

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Caractérisation Ultrasonore de Plaques PoroViscoElastiques à l'Aide des Termes de Transition

Serge Derible^{1,3}, Pierre Campistron^{2,3}, Georges Freiha^{2,3}, Hervé Franklin^{1,3}, Bertrand Nongaillard^{2,3}

¹LOMC, Université du Havre, place Schuman (derible@univ-lehavre.fr)

²Université de Lille Nord de France, UVHC, IEMN, CNRS UMR 8520,

IEMN, Le Mont Houy, 59313 Valenciennes (pierre.campistron@univ-valenciennes.fr)

³FANO, FR CNRS 3110

Nous présentons les résultats de la mesure des termes de transition, issus des coefficients de réflexion et de transmission d'une onde acoustique par et à travers des plaques poreuses. Ils ont été exploités pour des plaques poreuses obéissant à la théorie de Biot. Les plaques utilisées expérimentalement sont constituées d'assemblage de billes de PolyMéthylMéthAcrylate (PMMA) dont les diamètres moyens sont de 250µm, 350µm, 450µm, 550µm et 650µm. La fréquence de l'onde acoustique est comprise entre 100kHz et 450kHz. La caractérisation des matériaux, obtenue par inversion numérique fait très nettement apparaître le caractère viscoélastique de ces plaques.

1 Introduction

L'étude de la propagation d'ondes acoustiques dans les milieux poreux à pores connectés saturés de fluides lourds (eau, pétrole, etc ...) fut en grande part menée par M.A.Biot [1,2] dans les années 1950. Son modèle prédit la propagation au sein du matériau de deux ondes longitudinales avec des vitesses différentes, l'une lente et l'autre rapide, ainsi que la propagation d'une onde transversale. La reconnaissance de cette théorie par la communauté des acousticiens est essentiellement due à la détection de ces deux ondes longitudinales par Plona [3].

Le modèle de Biot utilise des constantes phénoménologiques dont l'évaluation pose souvent problème, bien que de nombreux travaux y fassent référence.

Nous présentons dans cet article les mesures de transmission et de réflexion d'ondes acoustiques sur un milieu poreux constitué de billes de PMMA soudées. L'intérêt de ces mesures est d'étudier un milieu dont la géométrie est semblable à ceux que Johnson et Plona [4] utilisèrent (billes de verres soudées) pour étudier l'apparition de l'onde lente, mais dont la matrice solide présente un fort caractère viscoélastique.

2 Modèle de propagation

Nous commencerons par résumer brièvement le modèle de Biot puis introduirons l'expression des coefficients de réflexion et de transmission d'une onde acoustique rencontrant une plaque poreuse sous incidence normale, ainsi que les expressions des termes de transition.

2.1 Modèle de Biot

Le milieu poreux est constitué d'une phase solide homogène et isotrope que nous décrivons sur le plan mécanique par sa masse volumique ρ_s et ses modules élastiques d'incompressibilité K_s et de cisaillement G_s ainsi que d'une phase liquide (eau) que nous représentons

également par sa masse volumique ρ_f , son module d'incompressibilité K_f et sa viscosité η . La proportion volumique de fluide dans le solide est β , la porosité du milieu. Le milieu poreux solide sec, composé de billes de PMMA de rayon R , est décrit par ses modules élastiques K_b et $G_b (= G_s = G)$.

En régime dynamique Biot introduit une correction à la loi de Poiseuille pour des pores cylindriques de rayons R :

$$F(\kappa) = \frac{1}{4} \frac{\kappa T(\kappa)}{1 - \frac{2i}{\kappa} T(\kappa)}$$

$$\text{avec } \kappa = R \sqrt{\frac{\omega \rho_f}{\eta}} \quad \text{et} \quad T(\kappa) = \frac{ber'(\kappa) + bei'(\kappa)}{ber(\kappa) + bei(\kappa)}$$

Afin d'adapter cette relation à des milieux poreux granulaires, Hovem et Ingram [5] remplacent le rayon des pores cylindriques par le rayon hydraulique a_p :

$$a_p = \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{R_m}{6} \quad \text{où } R_m \text{ représente le rayon moyen de grains supposés sphériques.}$$

