

Modélisation d'une barrette de cMUTs par une approche multi-échelle

Audren Boulmé¹, Dominique Certon¹, Cyril Meynier¹, Nicolas Ségond¹, Franck Teston¹

¹Université François Rabelais de Tours, UMR Inserm U 930, CNRS ERL 3106, Tours, France, audren.boulme@etu.univ-tours.fr

Les barrettes cMUTs bénéficient aujourd'hui de réels avantages pour une intégration dans des systèmes d'imagerie ultrasonore. Elles permettent d'atteindre des bandes passantes supérieures à 100 % et des coefficients de couplage électromécanique de 60 %. Les aspects essentiels à considérer pour la conception de ces dispositifs sont : le comportement mécanique des membranes, les effets de chargement acoustique apportés par le fluide, l'impédance de rayonnement des membranes et, les effets de couplage mutuel entre membranes. Nous avons développé une stratégie de simulation des barrettes cMUTs, dans l'hypothèse où elles sont considérées comme des systèmes linéaires. La première étape consiste à simuler le comportement d'une membrane couplée à un fluide intégrant des conditions de périodicité 1D. De ce premier modèle, basé sur une résolution par des différences finies spatiales, nous sommes capables de construire le schéma équivalent d'un cMUT auquel nous associons 4 degrés de liberté : tension / courant en entrée et énergie rayonnée / vitesse particulaire moyenne en sortie. Ce schéma constitue le modèle de comportement d'une colonne de cMUTs dans une barrette. Nous associons ensuite plusieurs colonnes, par un assemblage de matrices, pour modéliser un élément complet. Les « colonnes » de membrane sont couplées entre elles par les couplages mutuels que l'on détermine en supposant que les cMUTs rayonnent comme des pistons. Cette hypothèse permet de diminuer les temps de calculs. L'étude que nous proposons consiste à analyser dans un premier temps l'impact du fluide sur la réponse d'une membrane dans les conditions de périodicité 1D. Puis nous regardons l'influence des couplages mutuels entre colonnes sur la réponse en fréquence de la barrette.

1 Introduction

Depuis quelques années, les transducteurs ultrasonores capacitifs micro usinés (cMUTs) suscitent un intérêt croissant dans le milieu de l'imagerie ultrasonore. En effet en les regroupant sous forme de barrettes, les cMUTs permettent d'atteindre des performances électro-acoustiques en certains points supérieures à celles des transducteurs piézoélectriques classiques. Leurs principaux avantages, hormis celui de permettre un haut niveau d'intégration, sont qu'elles possèdent des bandes passantes supérieures à 100% et des coefficients de couplage électromécanique de l'ordre de 60% [1,2]. Les aspects essentiels à considérer pour la conception de ces dispositifs sont :

- L'influence des propriétés mécaniques de la membrane,
- Les effets de chargement acoustique apportés par le fluide,
- Les effets de la forme et de la répartition des membranes sur leurs impédances de rayonnement,
- Les effets de couplage mutuel entre membranes.

Dans le souci de créer des modèles ayant de faibles temps de calculs et prenant en compte tous ces aspects, nous avons développé une stratégie de simulation multi-échelle des barrettes de cMUTs [3]. Dans cette approche, nous déterminons la réponse d'une barrette en deux étapes. La première consiste à déterminer la réponse d'un cMUT isolé en considérant de manière exacte la présence du fluide par une matrice frontière de condition aux limites avec un milieu semi-infini. La seconde étape concerne la simulation d'un élément de barrette complet où les couplages mutuels entre cMUTs sont introduits de manière simplifiée. Nous supposons en effet que les membranes vibrent comme des pistons, permettant ainsi de déterminer une matrice

d'impédance mutuelle uniquement par les équations de rayonnement dans le fluide, indépendamment de la résolution du problème mécanique.

