

## Réponse non linéaire d'une population de cMUTs : modèle et mesure

Nicolas Sénégond<sup>1</sup>, Franck Teston<sup>1</sup>, Jean-Edouard Bernard<sup>1</sup>, Dominique Certon<sup>1</sup>

<sup>1</sup>UMR Université de TOURS, INSERM U930 Equipe 5 CNRS ERL 3106, 10, Bld Tonnellé 37032 TOURS CEDEX1, nicolas.senegond@univ-tours.fr

La prédiction des comportements non linéaires des membranes cMUTs est un point essentiel de la phase de conception de ces dispositifs. On polarise ces dispositifs avec une tension dont la valeur détermine le coefficient de couplage du cMUT. On lui superpose une tension d'excitation, qui selon l'amplitude et la fréquence, permet de balayer la totalité du gap disponible, voire conduire au collapse. Nous avons montré lors d'études précédentes que la forme temporelle du déplacement présente une asymétrie qui dépend de la dérivée de la pression électrostatique. L'analyse que nous proposons consiste à étudier l'impact de la non-linéarité des cMUTs sur le déplacement de celui-ci dans un élément de barrette. Pour cela nous avons mis en place un banc d'interférométrie laser qui permet de mesurer les déplacements des membranes immergées dans un fluide. Le modèle que nous proposons est basé sur la théorie des plaques minces et la réponse impulsionnelle de diffraction pour le couplage fluide/cMUT. La résolution est menée dans le domaine temporel selon un schéma RK4. Aucune hypothèse de linéarité n'est effectuée. Le collapse est simulé comme une condition simple de blocage de la membrane lorsqu'elle atteint localement un déplacement supérieur à la hauteur de cavité. Nous présentons des résultats de mesure conduits sur un dispositif d'imagerie ultrasonore dont la fréquence centrale est de 7 MHz. Ces résultats concordent avec les prédictions théoriques, pour toutes les conditions d'excitation testées : signal sinusoïdal avec 1 ou 5 périodes, dont la fréquence varie de 200 kHz à 10 MHz, et l'amplitude de 80 % à 150 % de la tension de collapse.

### 1. Introduction

Les technologies cMUT (Capacitive Micromachined Ultrasound Transducers) sont, depuis un peu plus d'une dizaine d'années, une alternative aux technologies piézoélectriques dans le domaine de la génération ultrasonore. Des modèles prédictifs analytiques et numériques ont été développés pour l'optimisation et la fabrication de ce type de transducteurs. Ils permettent de déterminer à la fois le comportement statique et le comportement en régime harmonique dans un fluide. Néanmoins, suivant leurs applications, plusieurs types d'excitations sont demandés. En effet, pour la génération d'ondes ultrasonores en échographie et en thérapeutique, il est appliqué une tension de polarisation sur laquelle une forte tension alternative est superposée. Dans ce cadre, il est alors nécessaire d'utiliser un modèle à résolution temporelle qui permet l'intégration de la non-linéarité intrinsèque du cMUT. Plusieurs modèles temporels de la cellule ont déjà été développés en Eléments Finis [1,2,3] et ont montré la forte implication de la non-linéarité pour le comportement des cMUTs.

Nous proposons ici un modèle temporel se basant sur les équations des plaques minces multicouches de Kirchhoff résolues en différences finies et sur la théorie de la réponse impulsionnelle de diffraction pour le couplage fluide-structure. Le modèle est tout d'abord comparé et validé à un modèle linéarisé du premier ordre sous une hypothèse de petits signaux. Des mesures de déplacement du cMUT en interférométrie laser sont ensuite présentées et comparées au modèle dans le cadre d'une excitation grand signal. L'impact de la non-linéarité sur le comportement de la cellule est alors discuté. Enfin, l'intégration du couplage des cellules voisines dans le modèle est ensuite présentée pour finalement être discutée.