Les nombres d'ondes des ondes longitudinales rapides k_f et lentes k_s pouvant se propager dans le milieu poreux sont les deux solutions à partie réelles positives de l'équation bicarrée en k :

$$ak^4 + bk^2 + c = 0$$

$$\begin{aligned} a &= (C^2 - 4M) \\ b &= \left(H \frac{\rho_f}{\beta} \tilde{\alpha} + \rho M - 2\rho_f C \right) \omega^2 \\ c &= \left(\rho_f^2 - \rho \frac{\rho_f}{\beta} \tilde{\alpha} \right) \omega^4 \end{aligned}$$

où : - ω est la pulsation de l'onde acoustique,

- ρ , la masse volumique du milieu poreux saturé d'eau qui s'exprime par la loi des mélanges :
 $\rho = (1 - \beta) \rho_s + \beta \rho_f$

- $\tilde{\alpha}$, la tortuosité dynamique qui s'exprime en fonction de la tortuosité α_∞ et de la perméabilité déduite de la loi de Darcy, k_0 :

$$\tilde{\alpha} = \alpha_\infty - i \frac{\eta \beta}{\omega k_0 \rho_f} F(\kappa)$$

- et où apparaissent les trois constantes élastiques :

$$H = \frac{(K_s - Kb)^2}{K_s - Kb + \beta K_s \left(\frac{K_s}{K_f} \right) - 1} + Kb + \frac{4}{3} G$$

$$M = \frac{K_s^2}{K_s - Kb + \beta K_s \left(\frac{K_s}{K_f} \right) - 1}$$

$$C = \frac{K_s (K_s - Kb)}{K_s - Kb + \beta K_s \left(\frac{K_s}{K_f} \right) - 1}$$

L'obtention des coefficients de réflexion et de transmission, R et T , passe par l'écriture des conditions de continuités aux interfaces fluide-milieu poreux [6,7] qui expriment :

la conservation du débit de fluide à travers l'interface milieu poreux/eau (les pores sont ouverts).

la continuité des efforts surfaciques (conditions sur le fluide de saturation et sur la phase solide).

Solutions d'une équation matricielle (10 équations à 10 inconnues en incidence normale), R et T dépendent de la fréquence et des paramètres α , β , k , K_f , η , K_s , K_b , G et a_p (rayon moyen des pores).

Les termes de transitions [8], définis par les équations ci-dessous, représentent les vibrations symétriques et anti-symétriques des deux faces de la plaque. Ils ont un comportement plus simple à analyser que les coefficients R et T .

$$A_s = \frac{1}{2i} [(R+T) - 1] \quad (13)$$

$$A_A = \frac{1}{2i} [(R-T) - 1] \quad (14)$$

3 Méthode expérimentale

3.1 Matériaux

Les échantillons, des plaques carrées d'un centimètre d'épaisseur sur environ dix centimètres de côté, ont été réalisés au Laboratoire des Matériaux et Procédés (Université de Valenciennes). Ils sont constitués de billes de PMMA soudées. Ces billes ont été préalablement tamisées et réparties en cinq classes de diamètres, 200 μ m-300 μ m, 300 μ m-400 μ m, 400 μ m-500 μ m, 500 μ m-600 μ m et 600 μ m-700 μ m. La porosité de ces matériaux est d'environ 33%.

Ces échantillons sont saturés d'eau lors des mesures.

3.2 Dispositif expérimental

Pour chacune des plaques, la mesure des coefficients de réflexion et de transmission est réalisée à l'aide d'une paire de transducteurs couvrant une bande de fréquence comprise entre 100kHz et 450kHz. Ils sont séparés d'une distance de l'ordre du mètre. La plaque est ensuite insérée dans le trajet du faisceau acoustique et son parallélisme avec les surfaces des transducteurs est réglé. L'utilisation conjointe des coefficients de réflexion et de transmission de la plaque lors du calcul des termes de transitions nécessite une origine de phase commune aux deux signaux. La face d'entrée de la plaque poreuse étant choisie comme origine des phases, le signal transmis de référence est décalé de $-D/c_w$, c_w désignant la célérité de l'onde acoustique dans l'eau. Le coefficient T_{exp} est le rapport des transformées de Fourier des signaux captés par le transducteur récepteur, sans et avec plaque poreuse. Le coefficient R_{exp} est, au signe près, le rapport des transformées de Fourier du signal réfléchi par la plaque et du signal réfléchi par l'interface eau/air insonnée dans des conditions identiques (distance et incidence). La gamme de fréquences utilisées autorise en effet à considérer qu'il y a réflexion totale à cette interface (Coefficient de réflexion = -1).

3.3 Résultats expérimentaux

Un exemple des signaux temporels de réflexion à l'interface eau-air et eau-plaque poreuse est représentés sur la figure 1. L'opposition de phase entre ces signaux due à la réflexion totale de l'onde à l'interface eau-air apparaît clairement. Leur décalage en temps est provoqué par une distance légèrement différente entre le transducteur et le réflecteur dans les deux cas. Ce décalage sera évalué par inter-corrélation entre les signaux puis compensé avant le calcul du coefficient de réflexion.

