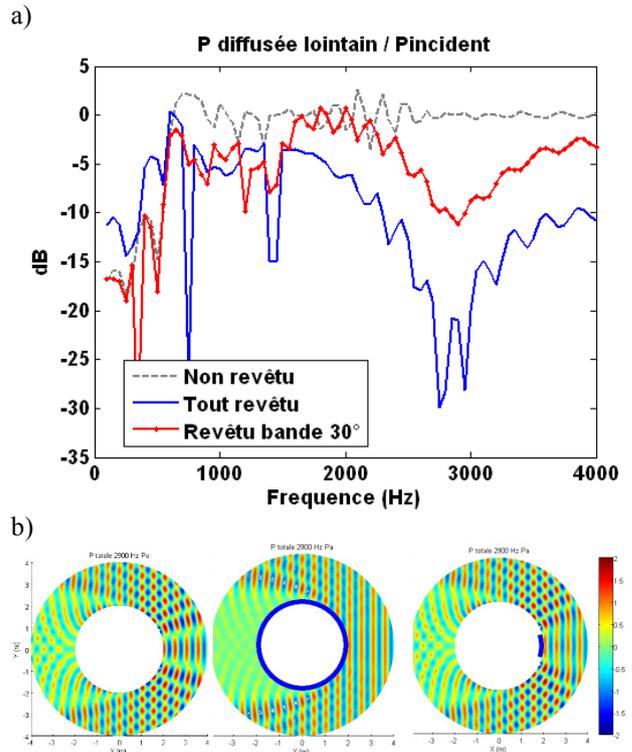


Figure 7:
a) Pression rétro-diffusée par la coque plus ou moins revêtue, selon la fréquence.
b) Pression acoustique totale à 2900 Hz (de gauche à droite: revêtue à 0 %, 100 % et bande 30°).

La méthode a aussi été employée avec une excitation interne pour estimer le bruit rayonné en champ lointain par ce type de configurations. L'article [12] présente une autre méthode, moyennant des simplifications (ρ_c nul, une couche élastique).

Pour une application sur une coque raidie en 3D, on considère la coque en acier nue de l'article [6], avec une partie cylindrique (a : 15 cm; longueur 1.5 m; épaisseur 3 mm), raidie par 6 plaques annulaires (rayon interne 12 cm, épaisseur 10 mm) et fermée par deux cloisons demi-sphériques (épaisseur 3 mm), voir Figure 8. L'excitation axiale s'applique au centre des deux cloisons: le bruit rayonné en champ lointain en eau est résolu analytiquement pour $n=0$ [5]; il est conforme à la directivité calculée par FEM/BEM en 3D [6], voir Figure 9. Le modèle analytique permet aussi de sortir la part de rayonnement due au tronçon cylindrique ou aux cloisons.

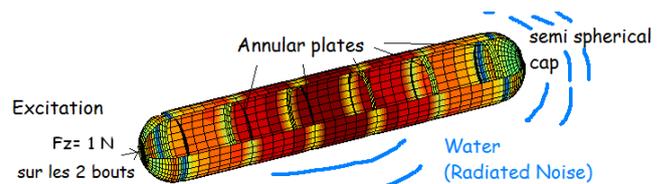


Figure 8: Coque raidie [6] modélisée en analytique (déplacement w pour un mode donné, coque nue)

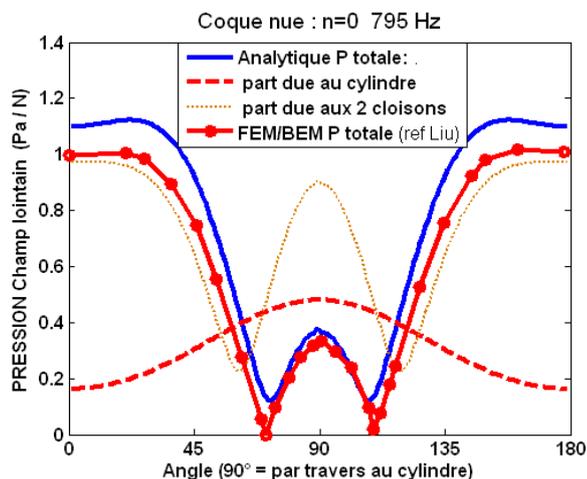


Figure 9: Directivité du bruit rayonné en champ lointain pour la coque nue à $k_f a = 0.5$.

