

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Développement et évaluation d'un code de propagation acoustique en domaine temporel

Loïc Ehrhardt¹, Sylvain Cheinet¹

¹ Institut Franco-Allemand de Recherches de Saint Louis (ISL), 5 Rue du Général Cassagnou, F-68301 Saint-Louis, loic.ehrhardt@isl.eu

La modélisation de la propagation acoustique par la méthode FDTD (Finite-Difference Time-Domain) est récente, et permet de simuler la propagation du son en milieu extérieur sur des moyennes distances (km). La particularité de cette modélisation réside dans la description temporelle qu'elle apporte, ce qui diffère des méthodes de modélisation dans le domaine fréquentiel. Dans le cadre des études de l'Institut Saint-Louis (ISL), un modèle numérique en FDTD a été développé. Ce code sera d'abord exposé, puis une série de scénarios 2D (champ libre, sol réfléchissant, réfractions liées à l'atmosphère, présence d'une barrière rigide) sera soumis au modèle afin d'en évaluer la fiabilité. Les résultats obtenus seront confrontés à des solutions analytiques ou existantes dans la littérature. Ce code de propagation FDTD devrait permettre à l'ISL de traiter des problèmes de propagation en environnement complexe.

1 Introduction

La complexité des phénomènes entrant en jeu dans la propagation acoustique extérieure [1] ne permet pas l'obtention de solutions analytiques dans tous les cas réalistes [2]. Ce constat a provoqué l'intensification de la recherche dans le domaine de la modélisation numérique. Des méthodes numériques telles que la méthode du tracé de rayons [2], la méthode FFP (Fast Field Program), l'équation parabolique [3] ou encore la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes (DNS) [4] ont alors été développées. Chacune de ces méthodes présente des limitations : soit le temps de calcul est très long (DNS) soit le domaine de validité des résultats est limité géométriquement (PE) ou fréquemment (rayons).

La méthode FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) est une méthode récente de propagation acoustique itérée en domaine temporel qui utilise un système de deux équations différentielles linéaires du premier ordre couplées [5]. Ce système simplifié par rapport à la DNS s'exécute plus rapidement et présente un nombre réduit de limitations par rapport aux méthodes citées précédemment.

Cet article présente dans la première partie les détails concernant le développement de ce code à l'ISL. Dans la seconde partie le modèle est soumis à différents scénarios acoustiques 2D (champ libre, sol parfaitement réfléchissant, barrière rigide, réfractions atmosphériques, diffraction par un vortex). Des conclusions et aspects plus généraux seront donnés en dernière partie.

2 Développement du code ITM

Le modèle de FDTD de l'ISL (ci-après nommé ITM –*ISL finite-difference Time-domain Model*–) introduit par Cheinet et Naz [6] est basé sur les choix algorithmiques discutés par Wilson et Liu [7]. Dans cette partie ces choix sont présentés.

2.1 L'équation de propagation

Le système d'équations différentielles linéaires couplées utilisé dans le code ITM est le suivant [5, 6, 7, 8] :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})p - \rho c_0^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{w} \\ \rho \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = -\rho(\vec{w} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} - \rho(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{w} - \vec{\nabla}p \end{cases} \quad (1)$$

Où p est la pression acoustique, $\vec{w}$ est la vitesse acoustique, $\vec{V}$ est la vitesse du vent, ρ est la masse volumique de l'air et c_0 est la vitesse du son dans le milieu. Si en un instant t donné toutes les variables sont connues, alors l'équation (1) permet de calculer les dérivées temporelles $\partial p / \partial t$ et $\partial \vec{w} / \partial t$. Ces quantités permettent ensuite d'estimer les valeurs de p et $\vec{w}$ à un instant proche dans le futur (les variables $\vec{V}$, ρ et c_0 caractérisent l'atmosphère).