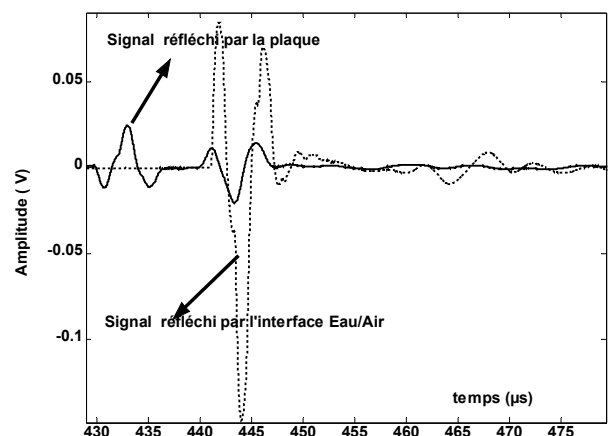


Figure 1 : Réponses impulsionnelles (V) mesurées en réflexion, avec et sans plaque poreuse en fonction du temps (μ s)

Les modules des coefficients de réflexion et de transmission obtenus à partir de ces signaux sont donnés sur

la figure 2. Les oscillations du module du coefficient de réflexion sont provoquées par les réflexions de l'onde acoustiques sur les deux faces de la plaque poreuse. Le même phénomène, quoique moins marqué apparaît sur le module du coefficient de transmission pour des fréquences supérieures à 200kHz. Le comportement du coefficient de transmission pour des fréquences inférieure est probablement du à la présence de l'onde lente.

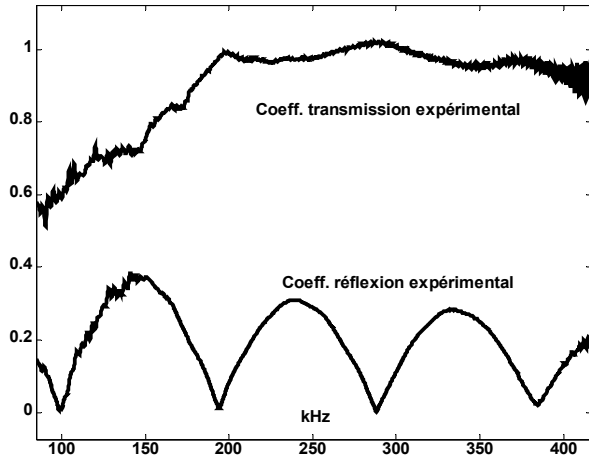


Figure 2 : Modules des coefficients de réflexion et de transmission déduits des mesures des réponses impulsionnelles en fonction de la fréquence (kHz)

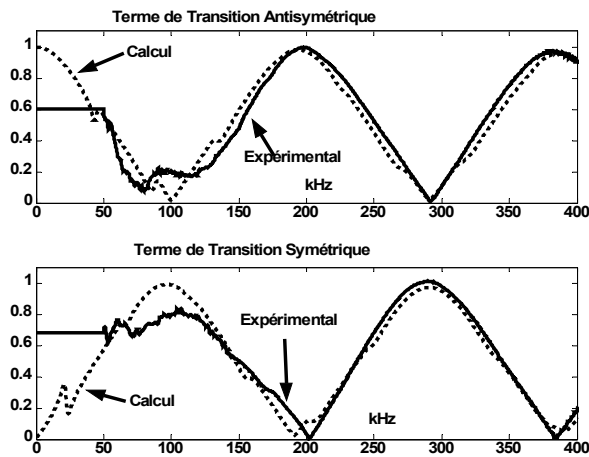


Figure 3 : Modules des coefficients de réflexion et de transmission déduits des mesures des réponses impulsionnelles en fonction de la fréquence (kHz)

Les termes de transitions issus de la mesure, dont les modules sont donnés sur la figure 3, ont l'avantage, par rapport aux coefficients de réflexion et de transmission, de présenter à la fois une plus grande « régularité » et une meilleure dynamique. Ils oscillent, en effet, tous les deux entre les valeurs 0 et 1, sur toute la plage de fréquence. Nous pouvons remarquer que ces oscillations se reproduisent tous les 200kHz environ, soit le double de

celles des coefficients de réflexion et de transmission. Ce dernier point provient de la nature même des termes transitions qui séparent vibrations symétriques et antisymétriques des deux faces de la plaque.

