

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Application de l'acoustique géométrique à la simulation de la réflexion et de la diffraction par des surfaces courbes

Nicolas Noé¹, Mikaël Vermet¹

¹ Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, 11 rue Henri Picherit F-44000 Nantes, {nicolas.noe,mikael.vermet}@cstb.fr

L'acoustique géométrique, basée sur des méthodes asymptotiques, et valable aux moyennes et hautes fréquences, est une méthode complémentaire aux méthodes d'éléments finis, de part sa simplicité d'utilisation (absence de maillage), sa rapidité (calculs indépendants de la fréquence) et les informations supplémentaires qu'elle peut apporter (séparation des contributions).

Par l'utilisation d'algorithmes de type lancer de faisceaux adaptés, elle peut être appliquée à la prédiction fine de pression en présence d'obstacles réellement courbes, en prenant en compte à la fois les phénomènes de réflexion et de diffraction (par les arêtes franches et par les surfaces).

Nous décrivons dans cette présentation les différentes étapes de mise en oeuvre d'une telle solution globale. Puis, après avoir validé notre approche par des comparaisons à des calculs par éléments finis de frontière, nous présentons des cas d'applications à des phénomènes de masquage (faisant intervenir des ondes rampantes).

1 Introduction

L'acoustique géométrique est une méthode complémentaire aux méthodes d'éléments finis. Largement utilisée dans les environnements composés de surfaces planes, elle peut aussi être appliquée aux environnements courbes, en prenant en compte la forme exacte des obstacles.

Après quelques rappels sur la mise en oeuvre d'une telle solution géométrique, nous présentons la façon dont nous prenons en compte la diffraction par les surfaces courbes (ondes rampantes) et l'intégrons dans une solution complète.

2 Une solution générale à la réflexion par les obstacles et la diffraction par les arêtes

2.1 Acoustique géométrique

Comme pour tout calcul de propagation d'ondes acoustiques, le principe de l'acoustique géométrique consiste à résoudre l'équation de Helmholtz. Celle-ci est rappelée sur l'équation 1.

$$\nabla^2 U + k^2 n^2 U = 0 \quad (1)$$

L'approche asymptotique consiste alors à supposer les dimensions des obstacles constituant l'environnement grands devant la longueur d'onde. A partir de cette hypothèse, la propagation des ondes acoustiques en un point donné peut être considérée comme indépendante du voisinage de ce point. L'onde est alors assimilée à un ensemble de rayons se propageant dans l'espace et subissant un ensemble d'interactions ponctuelles telles que la réflexion (spéculaire) par les surfaces, la diffraction par

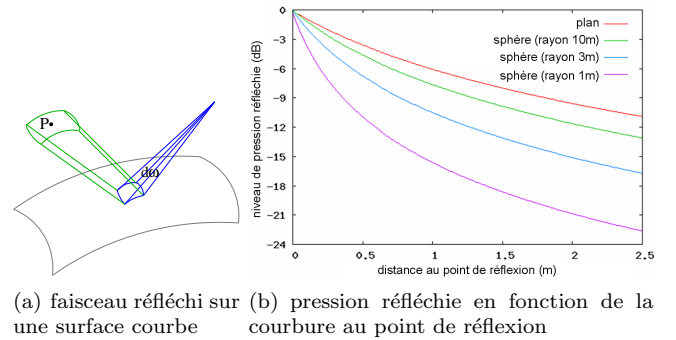


FIG. 1: Faisceau réfléchi et divergence géométrique

les arêtes. Ces rayons se propagent en ligne droite dans les milieux homogènes.

La formule 2 donne la pression en un point P du parcours d'un faisceau en fonction de la puissance émise W , de l'angle solide du faisceau $d\omega$ émis depuis une source ponctuelle et du produit $\Pi R D$ des coefficients attachés aux réflexions et diffractions subies par l'onde.

$$p(P) = \sqrt{\frac{\rho c W}{4\pi}} \sqrt{\frac{d\omega}{dS(P)}} e^{jkr} \Pi R D \quad (2)$$

Le terme $\sqrt{d\omega/dS(P)}$ désigne la divergence de l'onde et traduit son atténuation durant sa propagation, $dS(P)$ désignant la surface du front d'onde du faisceau au niveau du récepteur (voir figure 1(a)).