Pour le revêtement ajouté, on considère un matériau découplant (épaisseur 2 cm ; ρ_c : 1000 kg/m³ ; C_L : 100 m/s ; C_s : 50 m/s ; pertes C_L''/C_L et C_s''/C_s de 10 %).

En utilisant par matrice de transfert le FL modifié sur les parties revêtues, on arrive à résoudre le rayonnement par la coque partiellement revêtue, voir Figure 10. La couverture, ici sur la coque cylindrique, a diminué sa part de rayonnement (trait épais pointillé), ce qui a comme conséquence paradoxale d'augmenter le rayonnement total par le travers; en effet, plus on découple la partie cylindrique, et plus le rayonnement global (en trait plein bleu) tend vers celui des cloisons demi-sphériques laissées nues (en pointillé fin).

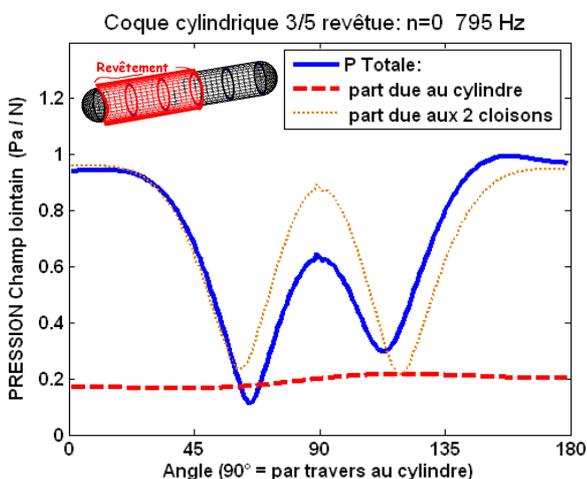


Figure 10: Directivité du bruit rayonné en champ lointain de la coque partiellement revêtue (60 % de la partie cylindrique) à $k_f a = 0.5$.

En découplant à 100 % la partie cylindrique, on trouve de plus que la réduction du niveau de sa part de rayonnement par le travers (trait pointillé épais, pour l'angle 90°), est par rapport à la Figure 9, de l'ordre de 20 dB: ce niveau est cohérent avec le celui résolu en 2D par matrice de transfert, entre un cylindre pas ou tout revêtu du même matériau.

3.3 Expérimentation, autres coques

Une validation expérimentale nécessite une maquette de coque immergée de dimensions plutôt importantes car il est difficile de réaliser un revêtement élastomère (découplant, anéchoïque) homogène en petite épaisseur; de plus, l'influence du film du collage est plus perturbant à petite échelle.

Par exemple, la maquette ($a \sim 1$ m) du § 2 a pu être revêtue derrière l'antenne de coque; sa modélisation adéquate, nécessite ici l'outil amélioré *MACSIM* ou un modèle FEM axi-cyclique comme en Figure 5.

Un autre exemple de maquette, ici une double-coque raidie immergée ($a \sim 1$ m), excitée par pot vibrant, a été mesurée en cuve en Chine pour des $k_f a$ allant jusqu'à ~ 25 [13,14]. Des niveaux de bruits vers $r=1.5 a$ et les transferts du déplacement (entre coque interne et externe) ont été mesurés, avec l'influence d'un revêtement de découplage situé soit sur la coque externe, soit sur la coque interne, avec une lame d'eau entre ces deux coques. Le modèle analytique 3D précédent pourrait s'appliquer à ces cas: avec l'assemblage de deux coques cylindriques concentriques jointes par des cloisons annulaires; et pour estimer les charges fluides (une par coque), une matrice de transfert ici avec 4 couches (les deux coques, la lame d'eau intermédiaire, et le revêtement posé au choix sur l'une des coques).

Dans le cas de coque en matériau anisotrope de type composite, les modèles analytiques sont modifiables: au niveau des coefficients d'élasticité dans les équations de *Flügge*, et avec un autre type de résolution des matrices de transfert [15,16].