### 2. Présentation du modèle

#### 2.1. Equation du cMUT

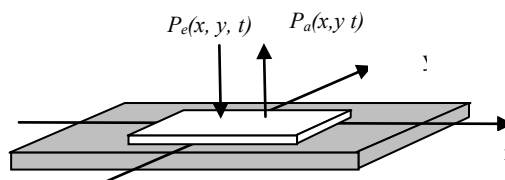


Figure 1 : Chargement de la membrane du cMUT

Cette partie décrit les équations fondamentales du cMUT plongé dans un fluide. La membrane est décrite à l'aide des équations de Kirchhoff pour les plaques minces multicouches [4,5]. La plaque est soumise à un champ électrostatique extérieur  $p_e(r, t)$  pour lequel on néglige les effets de bords. La pression du fluide est notée  $p_a(r, t)$  et le déplacement  $u(r, t)$ . La vitesse particulière de la membrane est quant à elle notée  $\dot{u}(r, t)$ . Afin de simplifier les notations, le coefficient de rigidité de flexion  $D\Delta\Delta u(r, t)$  est considéré comme constant dans la première équation alors qu'en réalité, son expression varie suivant la disposition de l'électrode sur la membrane.  $v(t)$  décrit la tension d'excitation en fonction du temps qui est appliqué aux bornes de la cellule cMUT. Enfin,  $h_{eq}$  correspond à la hauteur équivalente du GAP et le fluide est décrit par ses propriétés  $\rho_0$  et  $c_0$ .

La pression du fluide  $p_a(r, t)$  dépend directement de la vitesse  $\dot{u}(r, t)$  grâce à la formulation intégrale de Rayleigh. Ainsi, les différentes équations du comportement temporel du cMUT sont écrites ci-dessous :

$$\begin{cases} m \frac{\partial^2 u(r, t)}{\partial t^2} = D \Delta \Delta u(r, t) + p_e(r, t) + p_a(r, t) \\ p_e(r, t) = \frac{1}{2} \frac{v^2(t) \varepsilon_0}{(h_{eq} + u(x, y, t))^2} \\ p_a(r, t) = \rho_0 \frac{\partial \dot{u}(r, t)}{\partial t} * \frac{\delta(t - r/c_0)}{r} \end{cases} \quad (1)$$

## 2.2. Formulation numérique des équations

Il existe plusieurs méthodes de résolutions numériques de ce type d'équations tel que les Eléments Finis ou les Différences Finies. Dans ce cas, une méthode aux différences finies, déjà développée dans [6], est utilisée. L'opérateur de flexion de plaque est traduit par une matrice de raideur [K] et la masse distribuée par la matrice de masse [Ma]. La pression électrostatique est décrite le vecteur [P<sub>a</sub>] dans lequel chaque composante correspond à la pression appliquée sur chaque nœud *i* du maillage.

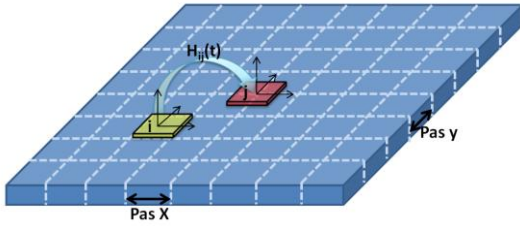


Figure 2 : Calcul de la réponse impulsionnelle de diffraction pour un élément du maillage

La pression  $P_{a,i}$  sur le nœud *i*, au temps *t*, est la somme des pressions émises par tous les éléments de la membrane. On considère alors que chaque nœud rayonne comme un piston rectangle (voir figure 2) de dimension  $\Delta x$  et  $\Delta y$  correspondant à la discrétisation spatiale du maillage le long de *x* et *y*. Ainsi, on peut exprimer la pression d'un nœud *i* sur un nœud *j* comme la convolution de  $\frac{\partial \dot{u}_j(t)}{\partial t}$  avec  $h_{ij}(t)$ , la réponse impulsionnelle de diffraction d'un piston rectangulaire définie dans [7] :

$$P_{a,i}(t) = \rho_0 \sum_j \frac{\partial \dot{u}_j(t)}{\partial t} * h_{ij}(t) \quad (2)$$