Les méthodes asymptotiques ont ainsi pour avantage de rendre le temps de calcul indépendant de l'échelle de l'environnement et de la fréquence. De plus, du fait de la localité des phénomènes, cette approche permet aussi d'étudier séparément chacune des contributions de l'environnement, par exemple en isolant les contributions des rayons diffractés.

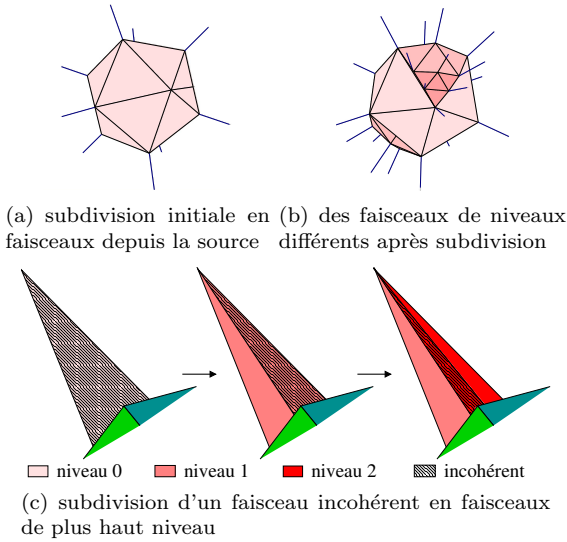


FIG. 2: Principe du lancer de faisceau adaptatif

2.2 Le lancer de faisceaux adaptatif

Le problème principal à résoudre est géométrique : il s'agit de trouver les trajets (rayons) entre un point (source) et un point (récepteur), respectant le principe de Fermat. Pour cela plusieurs techniques sont envisageables (sources images, lancer de rayons, ...), mais la technique la mieux adaptée à la gestion de modèles avec des surfaces courbes et des arêtes de diffraction est le lancer de faisceaux adaptatif [1, 2].

Le principe, illustré sur la figure 2, est de subdiviser l'angle solide autour des sources ponctuelles en faisceaux initiaux triangulaires, délimités par des rayons. Ces rayons sont propagés dans la scène et réfléchis spéculairement par les obstacles. Lorsqu'un obstacle se trouve partiellement à l'intérieur du faisceau (ou simplement lorsque les rayons porteurs rencontrent des obstacles différents), le faisceau est subdivisé depuis la source en quatre nouveaux sous-faisceaux. Cette subdivision est appliquée récursivement jusqu'à obtenir des faisceaux dont l'intérieur est cohérent ou jusqu'à atteindre une limite numérique. Les récepteurs sont ensuite localisés à l'intérieur des faisceaux, et le trajet exact est déterminé, toujours par subdivision. On obtient ainsi des trajets point-à-point, ce qui permet de prendre en compte finement la phase associée au rayon.

Avec ce type de technique, il est facile de calculer la divergence géométrique G associée au faisceau. Son effet est clairement visible sur la figure 1(b).

2.3 Diffraction par les arêtes

La diffraction dans les méthodes asymptotiques est traitée par la théorie géométrique de la diffraction : pour un rayon incident sur une arête, toujours selon le principe de Fermat, les rayons diffractés se trouvent sur un cône formant le même angle avec l'arête que le rayon incident. Les coefficients traduisant la diffraction sont quant à eux calculés selon la Théorie Uniforme de la Diffraction [3].

La lancer de faisceaux adaptatif est parfaitement adapté au traitement de la diffraction par les arêtes délimitant les surfaces. En effet, il consiste à rechercher

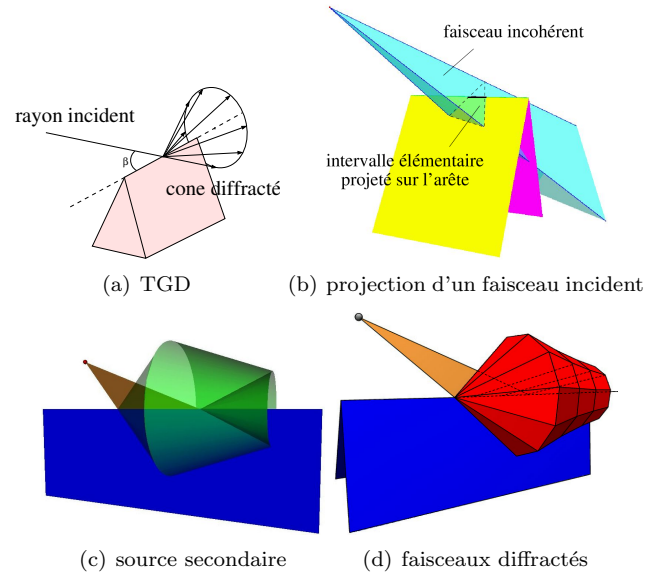


FIG. 3: Principe de la diffraction par les arêtes dans un lancer de faisceau adaptatif