2.2 Schémas numériques

Le maillage utilisé ainsi que les schémas numériques implémentés dans le modèle sont maintenant développés. Dans ITM, le maillage choisi est un maillage *décalé* [5] : la pression acoustique est stockée aux points $(i.dx, k.dz)$, où dx et dz sont les pas du maillage, la vitesse acoustique selon l'axe $\vec{x}$ est stockée aux points $((i - \frac{1}{2}).dx, k.dz)$ et la vitesse acoustique selon l'axe $\vec{z}$ est stockée aux points $(i.dx, (k - \frac{1}{2}).dz)$, voir figure 1. Afin de limiter le temps de calcul, l'axe $\vec{y}$ n'est pas implémenté dans le modèle présenté. Les différentes simulations et analyses théoriques effectuées seront alors en 2D. Le schéma spatial implémenté est un schéma centré d'ordre 2. Ainsi par exemple pour

estimer $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ à la maille $(i.dx, k.dz)$ l'équation utilisée est :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \Big|_{\substack{x=i.dx \\ z=k.dz}} = \\ \frac{w_x((i + \frac{1}{2}).dx, k.dz) - w_x((i - \frac{1}{2}).dx, k.dz)}{dx} \\ + \frac{w_z(i.dx, (k + \frac{1}{2}).dz) - w_z(i.dx, (k - \frac{1}{2}).dz)}{dz} \end{aligned} \quad (2)$$

où w_x et w_z sont les projections de $\vec{w}$ selon $\vec{x}$ et $\vec{z}$, ce qui revient à estimer les gradients par les pentes entre deux points consécutifs.

Le schéma temporel permet d'obtenir p et $\vec{w}$ à

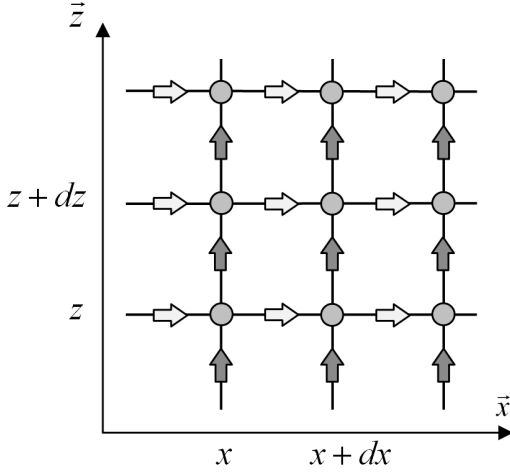


FIGURE 1 – Maillage décalé utilisé dans le code. Les cercles (o) correspondent aux noeuds du maillage, où p est stocké. Les flèches correspondent à $\vec{w}$ selon $\vec{x}$ ($\Rightarrow$) et selon $\vec{z}$ ($\Uparrow$).

l'itération temporelle suivante, connaissant $\partial p / \partial t$ et $\partial \vec{w} / \partial t$. La méthode la plus intuitive est la méthode d'Euler. Cependant cette méthode étant instable c'est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 qui est implémentée dans ITM [6] : soit une fonction f suivant une équation différentielle du type :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \mathcal{F}(f(t), t) \quad (3)$$

Alors connaissant f en un instant t_0 et pouvant estimer $\mathcal{F}$ il vient :

$$f(t_0 + dt) = f(t_0) + dt \frac{f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4}{6} \quad (4)$$

avec

$$\begin{cases} f_1 = \mathcal{F}\left(f(t), t\right) \\ f_2 = \mathcal{F}\left(f(t) + \frac{dt}{2}f_1, t + \frac{dt}{2}\right) \\ f_3 = \mathcal{F}\left(f(t) + \frac{dt}{2}f_2, t + \frac{dt}{2}\right) \\ f_4 = \mathcal{F}\left(f(t) + dt.f_3, t + dt\right) \end{cases} \quad (5)$$

Cette méthode est stable et permet d'avancer la solution itérativement dans le temps de manière satisfaisante.