La relation (2) prend dans le domaine discret la forme suivante :

$$[P_a]_{(nT_e)} = \rho_0 \sum_{k=0 \dots n} H_{(n-k)T_e} \times [\ddot{u}]_{nT_e} \quad (3)$$

Où  $T_e$  est l'échantillonnage temporel,  $[\ddot{u}]_{nT_e}$  le vecteur champ accélération au temps  $nT_e$  et *H* la matrice qui contient toutes les réponses impulsionnelles de diffraction  $h_{ij}(nT_e)$ .

La résolution temporelle des équations (1) et (3) est effectuée à l'aide de l'algorithme Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) pour lequel les conditions initiales (4) sont généralement appliquées :

$$\begin{cases} [u]_0 = 0 ; [\dot{u}]_0 = 0 \\ [P_e]_0 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \varepsilon_0}{h_{eq}} \end{cases} \quad (4)$$

A chaque pas de temps, le calcul du déplacement est testé pour chaque élément du maillage pour détecter des amplitudes de déplacement supérieures à l'épaisseur de Gap : si le test s'avère positif, le déplacement du nœud est alors forcé à l'amplitude du Gap et sa vitesse est forcée à 0. Cette simple condition vise à modéliser l'effet de collapse

de la membrane en la bloquant localement sur le fond de la cavité. De plus, lorsque le déplacement redevient plus faible que l'épaisseur de Gap, le test permet de « relâcher » la membrane à ce nœud ce qui, finalement, correspond à l'effet complémentaire du collapse, le « snapback » ou relâchement de la membrane.

## 3. Validation du modèle en petits signaux

Précédemment [8], nous avons présenté un modèle de cMUT avec de fortes hypothèses de linéarités. En effet, avec cette approche, l'ensemble des équations (1) a été résolu dans le domaine fréquentiel et le champ de pression électrostatique a été développé au premier ordre. Pour comparer ces deux approches, il a été appliqué dans le modèle temporel un signal d'excitation où l'amplitude est petite (1V) comparée à la tension de polarisation. Les différentes caractéristiques de la configuration simulée sont décrites dans le Tableau 1.

| Couche                 | GAP | SiN  | Al         |
|------------------------|-----|------|------------|
| Epaisseur (nm)         | 175 | 450  | 350        |
| Largeur (μm)           | n/a | 25   | 18         |
| E (GPa)                | n/a | 220  | $E_c = 68$ |
| σ                      | n/a | 0.24 | 0.35       |
| ρ (kg/m <sup>3</sup> ) | n/a | 3300 | 2700       |
| ε <sub>r</sub>         | n/a | 7.5  | -          |

Tableau 1: Caractéristiques des différentes couches du cMUT simulé

La tension de collapse  $V_{collapse}$  calculée pour celle-ci est de 65V. Le signal d'excitation est un demi-cycle à 20MHz de 1V d'amplitude polarisé à 50% de  $V_{collapse}$ . La réponse temporelle du cMUT est présentée Figure 3. Le spectre de la vitesse moyenne est obtenu par transformée de Fourier et est comparé au spectre prédit par le modèle linéarisé (Figure 4).

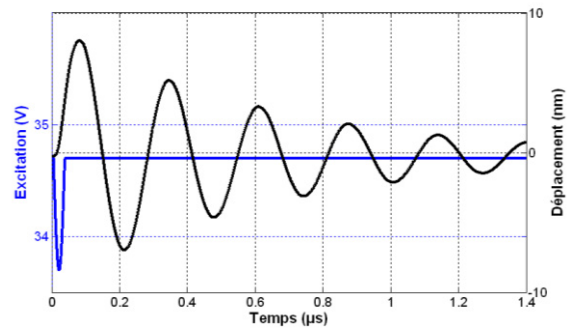


Figure 3: Excitation appliquée (bleu) et réponse temporelle moyenne de la cellule cMUT dans un fluide (noir)