les faisceaux homogènes (rencontrant les mêmes obstacles). Si un faisceau devient inhomogène, il s'agit donc potentiellement d'une diffraction. Si une arête de diffraction pré-identifiée se trouve dans le faisceau, celui est projeté sur l'arête pour obtenir un intervalle sur l'arête. Au final, tous les intervalles, avec le même historique (venant de la même source, réfléchis sur les mêmes objets) sont regroupés en portions d'arêtes qui deviennent alors des sources secondaires. On procède alors à un nouveau lancer de faisceaux depuis ces arêtes. Le processus est illustré sur la figure 3.

Cette technique permet aussi de traiter des arêtes courbes (par exemple circulaires), dès que l'on est capable de projeter le faisceau sur l'arête. La divergence se calcule là encore à l'aide de rapports de front d'ondes.

2.4 Validations

Nous avons jusqu'à présent uniquement abordé l'aspect géométrique du problème (construction des trajets et divergence). Le calcul des coefficients de réflexion et de diffraction se fait lui à partir des formules classiques. Nous présentons sur la figure 4 un résultat de validation synthétique de cette méthode, par comparaisons à une solution exacte de type éléments finis de frontière (BEM). Il s'agit d'une forme en U, dans laquelle se trouve une source (point rouge), et traversée par une carte de récepteurs (en vert). Il y a donc de la réflexion droite et courbe (à l'intérieur), et de la diffraction par des arêtes droites et courbes (de l'intérieur vers l'extérieur).

3 Diffraction par les surfaces

Nous avons rappelé comment il est possible de traiter des arêtes franches en acoustique géométrique. Nous allons maintenant montrer que l'on peut appliquer la même technique à la diffraction par les surfaces.

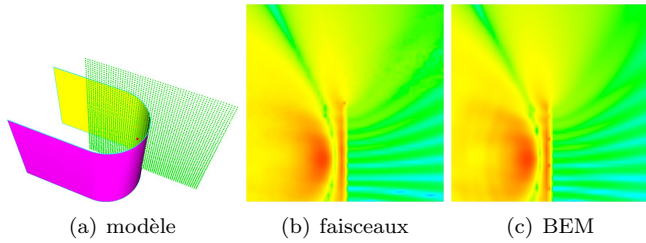


FIG. 4: Comparaison faisceaux / BEM à 500Hz

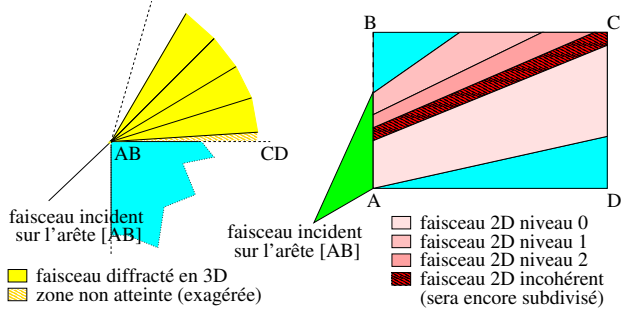


FIG. 5: Lancer de faisceau adaptatif en 2D pour "ramper" sur un trièdre

3.1 Diffraction par un plateau

Le cas le plus simple est celui de la diffraction par un plateau, c'est-à-dire la diffraction successive par deux arêtes situées sur une même surface plane.

3.1.1 Aspects géométriques

Nous avons donc deux diffractions successives, mais entre lesquelles la propagation ne se fait pas en espace vide, mais sur le plateau (plan) lui-même. Cela revient donc à remplacer un lancer de faisceaux en 3D par un lancer de faisceaux en 2D, depuis l'arête d'entrée du plateau jusqu'à la ou les arêtes de sortie. Ceci est illustré sur la figure 5.

Une fois une arête de sortie atteinte, le lancer de faisceaux repasse à nouveau en 3D.