Dans ce papier, nous proposons d'étendre cette approche en traitant les cMUTs non pas individuellement, mais par « colonnes » parallèles à la hauteur de l'élément de barrette. Etant donné le grand nombre de cMUTs par colonne de barrette, on peut associer à chaque cMUT des conditions de périodicité 1D. La première étape, de l'approche présentée ici, consiste donc à simuler le comportement d'un cMUT dans un réseau 1D périodique. Pour cette partie, nous avons déterminé une matrice de frontière dans un milieu semi-infini de périodicité 1D. Dans la première partie, nous validons le calcul de cette matrice en comparant nos résultats à ceux issus de l'approche présentée en [3], à savoir en considérant les cMUTs individuellement. Dans la seconde partie, nous intégrons les couplages mutuels entre plusieurs colonnes en reprenant l'hypothèse de déformation piston. Nous comparons nos prédictions au cas d'un réseau périodique 2D pour lequel nous avons une solution numérique exacte [3]. Enfin dans la dernière partie, nous analysons la réponse d'un nombre fini de colonnes afin de simuler la réponse d'une barrette.

2 Présentation des modèles

2.1 Modèle 1D périodique

Considérons une colonne d'une barrette de cMUTs telle décrite Figure 1. Chaque cellule présente dans la colonne est composée d'une cavité, recouverte par une membrane en nitrure de silicium partiellement métallisée afin de former l'électrode supérieure. Les équations classiques des plaques

associées à la seconde loi de Newton permettent d'écrire les lois de comportement du cMUT. L'utilisation d'un modèle de différences finies pour discrétiser les équations permet de traduire le problème à résoudre sous forme matricielle. Le vecteur déplacement $[u]$ d'une membrane dont la matrice de masse est $[M]$ est donc régi par l'équation suivante :

$$([K_m] + [M] \omega^2)[u] = -P_e - P_r \quad (1)$$

$[K_m]$ est la matrice de rigidité de la membrane, c'est elle qui permet de décrire son comportement purement mécanique. P_e est la pression électrostatique exercée sur la membrane. Son expression est linéarisée au premier ordre. La pression rayonnée P_r traduit les interactions entre le fluide et la membrane, c'est-à-dire :

- L'action du fluide sur la membrane elle-même,
- L'action des membranes voisines par l'intermédiaire du fluide.

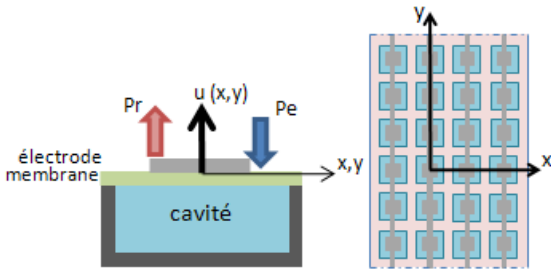


Figure 1: Représentation schématique d'un cMUT et d'une barrette de cMUTs.

Le principe de la modélisation consiste donc à intégrer, à la membrane étudiée, des conditions de périodicité 1D qui prennent en compte toutes ces interactions. Pour cela, nous introduisons pour modéliser le fluide, une matrice de condition de frontière entre les membranes et le milieu $[K_{eau1D}]$.

Sous forme discrète nous avons :

$$[P_r] = [K_{eau1D}][u] \quad (2)$$

Où la matrice $[K_{eau1D}]$ est obtenue en calculant, pour chaque couple de points maillant la membrane, la fonction de Green associée à des conditions de périodicité 1D [4,5] :

$$[K_{eau1D}(x_i, x_j)] = G_{1D}(|x_j - x_i|) \quad (3)$$

$$G_{1D}(x, y) = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} -\frac{\rho\omega}{2} H_0^{(2)} \left(\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi l}{d}\right)^2} \times |x| \right) e^{-j\left(\frac{2\pi l}{d}\right)y} \quad (4)$$

ρ est la masse volumique du milieu de propagation, c la vitesse de propagation dans le milieu, ω la pulsation, l le pas de périodicité des membranes suivant y , d la taille des membranes suivant y et $H_0^{(2)}$ est la fonction de Hankel d'ordre 2. La fonction de Green 1D périodique est une série de Fourier suivant l'axe y , ce qui lui permet d'intégrer des conditions de périodicité suivant cet axe.