Les deux modèles présentent de fortes similitudes : en effet, l'allure du spectre ainsi que le maximum (fréquence de « résonance » dans le fluide) correspondent. Il est tout de même à remarquer que la largeur du pic de la réponse temporelle est plus grande que celui du modèle linéarisé et que le second pic à 18 MHz est moins important dans le domaine temporel que dans le domaine « linéaire ». Ceci s'explique par le manque de résolution fréquentielle

obtenue avec le modèle temporel auquel s'ajoute la bande passante de surcroît limitée de l'excitation. En effet, pour se rapprocher du résultat obtenu avec le modèle linéarisé, il serait nécessaire d'augmenter le nombre de points de calcul ce qui allongerait considérablement le temps de calcul du modèle temporel. On peut finalement remarquer que la réponse d'une seule cellule fournit une très faible bande passante par rapport à une grande population.

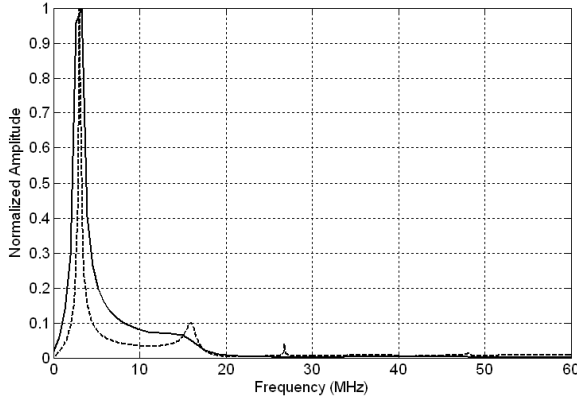


Figure 4 : Vitesse moyenne particulière de la cellule cMUT dans le domaine fréquentiel obtenu avec le modèle linéarisé (trait pointillé) et la FFT du domaine temporel (trait plein)

Pour compléter la comparaison entre les deux modèles, on fait varier dans les mêmes conditions d'excitations que précédemment, deux paramètres géométriques que sont l'épaisseur et la largeur de membrane. La figure 5 présente la variation de fréquence de résonance dans ces deux cas et on peut remarquer que les deux courbes se superposent parfaitement. On peut de plus remarquer que l'évolution de la fréquence de résonance est croissante et linéaire avec l'épaisseur et est, par contre, décroissante avec la largeur de membrane.

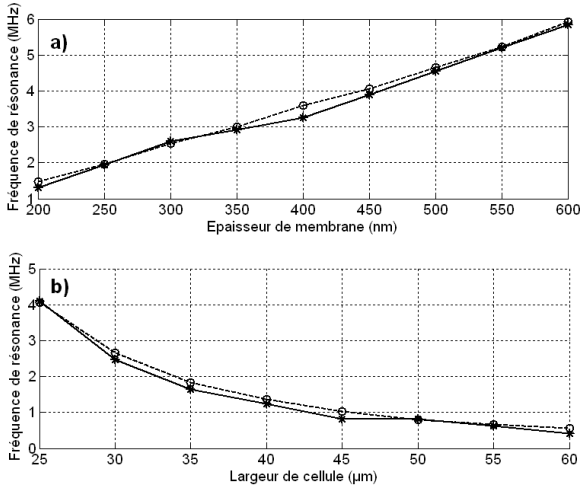


Figure 5 : Variation de la fréquence de résonance dans l'eau en fonction de l'épaisseur (a) et de la largeur (b) de la cellule cMUT pour les deux modèles : linéarisé (pointillé) et temporel (plein)

## 4. Comparaison avec l'expérience

### 4.1. Introduction

Dans cette partie, le modèle est confronté à des mesures faites en interférométrie dont les résultats ont déjà été présentés dans [9]. Ces mesures ont été effectuées au centre d'une membrane à l'aide d'un interféromètre Laser

hétérodyne. La cellule est issue d'un élément de cMUT développé pour l'imagerie médicale. L'élément est composé de quatre colonnes de cellules carrées de dimension 20  $\mu\text{m}$  de côté. Une étude par impédancemétrie non-présentée ici a permis de déterminer la fréquence de résonance à 7MHz et la tension de collapse ( $V_{\text{collapse}}$ ) à 64V.