3.1.2 Aspects physiques

La méthode classiquement utilisée pour calculer deux diffractions successives est de multiplier entre eux les coefficients TUD associés à chacune des deux arêtes. Toutefois, cette approche devient déficiente lorsque la distance entre les deux arêtes, en l'occurrence l'épaisseur du plateau, est faible (en général inférieure à 10 longueurs d'ondes). De plus, cette approche est également défailante lorsque le récepteur est situé en zone de transition de la deuxième arête, comme l'illustre la figure 6.

Des formules asymptotiques permettent de combler ce problème. Nous avons choisi d'utiliser les coefficients issus des formules de Capolino et Albani [4].

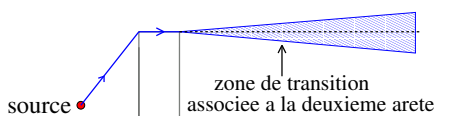


FIG. 6: Zone de transition de la deuxième arête

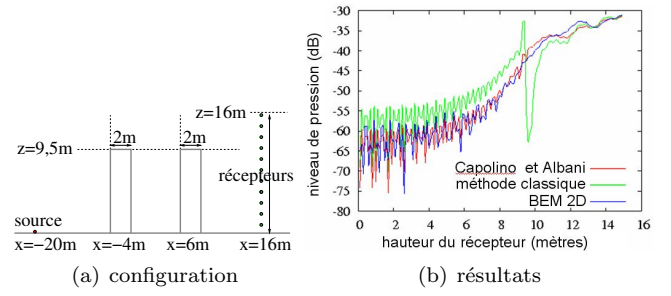


FIG. 7: Comparaison des méthodes à 1 kHz

3.2 Extension aux diffractions multiples

3.2.1 Principe

D'un point de vue géométrique, la même technique peut être itérée pour un nombre quelconque de plateaux successifs reliés par des arêtes. Dans ce cas, lorsque l'onde est doublement diffractée par un plateau, nous utilisons les coefficients de Capolino et Albani, tandis que si elle ne subit qu'une seule diffraction par la première arête d'un plateau, les coefficients classiques de la TUD sont utilisés.

3.2.2 Validations

La configuration de la figure 7(a) met en évidence l'efficacité de notre approche. Nous comparons à 1 kHz sur la figure 7(b) les résultats obtenus selon notre approche, selon la méthode classique, et en BEM 2D que nous utilisons comme référence. Nous constatons un très bon accord entre notre approche et la BEM 2D, avec continuité de la pression acoustique de part et d'autre de la frontière de transition du plateau de droite, à la différence de la méthode classique. De plus, dans la zone d'ombre du plateau de droite, la méthode classique donne une erreur d'environ 6 dB, due au fait que les contributions dans cette zone proviennent du plateau de droite, situé en zone de transition du premier plateau.

3.3 Application aux ondes rampantes

3.3.1 Principe

Nous présentons maintenant la manière dont nous traitons les ondes rampantes sur les surfaces courbes. Les ondes rampantes permettent le calcul de la pression au sein de la zone d'ombre de surfaces courbes. Ceci est illustré sur la figure 8(a).

Afin d'intégrer de manière souple le calcul de rayons rampants au sein du lancer de faisceaux parmi tous les autres phénomènes déjà pris en compte (réflexions, diffractions par des arêtes,...), nous avons choisi d'utiliser des surfaces courbes maillées. Les ondes rampantes sont alors assimilées à une série de trajets diffractés par les arêtes successives du maillage. Un exemple de maillage est donné sur la figure 8(b).

Nous détaillons sur les figures 9(a) et 9(b) la manière dont les coefficients de diffraction associés à chacune des arêtes sont calculés. On distingue deux cas, suivant que le nombre d'arêtes diffractant le rayon rampant est pair ou impair le long de la surface courbe discrète.