2.3 Conditions initiales et aux limites

Les paramètres atmosphériques $\vec{V}$, ρ et c_0 (ces deux derniers paramètres étant reliés à la température T et l'humidité q) et autres conditions initiales (CI) sont *donnés* par le scénario acoustique. Dans le code ITM, plusieurs types de conditions aux limites (CL) ont été implémentés :

D'abord la présence d'un point source : la pression p est imposée à chaque instant t de la simulation, pression qui correspond au signal source que l'on veut propager.

Ensuite les CL de paroi parfaitement rigide (ce qui correspond physiquement par exemple à la présence d'une barrière) sont données par les relations :

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \frac{\partial w_{\mathbf{t}}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad w_{\mathbf{n}} = 0 \quad (6)$$

avec $\mathbf{t}$ une direction tangente à la paroi et $\mathbf{n}$ une direction normale à la paroi. Dans le modèle ITM, les bords du domaine de calcul sont fermés par cette CL.

Dans le cas d'un sol poreux, les équations de propagations (1) sont modifiées pour devenir [7, 9] :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa_e \vec{\nabla} \cdot \vec{w} \\ \rho_e \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = -\sigma \vec{w} - \vec{\nabla} p \end{cases} \quad (7)$$

avec

$$\kappa_e = \frac{\rho c_0^2}{\gamma \Omega} \quad \rho_e = \rho \frac{s_c}{\Omega} \quad s_c = \frac{4}{3} \frac{q^2}{\Omega} \quad (8)$$

où Ω (la porosité), q (la tortuosité) et σ (la résistivité) sont des paramètres caractéristiques du milieu poreux à implémenter. La constante $\gamma = 1.4$ est caractéristique de l'air. Le paramètre σ contrôle l'absorption de l'onde dans le sol.

En ce qui concerne la CL modélisant un champ libre (afin de permettre à une onde de "sortir" du domaine de calcul sans réflexion numérique) la méthode utilisée consiste à ajouter des domaines poreux artificiels qui ne provoquent pas de réflexions à l'interface avec l'air. Pour cela les paramètres Ω , q et σ à choisir sont tels que [7] :

$$\Omega = 1 \quad s_c = 1 \quad (9)$$

σ est pris linéairement croissant de 0 Pa.s.m⁻² côté "intérieur" à 200 Pa.s.m⁻² côté "extérieur".

3 Évaluation du code

Dans cette partie le modèle ITM est soumis à différents scénarios acoustiques afin d'évaluer sa fiabilité : propagation en champ libre, sol parfaitement réfléchissant, présence d'une barrière rigide, réfractions atmosphériques, présence d'un vortex. Comme précisé précédemment, ces différents scénarios sont en 2D.

Sauf mention contraire, au long de cet article, l'information affichée sera la perte en niveau sonore (*transmission loss* TL) qui représente le niveau sonore normalisé par rapport au niveau sonore obtenu à une distance de 1 m d'une source de même intensité en champ libre. Si p_I est la pression efficace en question, on a :

$$TL = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{\text{eff}}}{p_I} \right) \quad (10)$$

3.1 Dispersion cylindrique

Ce premier test vise à vérifier la bonne implémentation générale du code. La propagation en champ libre 2D provoque une décroissance du niveau sonore logarithmique avec la distance de propagation (≈ -3 dB par doublement de distance et -10 dB par décade).

Le résultat obtenu (non affiché ici) est en très bon accord avec la théorie, la dispersion cylindrique étant parfaitement retrouvée.