L'inversion numérique portant sur les caractéristiques mécaniques du milieu est menée en minimisant au sens des moindres carrés (algorithme du gradient) la distance entre les termes de transition calculés et expérimentaux en procédant par sous bandes de 100 kHz sur toute la plage fréquentielle expérimentale. Certains paramètres sont néanmoins déjà connus :

La porosité β a été prise à 33%, le module d'incompressibilité de l'eau, K_f à 2,2GPa, celui du PMMA K_s à 4,68 GPa et la tortuosité, α_∞ à 2,3.

Nous pouvons remarquer l'excellent accord entre les termes de transitions mesurés et les termes de transitions obtenus en fin d'optimisation sur la figure 3.

Des mesures semblables sont effectuées sur les cinq plaques poreuses. Les résultats de l'inversion numérique, quasiment indépendants de la bande de fréquence considérée, sont consignés dans la table 1 ci dessous.

	Φ μm	k_0 μm^2	a_p μm	K_s GPa	K_b GPa	G GPa
P1	200/300	40	41	$4.68 - 0.03 i$	$0.63 - 0.02 i$	$0.6 - 0.016 i$
P2	300/400	53.4	57.5	$4.68 - 0.03 i$	$0.67 - 0.02 i$	$0.62 - 0.014 i$
P3	400/500	67.8	74	$4.68 - 0.04 i$	$0.9 - 0.026 i$	$0.78 - 0.019 i$
P4	500/600	89.1	90.3	$4.68 - 0.03 i$	$1 - 0.02 i$	$0.74 - 0.017 i$
P5	600/700	106.7	107	$4.68 - 0.03 i$	$1 - 0.03 i$	$0.73 - 0.02 i$

Table 1 : Résultat de l'inversion numérique portant sur les caractéristiques mécaniques des 5 plaques

La valeur du coefficient d'incompressibilité K_s du solide (PMMA) obtenue lors de l'inversion est indépendante, comme il se doit, de l'échantillon. Le caractère visco-élastique apparaît par la nécessité de considérer des modules d'incompressibilité complexes pour obtenir un bon accord théorie/expérience. Les valeurs de la perméabilité k_0 augmentent avec la taille des grains, se qui est parfaitement compréhensible, la perméabilité étant liée au diamètre hydraulique a_p qui croît avec la taille des grains. Les modules élastiques du milieu poreux K_b et G augmentent également avec la taille des grains.

4 Conclusion

Nous avons présenté les résultats de caractérisation mécanique de plaques poreuses. Ces plaques obéissent à la théorie de Biot et sont testées par ultrasons. Les mesures de leurs coefficients de réflexion et de transmission sont effectuées. Nous avons mis en évidence l'intérêt d'utiliser les termes de transitions qui présentent une bien meilleure dynamique que les coefficients de réflexion et de transmission. Ces termes de transitions pouvant être calculés, nous donnons les jeux de caractéristiques mécaniques permettant de minimiser les distances entre mesures et simulations.

Remerciements

Les auteurs remercient vivement E. Radziszewski (IEMN) et M. Descamps (LMP) pour la réalisation des milieux poreux.

Ces travaux sont supportés par le Campus International sur la Sécurité et l'Intermodalité des Transports (CISIT).

Références

- [1] Biot M.A., "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I Low-frequency range", *J.Acoust.Soc.Am.*, 28, 168-178 (1956).
- [2] Biot M.A., "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II Higherfrequency range", *J.Acoust.Soc.Am.*, 28, 179-191 (1956).
- [3] Plona T.J., "Observation of the second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies", *Appl. Phys. Lett.*, 36, 259-261, 1980
- [4] Johnson D. L., Plona T.J., "Acoustic slow waves and the consolidation transition", *J.Acoust.Soc.Am.*, 72, 556-565 (1982).
- [5] J. M. Hovem, G. D. Ingram, "Viscous attenuation of sound in saturated sand", *J. Acoust. Soc. Am.* 66, 1807-1812 (1979)
- [6] Stoll R.D., "Theoretical aspects of sound transmission in sediments", *J.Acoust. Soc. Am.*, 47, 1341-1350 (1980).
- [7] Stoll R.D., Kan T.-K. "Reflection of acoustic waves at a water-sediment interface", *J.Acoust. Soc. Am.*, 70, 149-156 (1981).
- [8] Belloncle G., Franklin H., Luppé F., Conoir J.-M., "Normal modes of a poroelastic plate and their relation to the reflection and transmission coefficients", *Ultrasonics*, 41, 207-216, (2003)