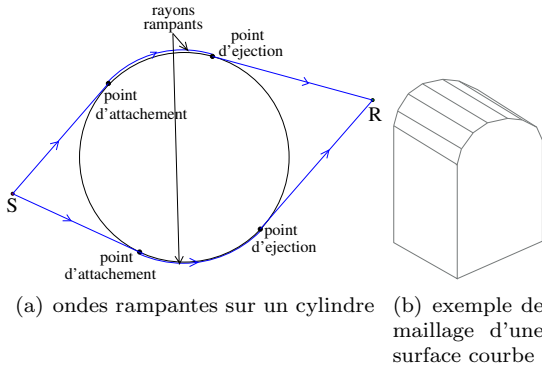


FIG. 8: Ondes rampantes et maillage associé

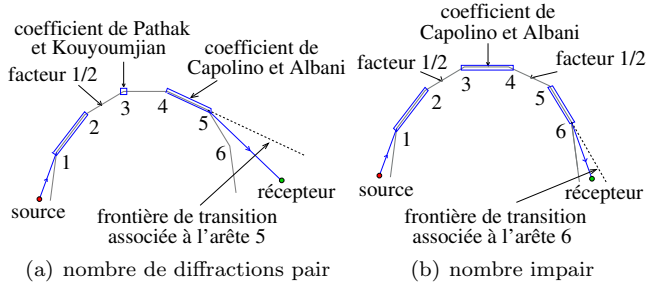


FIG. 9: Diffractions successives sur une surface maillée

Nous faisons donc en sorte que les deux dernières diffractions soient calculées selon la formule de Capolino et Albani, de manière à assurer la continuité de la pression de part et d'autre de la frontière de transition de la dernière arête du trajet.

3.3.2 Validations

Nous présentons ici une validation de notre approche pour le calcul d'ondes rampantes sur un cylindre décrit sur la figure 10(a). Nous comparons à 2 kHz notre approche sur un cylindre maillé en 18 facettes rectangulaires (figure 10(c)) avec un calcul BEM 2D sur le cylindre réel (figure 10(d)). La différence de niveaux présentée sur la figure 10(e) traduit un très bon accord entre notre méthode et la solution de référence, l'écart étant inférieur à 1 dB sur la majeure partie du domaine de calcul. Notons de plus que les résultats seraient encore meilleurs si les calculs issus de la BEM 2D étaient effectués sur le cylindre maillé.

4 Une solution générale à la réflexion et à la diffraction par les surfaces courbes

Il est donc possible de traiter par l'acoustique géométrique des surfaces réellement courbes en réflexion (les surfaces étant représentées par leur expression analytique) et en diffraction (en substituant à ces surfaces des maillages incluant des arêtes de diffraction). Toutefois, pour une application faisant intervenir les deux phénomènes sur une même surface, une approche unifiée s'avère nécessaire.

De plus, dans le cadre d'applications industrielles, les surfaces courbes réelles sont rarement disponibles

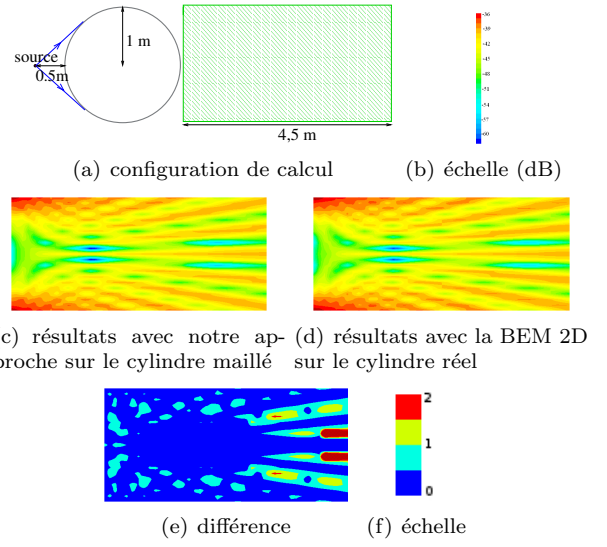


FIG. 10: Validation de la diffraction par un cylindre

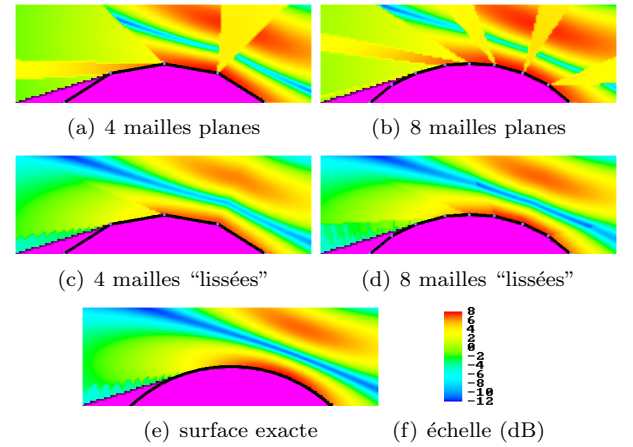


FIG. 11: Niveau de pression directe et réfléchi par un cylindre, calculé par l'acoustique géométrique

sous la forme d'expressions analytiques exploitables directement dans des méthodes à rayons (souvent des surfaces paramétriques complexes) : il faut alors mailler le modèle CAO. Enfin, un maillage peut être la seule donnée existante, sans accès à l'information de plus haut niveau sur la surface courbe originelle (par exemple un maillage d'éléments finis).