3.2 Sol parfaitement réfléchissant

Le cas de la présence d'un sol parfaitement réfléchissant est maintenant développé. Cette validation est également classique [7, 6], et permet de tester la capacité du code à retranscrire les réflexions sur le sol et les interférences entre une onde non réfléchi et une onde réfléchi. La solution analytique utilisée pour la comparaison avec les résultats du code ITM vient de la méthode des sources images, et donne le résultat [7] :

$$p(\vec{r}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_0\|) + \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_1\|) \quad (11)$$

où

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = x_s \vec{x} + z_s \vec{z} \\ \vec{r}_1 = x_s \vec{x} - z_s \vec{z} \end{cases} \quad (12)$$

et (x_s, z_s) sont les coordonnées de la source, $k = 2\pi/\lambda$ et $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel d'ordre zéro. L'équation (11) produit des franges d'interférences qui sont le résultat d'interférences destructives entre l'onde directe et l'onde réfléchi par le sol.

Pour cette simulation le maillage est 901×601 , $dx = dz = 0.25$ m, $dt = 0.5$ ms, la source se situe au noeud 301×81 ($f = 50$ Hz, $A = 1$ arbitraire), et la simulation est itérée sur 1000 pas de temps. Les caractéristiques de l'air sont prises constantes à $\rho = 1.2$ kg.m $^{-3}$, $c_0 = 344.32$ m.s $^{-1}$ et $\vec{V} = \vec{0}$. Des parois absorbantes sont implémentées sur les autres surfaces que le sol afin

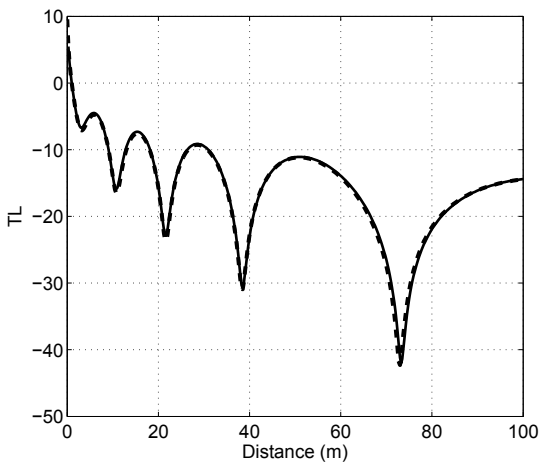


FIGURE 2 – TL dans le cas du sol parfaitement réfléchissant pour $z = 20.125$ m et $x = 0$ m – 100 m.
— solution analytique - - - simulation ITM

d'éviter des réflexions numériques. La source se trouve

alors à 20.125 m d'un sol parfaitement réfléchissant.

TL est pris à hauteur de la source en s'en éloignant horizontalement. Les résultats sont donnés en figure 2. Le trait continu correspond à la solution analytique calculée à partir de l'équation (11) et le trait pointillé correspond à la solution obtenue par ITM. A nouveau la concordance est notable.

Les réflexions ainsi que les interférences sont donc bien retranscrites par le code ITM.

3.3 Barrière rigide

La simulation de la diffraction engendrée par la présence d'une barrière [2] fait l'objet d'études récentes [10]. Dans ce scénario, qui permet d'évaluer les diffractions générées par des cassures géométriques, une source se situe d'un côté d'une barrière rigide et le niveau sonore obtenu par ITM de l'autre côté de la barrière est comparé au niveau sonore théorique donné par Salomons [2]. Dans le cadre de son approximation, seules quatre contributions sont prises en compte et la pression acoustique est donnée par :

$$p = SD_1 \frac{\exp(ikR_1)}{\sqrt{R_1}} + SD_2 \frac{\exp(ikR_2)}{\sqrt{R_2}} + SD_3 \frac{\exp(ikR_3)}{\sqrt{R_3}} + SD_4 \frac{\exp(ikR_4)}{\sqrt{R_4}} \quad (13)$$

où les différents D_i et R_i sont des paramètres caractéristiques de la configuration géométrique. Le lecteur intéressé pourra se référer au livre de Salomons [2], pp. 291-292 pour leur expression analytique.