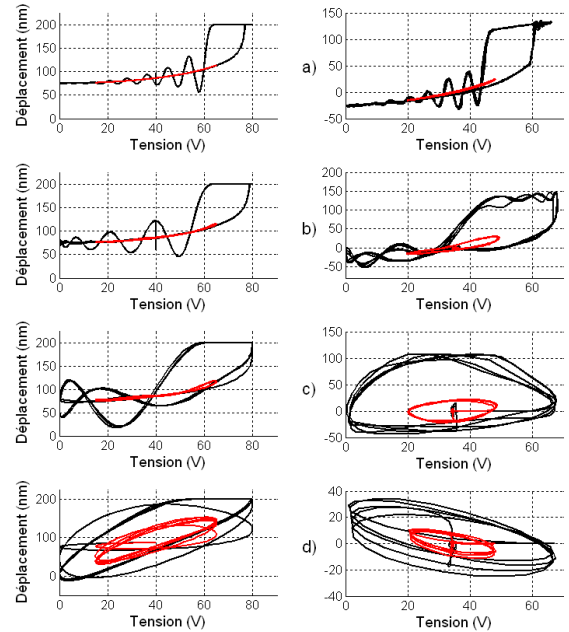


Figure 6 : Déplacement du centre de la membrane pour une excitation de 5 cycles à 120% (noir) et 80%(rouge) de  $V_{\text{collapse}}$  au centre de la membrane pour différentes fréquences : a) 200 kHz b) 1 MHz c) 3 MHz d) 10 MHz.

Gauche: théorie, Droite: expérience.

Des mesures préliminaires faites par microscopie holographique digitale [10] ont permis de déterminer plusieurs caractéristiques de la cellule : une déflection initiale de 65 nm et un module d'Young de 175 GPa pour le SiN qui ont été intégrés dans le modèle temporel. La valeur du module d'Young semble assez faible par rapport à la littérature mais cette valeur intègre l'impact de la contrainte initiale qui n'est pas simulé par le modèle. L'intégration de cette contrainte fera d'ailleurs l'objet d'une future évolution du modèle. Dans cette partie, la simulation ne prend pas en compte l'impact des cellules voisines sur la cellule simulée. Ici, seul l'effet du fluide dû à une seule cellule est étudié.

### 4.2. Cycle hystérétique de la cellule

Une première étude propose d'étudier l'impact de la non-linéarité de la cellule pour une excitation forcée. Pour cela, une excitation de 5 cycles à 2 niveaux d'amplitudes 80% et 120% de  $V_{\text{collapse}}$ . Une tension de polarisation de  $V_{\text{collapse}}/2$  (32V) est superposée à la tension sinusoïdale. Un choix de 5 fréquences d'excitation a été préalablement effectué afin de balayer différents régimes de fonctionnement du cMUT : 200kHz, 1 MHz, 3MHz et 10 MHz. Les résultats expérimentaux et simulés sont présentés figure 6. Pour cette étude, le choix de la représentation s'est porté sur un graphique traçant le déplacement en fonction de la polarisation. A 200kHz et 1 MHz (figure 7-a et 7-b), la membrane se trouve dans un régime quasi-statique : dans le cas de très fortes amplitudes, le comportement est alors hystérétique et les phénomènes de *collapse* et de *snapback* sont facilement identifiables. De plus, on peut remarquer

que tant que la tension de collapse n'est pas atteinte, la membrane suit alors la phase montante du cycle à l'aller comme au retour. Le modèle est alors consistant et ce, jusqu'à une trop forte influence du fluide dans le comportement. En effet, à 3 MHz, celui-ci est trop important pour permettre une comparaison entre la simulation et l'expérience. Néanmoins, à 10 MHz, alors que seul l'effet inertiel du fluide semble intervenir, une instabilité du cycle est constatée dans les deux cas (expérimental et simulé). Ici, une étude supplémentaire à la fois sur le modèle et sur les mesures est nécessaire pour une complète compréhension du phénomène.