4.1 Maillages "lissés"

Exploiter directement un maillage composé de mailles planes pour représenter une surface courbe dans une méthode d'acoustique géométrique conduit à des résultats erronés, et ceci pour deux raisons. D'une part la courbure réelle de la surface n'est pas prise en compte, et donc l'atténuation de la pression après réflexion est erronée. D'autre part, le saut de normale entre deux mailles introduit des zones d'ombres artificielles (où il n'existe pas de source image). Ces deux phénomènes sont illustrés sur les figures 11(a) et 11(b).

Une solution pour palier à ces problèmes consiste à introduire des maillages "lissés". C'est-à-dire des maillages triangulaires dont les normales aux sommets sont les normales de la surface originale (obtenues lors

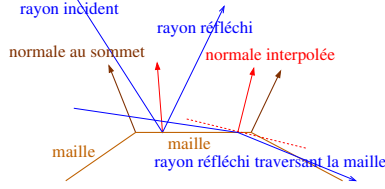


FIG. 12: Réflexion sur un maillage lissé

du maillage, ou recalculées avec les mailles voisines). Les normales sont donc uniques aux sommets des triangles, et, à l'intérieur de chaque triangle, la normale est interpolée à l'aide des coordonnées barycentriques (lissage de type Gouraud). La réflexion sur un tel triangle est illustrée sur la figure 12, et les résultats obtenus sur les figures 11(c) et 11(d). Cette solution a l'avantage de la simplicité et de permettre de considérer les ondes rampantes comme précédemment, puisque le maillage reste plan. Cependant, elle demande un niveau de discrétisation assez fin (des angles inférieurs à 5° entre deux triangles voisins) et introduit des artefacts : pour les angles très rasants, le rayon réfléchi peut ne pas exister (voir figure 12). De plus, les phases calculées sont erronées (car déduites du point de réflexion sur le plan) et les interférences de même en conséquence. La pression obtenue est donc partiellement discontinue.

On notera que cette technique de lissage peut aussi être appliquée aux arêtes, en interpolant cette fois la tangente. Cela permet de traiter n'importe quel bord du maillage comme arête diffractante.

4.2 Reconstruction de surfaces C^1

La solution pour lever les limitations dues à l'utilisation de maillages lissés est donc de reconstruire, à partir de maillages triangulaires et de normales à leurs sommets, une surface C^1 . Toutefois, pour qu'une telle surface soit exploitable de manière optimale dans un lancer de rayons, elle doit pouvoir être intersectée avec une demi-droite de manière efficace (rapide) et stable (numériquement). C'est pourquoi nous proposons d'utiliser une reconstruction par morceaux (pour que la solution de l'intersection soit locale), utilisant des quadriques (pour que l'intersection se résume à des équations polynômiales de degré deux)

4.2.1 *splines* de Powell-Sabin

La solution retenue pour cette reconstruction est basée sur les *splines* de Powell-Sabin [5]; elles permettent une interpolation des sommets d'un maillage triangulaire en respectant les normales à ces sommets. Le principe consiste à projeter le maillage sur un plan (Oxy). Ensuite, après subdivision en six sous-triangles de chacun des triangles projetés, nous construisons les *splines* sous la forme de fonctions du type $z = f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$ en nous appuyant sur les travaux complémentaires de [6]. Ces polynômes de degré deux en (x, y) sont C^1 par morceaux de part et d'autre de chacun des sous-triangles.