Dans cette simulation le maillage est 1081×521 , $dx = dz = 0.25$ m, $dt = 0.5$ ms, la source se situe au noeud 341×141 ($f = 50$ Hz, $A = 1$), et la simulation est itérée sur 1500 pas de temps. Des parois absorbantes sont à nouveau implémentées. La barrière se situe aux noeuds $440 - 442 \times 1 - 160$. La source se trouve donc à 25.125 m du sol, et à gauche de 24.875 m de la barrière. Cette barrière mesure 40 m de haut et est épaisse de 25 cm. Dans un premier temps un simple front d'onde sinusoïdal est envoyé dans le domaine (voir figure 3, haut). Les quatre contributions de la solution analytique, équation (13), sont bien visibles, et correspondent à l'onde diffractée par le sommet de la barrière, l'onde diffractée puis réfléchi par le sol, l'onde réfléchi puis diffractée et enfin l'onde réfléchi, diffractée puis réfléchi.

La seconde simulation fait intervenir une source continue (figure 3, bas). TL est évalué sur deux domaines : d'abord le récepteur est à une hauteur de 20 m et s'éloigne de la barrière horizontalement (0 m – 120 m) ensuite le récepteur est à une distance horizontale de 30 m de la barrière et parcourt la direction verticale (0 m – 50 m). TL est ici normalisé par rapport au niveau sonore à 1 m à droite du sommet de la barrière.

Les résultats de ces deux simulations sont donnés en figure 4, et sont confrontés dans cette même figure aux résultats de l'équation (13). Des interférences sont clairement observables, interférences dues aux interactions entre les quatre ondes générées par le sol et la barrière. La bonne concordance entre ces courbes indique que les résultats sont valables, même si de légères différences sont observables, notamment au niveau des maxima et

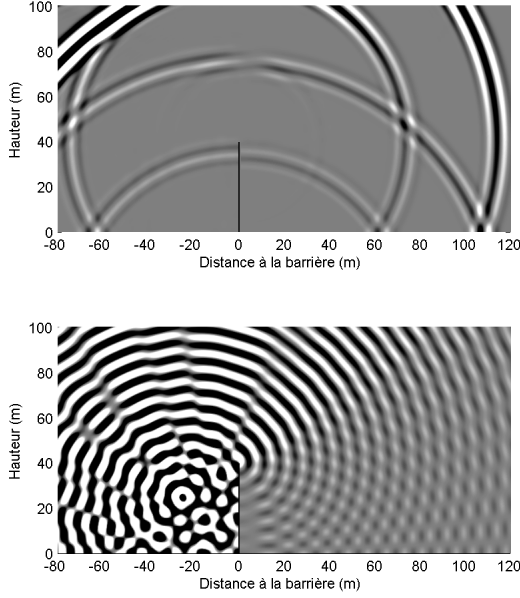


FIGURE 3 – p à l'itération 900 pour la simulation *front d'onde* (haut) et 1500 pour la simulation *continue* (bas) dans la simulation comportant la barrière (segment noir). Les contrastes s'échelonnent de -5.10^{-3} à 5.10^{-3} (haut) et -3.10^{-2} à 3.10^{-2} (bas).

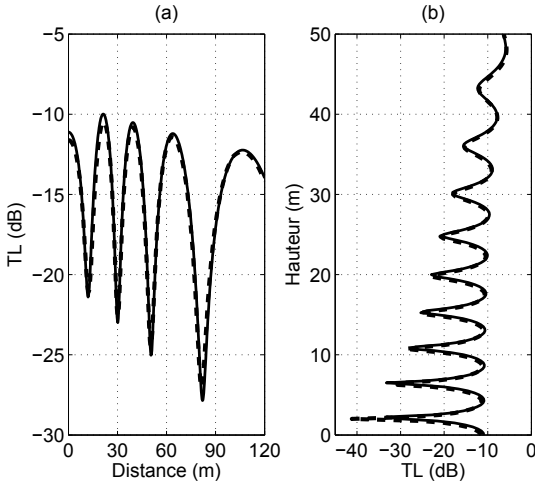


FIGURE 4 – TL dans le cas de la barrière rigide, pour (a) $z = 20$ m et $x = 0$ m – 120 m et (b) $x = +30$ m et $z = 0$ m – 50 m. — solution analytique - - - simulation ITM.