4 Conclusion

La réponse vibroacoustique de coque élastique axisymétrique raidie en eau est complexe. L'utilisation d'un modèle analytique pour la coque avec un outil numérique FEM 2D pour les admittances ajoutées (effets des raidisseurs ou de cloisons axisymétriques jointes à la coque), peut s'avérer intéressante pour répondre aux besoins d'acoustique sous-marine jusqu'en "HF". Pour une coque plus complète, fermée par des cloisons courbes, avec des tronçons coniques, un autre modèle analytique validé à ce jour pour des $k_f a$ faibles, peut se substituer aux outils du commerce de type FEM/BEM en 3D.

Ces modèles analytiques sont modifiables pour tenir compte de revêtements acoustiques complexes (élastomères découplant ou anéchoïque), posés sur toute ou une partie de la coque en acier. L'approche consiste à calculer analytiquement une matrice de transfert de cylindre "infini" élastique multicouche, permettant par exemple de modifier l'impédance de la coque revêtue. Les caractéristiques complètes des matériaux ajoutés (épaisseur, densité, célérités d'ondes, pertes) sont ici correctement considérées.

Références

- [1] L. Maxit, J.M. Ginoux, Prediction of the vibro-acoustic behavior of a submerged shell non periodically stiffened by internal frames, *J. Acoust. Soc. Am.* **128** (1), 137–151 (2010).
- [2] S. Beretti, L. Maxit, J. Bernard, Comportement en fréquence-nombre d'onde de coques raidies immergées

(modèle, mesure), 10^{ème} Congrès Français d'Acoustique (2010).

- [3] D.M. Photiadis, E.G. Williams, B.H. Houston, Wave-number space response of a near periodically ribbed shell, *J. Acoust. Soc. Am.* **101** (2), 877-886 (1997).
- [4] M. Caresta N.J. Kessissoglou, Acoustic signature of a submarine hull under harmonic excitation, *Applied Acoustics* **71**, 17-31 (2010).
- [5] S. Beretti, Validation d'un outil de modélisation analytique de coques complexes en eau, *Journées Acoustique et Applications Navales*, SFA (2013).
- [6] C-H. Liu, P-T Chen, Numerical analysis of immersed finite cylindrical shells using a coupled BEM/FEM and spectral spectrum approach, *Applied Acoustics* **70**, 256-266 (2009).
- [7] M. Abid, M.S. Abbes, J.D Chazot, ..., Acoustic response of a multilayer panel with viscoelastic material, *International Journal of Acoustics and Vibration* **17** (2), 82-89 (2012).
- [8] J. Dassé, J. Bernard, ... , Réponse signal d'antenne fixée sur coque immergée revêtue et périodiquement raidie, *Journées Acoustique et Applications Navales*, SFA (2013).
- [9] C.R Fuller, Radiation of sound from an infinite cylindrical elastic shell excited by an internal monopole source, *Journal of Sound and Vibration* **109** (2), 259-275 (1986).
- [10] J. M. Cuschieri, D. Feit, Influence of circumferential partial coating on the acoustic radiation from a fluid-loaded shell, *J. Acoust. Soc. Am.* **107** (6), 3196-3207 (2000).
- [11] W. Huang, Y.J. Wang, S.I. Rokhlin, Oblique scattering of an elastic wave from a multilayered cylinder in a solid. Transfer matrix approach, *J. Acoust. Soc. Am.* **99** (5), 2742-2754 (1996).
- [12] M. Heil, T. Kharrat, P.A Cotterill ..., Quasi-resonances in sound-insulating coatings, *Journal of Sound and Vibration* **331**, 4774-4784 (2012).
- [13] Yao X-I, Zhang A, ..., The acoustical characteristic of cylindrical shell covered with separate-sound and decoupled tile, *Ship & Ocean Engineering* **36** (5), 141-145 (2007). En langue chinoise.
- [14] Han Y-T, Zhang A, ..., Experiment research on vibration passing and sound radiation of double cylindrical shell, *Transducer and Microsystem Technologies* **26** (7), 41-44 (2007). En langue chinoise.
- [15] F. Honarvar, A.N. Sinclair, Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders, *J. Acoust. Soc. Am.* **100** (1), 57-63 (1996).
- [16] B. Hosten, M. Castaings, Transfer matrix of multilayered absorbing and anisotropic media. Measurements and simulations of ultrasonic wave propagation through composite materials, *J. Acoust. Soc. Am.* **94** (3), 1488-1495 (1993).