Ainsi, en écrivant les rayons sous la forme : $R = O + t\vec{V}$, le calcul de leur intersection avec les *splines* est une équation de degré deux en t , ce qui permet un

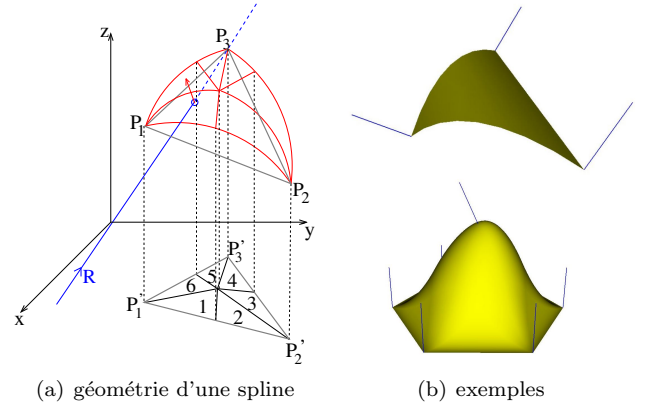


FIG. 13: *Splines* de Powell-Sabin

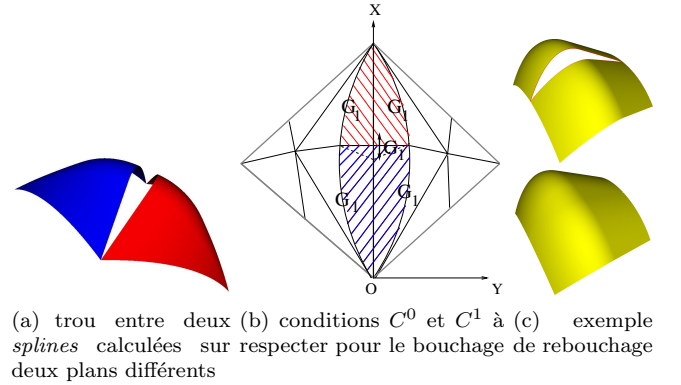


FIG. 14: Apparition de trous entre deux *splines* lors d'un changement de plan de projection

calcul analytique de cette intersection. Le processus est illustré sur la figure 13(a). La figure 13(b) présente deux exemples de reconstructions : un triangle et trois normales (haut), six triangles et sept normales (bas).

4.2.2 Changement de plan

Cette reconstruction de surface est parfaitement adaptée aux cas où la surface originale peut-être mise en bijection avec un plan. Mais elle devient problématique lorsque le plan de la maille tend à devenir orthogonal au plan de projection ; les tangentes devenant alors quasi-infinies, ce qui pose des problèmes numériques. De plus, dans le cas de surfaces fermées, il n'existe pas de plan de bijection. On doit alors changer de plan pour des sous-ensembles du maillage original. Etant donné que les *splines* sont tracées au dessus du triangle projeté, la conséquence de ce changement de plan est l'apparition de trous entre deux *splines* voisines (voir figure 14(a)).

Nous avons pu démontrer qu'il est possible de combler ces trous par deux surfaces implicites polynômiales de degré 4, chacune sous la forme :

$$g(x, y, z) = \sum_{0 \leq i+j+k \leq 4} c_{ijk} x^i y^j z^k = 0 \quad (3)$$

Ce type d'équation se transforme là encore en équation polynômiale de degré 4 en t . On peut donc encore la résoudre analytiquement. Le calcul des coefficients c_{ijk} se fait par la résolution d'un système d'équations linéaires, obtenu en posant les conditions

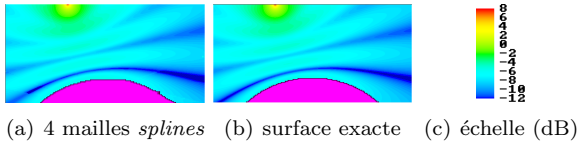


FIG. 15: Niveau de pression directe et réfléchi par un cylindre, calculé par l'acoustique géométrique

de continuité C^0 et C^1 avec les *splines* bordant le trou, et C^0 et C^1 entre les deux surfaces implicites, comme illustré sur la figure 14(b). La figure 14(c) illustre une reconstruction incluant le bouchage de trous lors d'un changement de plan de projection.

4.2.3 Calculs de pressions

Nous partons maintenant d'une surface réelle (une portion de cylindre), maillée en quatre mailles rectangulaires et reconstruite avec des *splines*. Nous comparons alors sur la figure 15 les pressions calculées avec la surface originale et celles calculées avec la reconstruction. Les résultats sont bien plus satisfaisants que ceux obtenus avec les maillages lissés de la figure 11.

5 Exemple d'application

Nous sommes donc en mesure d'exploiter, sur le même modèle géométrique (un maillage triangulaire avec normales aux sommets, représentant une surface courbe), l'acoustique géométrique à la fois pour :

- la réflexion, en tenant compte de la courbure réelle de la surface (reconstruction à base de *splines*),
- la diffraction (ondes rampantes) par la surface, obtenue par des diffractions successives par les arêtes séparatives du maillage.