A partir des équations (1) et (3), le schéma électro-acoustique suivant la définition de Foldy [6] représentant

une membrane dans un réseau 1D périodique peut être établi (Figure 2). La résolution par différences finies de celui-ci, nous permet de déterminer la réponse en fréquence de la vitesse de toutes les membranes présentes dans une même colonne.

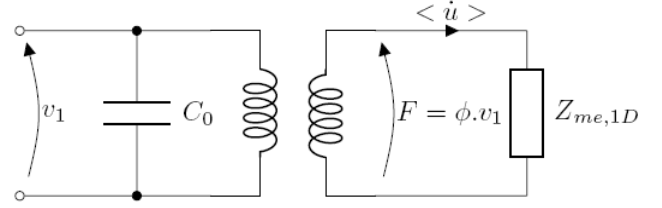


Figure 2: Schéma électromécanique d'une membrane de cMUTs dans un réseau 1D périodique.

ϕ est le coefficient de couplage électromécanique. $Z_{me,1D}$ est l'impédance acoustique totale de la membrane dans un réseau 1D périodique.

La pression subie par une membrane dans le réseau périodique 1D se décompose comme la somme de la pression subie par une membrane seule et des pressions mutuelles exercées par ses membranes voisines. Autrement dit, en termes d'impédance :

$$Z_{me,1D} = Z_{me} + Z_{mut,1D} \quad (5)$$

Où Z_{me} est l'impédance totale de la membrane vibrant seule dans le fluide et $Z_{mut,1D}$ l'impédance de rayonnement mutuelle exercée par les membranes voisines. En supposant que les membranes vibrent comme des pistons nous obtenons:

$$Z_{p,1D} = Z_p + Z_{p,mult,1D} \quad (6)$$

Où Z_p , $Z_{p,1D}$ et $Z_{p,mult,1D}$ sont respectivement, en supposant que les membranes rayonnent comme des pistons, l'impédance totale d'une membrane isolée, l'impédance totale d'une membrane dans un réseau 1D périodique de membranes et l'impédance de rayonnement mutuelle entre les membranes de la colonne. Dans le modèle approché en [3], nous avons montré que les interactions mutuelles peuvent être remplacées par des interactions entre pistons :

$$Z_{me,1D} = Z_{me} + Z_{p,mult,1D} \quad (7)$$

Soit avec l'équation (6)

$$Z_{me,1D} = Z_{me} + Z_{p,1D} - Z_p \quad (8)$$

Ainsi, à partir du schéma électromécanique Figure 2 et des équations (5) et (8), nous obtenons les deux expressions suivantes pour la vitesse moyenne $\langle \dot{u}_{1D} \rangle$ de la membrane dans un réseau 1D périodique :

$$\langle \dot{u}_{1D} \rangle_{exacte} = \frac{\phi v_1}{Z_{me,1D}} \quad (9)$$

$$\langle \dot{u}_{1D} \rangle_{piston} = \frac{\phi v_1}{Z_{me} + Z_{p,1D} - Z_p} \quad (10)$$

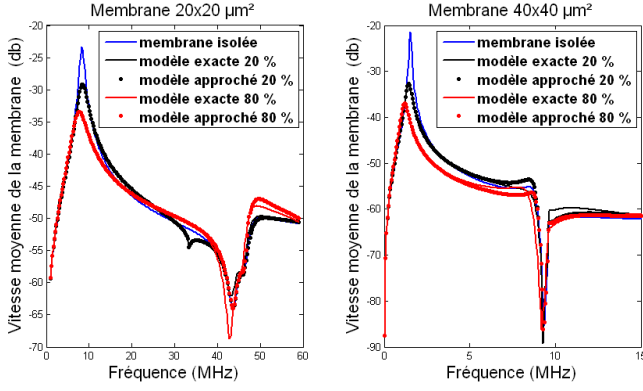


Figure 3: Déplacement moyen d'une membrane de cMUT isolée (en bleu) et déplacement moyen des membranes de cMUTs dans un réseau 1D périodique : en rouge pour un taux de recouvrement de 80% et en noir pour un taux de recouvrement de 20%.