### 4.3. Réponse en régime large bande

La seconde étude consiste à l'étude de la réponse d'une membrane excitée par un cycle sinusoïdal (large bande) aux 4 mêmes fréquences centrales que l'étude précédente et cela pour 3 niveaux d'excitation : 20%, 80% et 120% de  $V_{collapse}$ , toujours polarisé à  $V_{collapse}/2$ . Les spectres de la vitesse au centre de la membrane sont présentés figure 7.

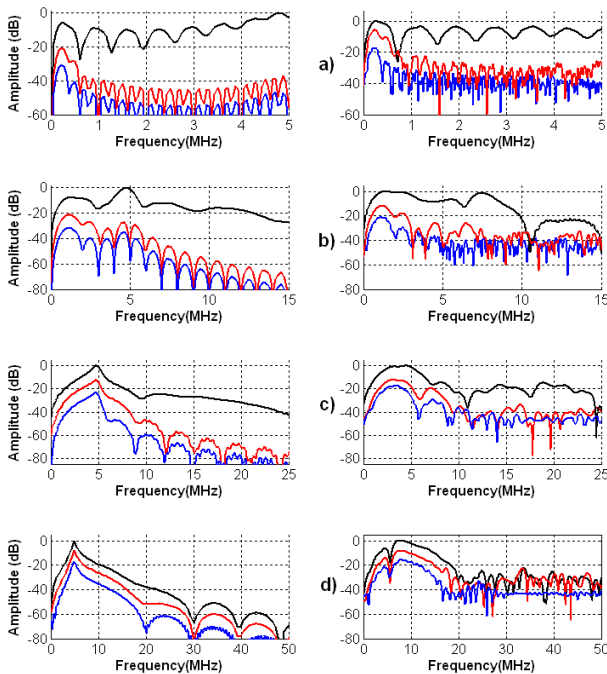


Figure 7 : Vitesse particulière au centre de la membrane pour une excitation pulsée d'amplitude 20% (bleu), 80%(rouge) et 120% (noir) de  $V_{collapse}$  et centrée aux fréquences : a) 200 kHz b) 1 MHz c) 3 MHz d) 10 MHz. Gauche : simulation, Droite : mesure.

Comme dans la partie 4.2., à basse fréquence, la simulation décrit bien ce qui a été mesuré. L'effet de la non-linéarité est parfaitement prédit : d'une part, la seconde harmonique et la bande passante augmentent conjointement avec l'amplitude d'excitation. De plus, lorsque la tension de collapse est atteinte (en noir sur les courbes), la forme de la réponse est alors fortement modifiée. D'une part, une partie de l'énergie distribuée suit le contenu spectral de l'émission élargi par les harmoniques. Mais, en plus, un pic apparaît autour de la fréquence de résonance de la membrane dans le fluide (autour de 5 MHz pour le modèle et 7 MHz pour la mesure) (cf. 7-b). Celui-ci provient de la réponse post-snapback de la membrane. En effet, ici, le phénomène de snapback agit comme une source impulsionnelle mécanique qui engendre une réponse à la fréquence de résonance de la

membrane. Pour une excitation centrée à 3 et 10 MHz, le chargement du fluide étant plus important, la forme des spectres est relativement différentes entre le modèle et l'expérience. Néanmoins, l'impact de la non-linéarité semble être la même dans les deux cas. Pour l'excitation à 3 MHz, elle fournit de l'énergie en plus haute fréquence (autour de 5MHz). Pour 10 MHz, le même type de comportement est observé mais cette fois-ci autour de 10 et 20MHz.