Nous présentons maintenant un exemple de calcul avec cette méthode. Il s'agit d'un pseudo-avion de 30 mètres, avec une seule aile, (figure 16(a)). Le fuselage est une surface de révolution, maillée en 36 mailles rectangulaires. Il est donc à la fois diffractant, sous la forme de mailles, et réfléchissant, sous sa forme courbe. Les bords de l'aile sont aussi diffractants. Les calculs sont effectués avec une source ponctuelle (point noir sur les figures 16(a) et 16(c)) sous l'aile, à 1kHz, sur une carte verticale de 20x20 mètres avec 14400 récepteurs, 2 mètres en arrière de la source, et durent 6mn au total, sur une machine mono-coeur. Bien que de nombreuses diffractions successives soient calculées (jusqu'à 20 ici), le temps de calcul reste très court, car il s'agit essentiellement de parcours entre arêtes successives sur le fuselage.

La figure 16(b) présente quelques trajets obtenus : des trajets rampants le long du fuselage, avant et après réflexion sous l'aile, diffractés par l'aile. La pression calculée est présentée sur la figure 16(c).

6 Conclusion et perspectives

Nous avons montré que l'acoustique géométrique peut s'appliquer à la prédiction rapide et fiable de champs de pression réfléchis et diffractés par des surfaces courbes. Pour cela nous utilisons une approche originale

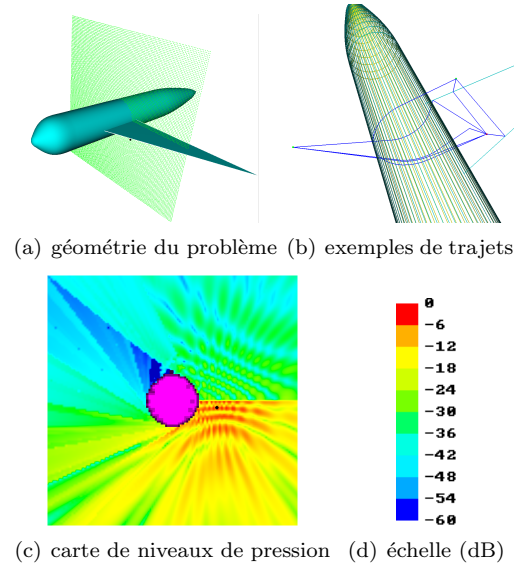


FIG. 16: Niveau de pression calculé autour d'un avion, avec réflexion et diffraction par le fuselage

du modèle géométrique, à la fois discrète pour les ondes rampantes, et continue pour la réflexion, dans le même calcul. Cette technique offre une alternative intéressante aux éléments finis de frontières, grâce auxquels nous l'avons validée, aux moyennes et hautes fréquences et pour les scènes de grandes dimensions. De plus, le critère de maillage utilisé n'est pas fonction de la longueur d'onde, mais de la courbure de la surface.

Pour aller vers une meilleure précision, il reste à améliorer la prédiction des interférences. En effet, la longueur du trajet rampant sur la surface est toujours un multiple de la longueur du pas de maillage. On obtient donc un décalage de la phase calculée par rapport au trajet sur la vraie surface courbe. On peut penser, qu'à l'aide des surfaces courbes reconstruites, on soit capable d'estimer de manière beaucoup plus précise cette phase.

Références

- [1] P. Jean, N. Noé, "Calculation of tyre noise radiation with a mixed approach", *Acta Acustica* 94, 91-103 (2008)
- [2] N. Noé, M. Vermet, "A general ray-tracing solution to reflection on curved surfaces and diffraction by their bounding edges", *proceedings of the 9th ICTCA, Dresde* (2009)
- [3] R.G. Kouyoumjian, P.H. Pathak, "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface", *IEEE proceedings* 62, 1448-1461 (1974)
- [4] F. Capolino, M. Albani et al, "Double diffraction at pair coplanar skewed edges", *IEEE transactions on antennas and propagation* 45, 1219-1226 (1997)
- [5] M.J.D. Powell, M.A. Sabin, "Piecewise quadratic approximation triangles", *ACM Transactions on mathematical software* 3, 316-325 (1977)
- [6] P. Dierckx, S. Van Leemput et al, "Algorithms for surface fitting using Powell-Sabin splines", *IMA Journal of numerical analysis* 12, 271-299 (1992)