Pour des membranes $20 \times 20 \mu\text{m}^2$ et des membranes $40 \times 40 \mu\text{m}^2$, nous avons calculé la vitesse exacte et approchée des membranes dans une colonne de cMUTs (Figure 3). Le modèle approché correspond au modèle exact, validant ainsi la matrice de condition aux limites introduites dans l'équation (2). Cependant lorsque la taille des membranes ou le taux de recouvrement augmente, on a l'apparition d'écarts dans les hautes fréquences. Ces écarts sont dus à l'apparition d'asymétries sur les membranes causées par leurs modes de vibration d'ordres supérieurs [3]. Par conséquent, leur modélisation par des pistons n'est plus valable. Pour les deux tailles de membranes simulées, nous observons que la présence du réseau 1D périodique provoque un élargissement de la bande passante des cMUTs et une légère diminution de leur fréquence centrale. Un autre effet de la périodicité 1D des membranes est la présence de fréquences de coupure dans le spectre [7], comme celle obtenue à 33 MHz pour la membrane $20 \times 20 \mu\text{m}^2$ ayant 20% de taux de recouvrement.

2.2 Modèle 2D périodique

De manière similaire à l'approche présentée en [3], la simulation d'une membrane de cMUTs dans un réseau 2D périodique peut être simulée de différentes façons :

- Soit de façon exacte comme une membrane intégrant des conditions de périodicité 2D,
- Soit de façon approchée, en assimilant les membranes à des pistons pour la détermination des couplages mutuels du réseau 2D périodique.

Ainsi en résolvant un schéma électromécanique similaire à celui de la Figure 2, nous obtenons deux définitions de la vitesse moyenne $\langle \dot{u}_{2D} \rangle$ des membranes dans un réseau 2D périodique :

$$\langle \dot{u}_{2D} \rangle_{\text{exacte}} = \frac{\phi v_1}{Z_{me,2D}} \quad (11)$$

$$\langle \dot{u}_{2D} \rangle_{\text{piston,membrane}} = \frac{\phi v_1}{Z_{me} + Z_{p,2D} - Z_p} \quad (12)$$

$Z_{p,2D}$ l'impédance d'une membrane rayonnant comme un piston dans un réseau 2D périodique et $Z_{me,2D}$

l'impédance totale de rayonnement d'une membrane dans un réseau 2D périodique.

Dans la démarche proposée ici, nous introduisons les couplages mutuels entre colonnes. De façon similaire aux équations (11) et (12), nous pouvons donc écrire :

$$\langle \dot{u}_{2D} \rangle_{\text{piston,colonne}} = \frac{\phi v_1}{Z_{me,1D} + Z_{p,1D} - Z_p} \quad (13)$$

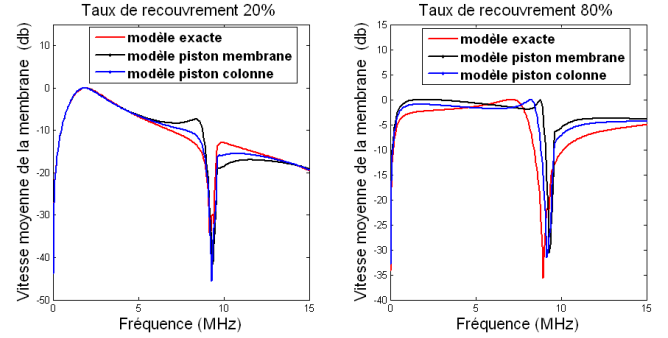


Figure 4: Déplacement moyen des membranes de cMUTs dans un réseau de 2D périodique, calculé par le modèle exact (en rouge), le modèle approché par couplage de membranes (en noir), et le modèle approché par couplage de colonnes (en bleu).