### 4.4. Impact du couplage mutuel sur la réponse en large bande

Dans cette dernière partie, l'impact des cellules voisines sur la réponse impulsionnelle des membranes est étudié. Pour cela, le modèle temporel a été développé pour le comportement d'une population de cMUT composée de 4 colonnes.

Dans ce modèle, on résout dans un même temps le déplacement pour une cellule centrale et pour une cellule du bord. Chacune des cellules voisines est ici assimilée à un piston rectangle de taille  $20 \times 20 \mu m^2$  séparé d'un pitch de  $35 \mu m$  en X et Y (figure 8). La pression rayonnée par chaque cellule voisine sur l'une des deux cellules modélisées est calculée à l'aide de l'équation (2). Dans ce modèle, on considère alors séparément les cellules du bord (colonne 1 et 4) et les cellules du centre (colonne 2 et 3). Ainsi, à un instant  $nT_e$ , les cellules des colonnes 1 et 4 ont une même accélération moyenne  $\ddot{u}_{1moyen}(nT_e)$  calculée à partir de la cellule 1. De même, l'accélération moyenne  $\ddot{u}_{2moyen}(nT_e)$  calculée à partir de la cellule 2 est attribuée aux cellules des colonnes 2 et 3.

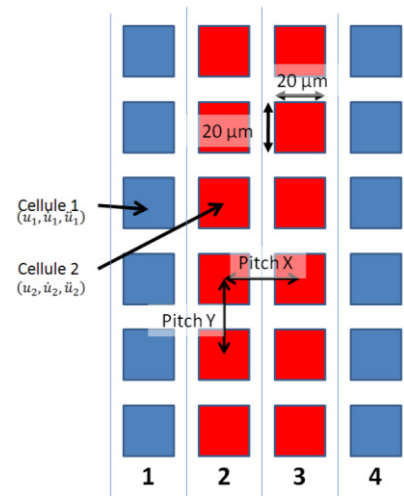


Figure 8 : Discretisation de l'élément de barrette cMUT étudié

En résumé, on peut donc exprimer la pression appliquée sur chacune des 2 cellules simulées au temps  $t$  comme ci-suit :

$$\begin{cases} [P_{cell1}]_t = [P_{bord \rightarrow cell1}]_t + [P_{centre \rightarrow cell1}]_t + [P_{autocell1}]_t \\ [P_{cell2}]_t = [P_{bord \rightarrow cell2}]_t + [P_{centre \rightarrow cell2}]_t + [P_{autocell2}]_t \end{cases} \quad (5)$$

Avec

$[P_{bord \rightarrow celli}]$  la somme des pressions rayonnées par l'ensemble des cellules des colonnes 1 et 4 sur la  $i^{ème}$  cellule,

$[P_{centre \rightarrow celli}]$  la somme des pressions rayonnées par l'ensemble des cellules des colonnes 2 et 3 sur la  $i^{ème}$  cellule,

$[P_{autocelli}]$  la somme des pressions rayonnées par l'ensemble des nœuds de la  $i^{ème}$  cellule sur eux-mêmes (cf. 2.2.)

La figure 8 présente le spectre de la vitesse particulière du centre de deux membranes (au centre et au bord) pour une excitation d'un cycle de 10 MHz avec une polarisation de  $V_{\text{collapse}}/2$  et un niveau d'excitation à 80 % de  $V_{\text{collapse}}$ . On remarque ici que le couplage dû aux cellules voisines se traduit par une coupure de la bande autour de 5 MHz sur la cellule centrale. De même, un maximum apparaît à la même fréquence sur la réponse de la cellule du bord. Le modèle, simulant le déplacement de ces deux cellules dans un élément de 4 colonnes de 100 cellules en hauteur décrit les mêmes phénomènes.