Pour des membranes $40 \times 40 \mu\text{m}^2$, nous avons représenté Figure 4 les différentes expressions (11, 12, 13) de la vitesse des membranes dans un réseau 2D périodique. Les résultats obtenus par les modèles approchés sont tout à fait satisfaisants. Le modèle approché par couplage piston de colonnes permet d'avoir de meilleurs résultats que le modèle approché par couplage piston de membranes. Ainsi pour un temps de calcul identique, l'approche par colonne est plus appropriée pour simuler un réseau périodique 2D. Toutefois, le taux de recouvrement joue un rôle sur la précision des modèles approchés : plus le taux de recouvrement est élevé, moins les modèles approchés sont précis.

2.3 Modélisation d'une barrette de cMUTs : N colonnes couplées

La modélisation d'une barrette de cMUTs, c'est-à-dire de N colonnes de cMUTs couplées est réalisée en établissant le schéma électromécanique présenté Figure 5.

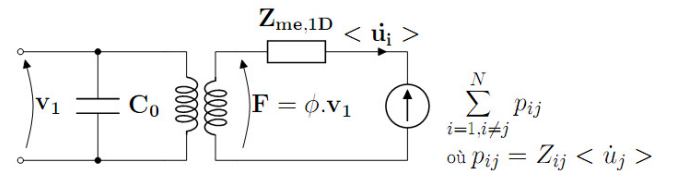


Figure 5: Schéma électromécanique d'une membrane de cMUTs dans un réseau 2D périodique.

P_{ij} est la pression exercée par les membranes de la colonne j sur les membranes de la colonne i. $\langle \dot{u}_j \rangle$ est la vitesse des membranes de la colonne j, et Z_{ij} est l'impédance de rayonnement mutuelle entre les membranes de la colonne j et les membranes de la colonne i. $Z_{me,1D}$

$Z_{me,1D}$ est l'impédance totale d'une membrane dans une colonne de cMUTs que nous avons déjà calculé dans le paragraphe 2.1.

Les couplages mutuels Z_{ij} sont déterminés comme dans le paragraphe précédent, en assimilant les membranes à des pistons. On obtient :

$$Z_{ij} = \frac{\langle K_{eau,1D}(x_i, x_j) \rangle}{S_{cMUT}} \quad (14)$$

Avec $\langle K_{eau,1D}(x_i, x_j) \rangle$ la valeur moyenne sur la surface de la membrane de la fonction de green 1D périodique calculée pour chaque couple de points (x_i, x_j) , où x_i sont tous les points de la membrane appartenant à la colonne i et x_j sont tous les points de la membrane appartenant à la colonne j . S_{cMUT} est la surface de la membrane du cMUT.

En résolvant le problème de manière matricielle selon la méthode décrite en [7], nous obtenons les vitesses moyennes des membranes dans chacune des colonnes de l'élément de barrette.

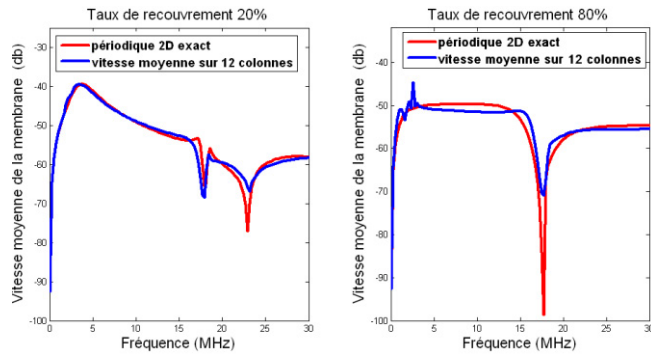


Figure 6: Comparaison pour des membranes $30 \times 30 \mu m^2$ du déplacement moyen des cMUTs dans un réseau 2D périodique (calcul exact), et du déplacement moyen des cMUTs dans une barrette de 12 colonnes (calcul approché par couplage de colonnes).

Dans la littérature il est couramment admis que le cas périodique 2D, est atteint à partir d'une douzaine de colonnes de cMUTs couplées entre elles. La Figure 6 compare pour une membrane de $30 \times 30 \mu m^2$ le périodique 2D exact et notre modèle approché représentant une barrette de 12 colonnes de cMUTs.

Le modèle approché représentant 12 colonnes de cMUTs couplées correspond bien au modèle 2D périodique, exception faite des oscillations présentes entre 1 et 5 MHz. Ces oscillations ont déjà été identifiées comme des interactions entre les colonnes de membranes [1]. De plus nous avons observé que l'augmentation du taux de recouvrement, hormis le fait de détériorer la précision du modèle approché, permettait d'augmenter la bande passante des barrettes. A 23 MHz, pour un taux de recouvrement de 20%, nous avons de façon analogue au cas 1D périodique, une fréquence de coupure due à la périodicité du dispositif.

3 Conclusion et perspectives

En intégrant des conditions de périodicité 1D sur le comportement d'une membrane couplée à un fluide, nous avons réduit les temps de calcul et limiter le nombre de degrés de liberté. L'approche simplifiée des couplages mutuels a été validé en traitant le cas exact d'un réseau périodique 2D. Nous avons simulé le comportement d'un élément de barrette, sur la base de l'hypothèse des couplages simplifiés. Avec 12 colonnes, et un faible taux de recouvrement l'approche est parfaitement validée. A fort taux de recouvrement, des effets d'interactions mutuelles apparaissent que l'on peut interpréter comme un effet de baffle. En effet, à faible taux de couverture, les conditions de baffle rigide sont respectées tandis qu'avec un taux important les interactions mutuelles modifient la condition de baffle du support de telle sorte que même passive, une membrane peut interagir sur sa voisine. La suite de ce travail consiste à approfondir l'origine de ces phénomènes et d'étudier leur impact sur le champ de pression.

Remerciements

Ces travaux ont été financés par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) au travers du programme TecSan (projet COSTUM n° ANR-09-TECS-005).

Références

- [1] Caronti A., Savoia A., Caliano G., Pappalardo M., "Acoustic coupling in capacitive microfabricated ultrasonic transducers: modeling and experiments", *IEEE J_UFFC*, vol. 52, 2220-2234 (2005).
- [2] Legros M., Meynier C., Dufait R., Ferin G., Tranquart F., "Piezocomposite and CMUT Arrays Assessment Through In Vitro Imaging Performances", *IEEE*, 1142-1145 (2008).
- [3] Meynier C., Teston F., Jeanne E., Bernard J. E., Certon D., "Combined Finite Difference - Lumped Modelling of Fluid Loaded Cmut Arrays", *International Congress on Ultrasonics* (2008).
- [4] Ballandras S., Wilm M., Daniau W., "Periodic finite element/boundary element modeling of capacitive micromachined ultrasonic transducer," *Journal of Applied Physics*, vol. 97, p. 1 (2005).
- [5] Orden D. V., Lomakin V., "Rapidly Convergent Representations for 2D and 3D Green's Functions for a Linear Periodic Array of Dipole Sources", *Ieee Transactions On Antennas and Propagation*, vol. 57, pp. 1973-1984, (2009).
- [6] Senegond N., Teston F., Jeanne E., Bernard J. E., Certon D., "High Voltage Time Domain Response of cMUT Membranes; theory and laser interferometry measurement", *International Congress on Ultrasonics*, (2008).
- [7] Certon D., Patat F., Meynier C., Teston F., "P2P-9 Collective Behavior of cMUT Cells for the Prediction of Electroacoustic Response and Directivity Pattern", *IEEE Ultrasonics Symposium*, 1967-1970 (2006).