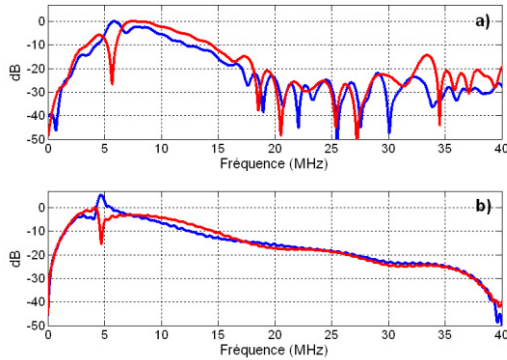


Figure 9 : Vitesse particulière au centre de la membrane pour une excitation pulsée d'amplitude 80% de  $V_{\text{collapse}}$  centrée à 10 MHz pour une cellule centrale (rouge) et une cellule du bord (bleu). a) mesure b) simulation pour des colonnes de 100 cellules de hauteur

On peut finalement remarquer que le deuxième impact de l'intégration des cellules voisines dans le modèle est l'élargissement conséquent de la bande passante. Néanmoins, cette extension du modèle demande de grands temps de calculs (de plusieurs heures à plusieurs jours suivant la longueur de la réponse voulue).

## 5. Conclusion

Basé sur des hypothèses simples, un modèle temporel de cMUT a été développé et présenté. Pour la simulation d'une seule cellule, le temps de calcul se trouve être inférieur à 10 minutes. Une validation théorique a été tout d'abord présentée en le comparant à un modèle possédant des hypothèses de linéarité. Ensuite, une comparaison avec des mesures en interférométrie laser a permis de valider la prédiction en grands signaux et ainsi l'impact de la non-linéarité sur le comportement du cMUT. La simulation du phénomène de collapse par une simple condition de blocage vérifiée à chaque étape de calcul s'est révélée par ailleurs satisfaisante pour simuler le comportement en très grands signaux. Finalement, le couplage des cellules voisines a été modélisé et comparé aux données expérimentales. Ainsi, les phénomènes de coupure de bande ont pu être observés en dépit de plus longs temps de calculs. Dans la continuité de ces travaux, il nous faut désormais observer l'impact de ces différents phénomènes sur le champ de pression émis.

## 6. Bibliographie

- [1] B. Bayram, E. Haeggstrom, G. G. Yaralioglu, and B. T. Khuri-Yakub, "A new regime for operating capacitive micromachined ultrasonic transducers," *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 50, pp. 1184-1190, 2003.
- [2] A. Lohfink and P. .-C. Eccardt, "Investigation of nonlinear CMUT behavior," in , vol. 1, 2005, pp. 585-588.
- [3] G. G. Yaralioglu, B. Bayram, and B. T. Khuri-Yakub, "Finite Element Analysis of CMUTS: Conventional vs. Collapse Operation Modes," in , 2006, pp. 586-589.
- [4] M. Géradin and D. Rixen, *Théorie des vibrations*. MASSON, 1993.
- [5] S. P. Timoshenko, *Theory of Plates and Shells*. Open University Press, 1964.
- [6] D. Certon, F. Teston, and F. Patat, "A finite difference model For cMUT devices," *IEEE-UFFC*, vol. 52, pp. 2199-2210, 2005.
- [7] Stepanishen, "Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 49, pp. 1629-1638, 1971.
- [8] C. Meynier, F. Teston, and D. Certon, "Combined Finite Difference – Lumped Modelling of Fluid Loaded Cmut Arrays," in *MUT*, 2009.
- [9] N. Senegond, F. Teston, J. Besnard, C. Meynier, and D. Certon, "High Voltage Time Domain Response of cMUT Membranes; theory and laser interferometry measurement," in *MUT*, 2009.
- [10] N. Senegond, D. Certon, J. Bernard, and F. Teston, "Characterization of cMUT by digital holography microscopy," in *IEEE International Ultrasonics Symposium*, 2009, p. aerID735.