minima d'interférence. S'il est difficile de préciser avec certitude l'origine de ces différences, une explication probable est que ITM donne le champ acoustique comportant l'ensemble des contributions, alors que l'approximation donnée par Salomons [2] est tronquée aux quatre contributions principales. La solution donnée par ITM serait alors plus proche de la réalité que l'approximation théorique.

Ce résultat montre que le code ITM permet d'obtenir des résultats originaux, difficiles à appréhender à la fois analytiquement et numériquement avec d'autres méthodes. Un autre point fort du modèle ITM est sa capacité à représenter une barrière fine (ici la largeur de la barrière est de 25 cm : une seule maille). Ceci est lié

au choix du schéma spatial simple d'ordre 2. Un schéma spatial d'ordre plus élevé présenterait sans doute davantage de difficultés au niveau de l'implémentation de la CL de paroi rigide.

3.4 Réfractions atmosphériques

Le test suivant a pour objectif de vérifier le comportement réfractif des ondes en présence de gradients atmosphériques en vitesse ou température. Afin d'évaluer le modèle, la simulation considérée est prise identique à une simulation que Ostashev *et al.* [5] ont réalisé à l'aide d'un code FDTD et FFP. Dans ce scénario, les effets réfractifs ont pour origine un gradient constant en vitesse horizontale avec l'altitude ($\vec{V}(x, z) = \mu z \vec{x}$, $\mu = 1 \text{ s}^{-1}$), les autres paramètres étant constants, et en présence d'un sol parfaitement réfléchissant. Le vent passe donc de 0 m.s^{-1} au sol à 100 m.s^{-1} à 100 m d'altitude.

Le maillage implémenté est 1101×721 , $dx = dz = 0.16318$ m, $dt = 0.3$ ms, la source se situe au noeud 301×120 ($f = 100$ Hz, $A = 1$), et la simulation est itérée sur 1300 pas de temps. Des parois absorbantes sont présentes. Mis à part le gradient en vent, les paramètres atmosphériques sont pris comme dans les simulations précédentes. La source se trouve à 19.5 m du sol (les résultats donnés par Ostashev *et al.* [5] correspondent bien à cette hauteur de source).

TL est estimé à hauteur de la source en s'en éloignant horizontalement. Les résultats sont donnés en figure 5. Les résultats du code ITM sont en bon accord avec

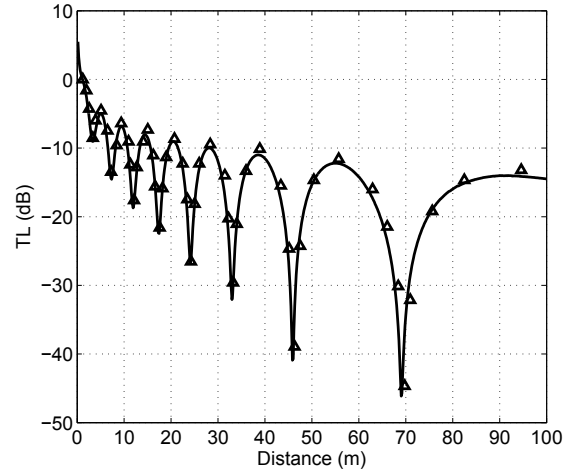


FIGURE 5 – TL dans le cas du gradient de vent, $z = 19.5$ m et $x = 0$ m – 100 m. — simulation ITM Δ Ostashev *et al.*

les résultats d'Ostashev *et al.* [5]. Si on considère ces résultats comme fiables alors ITM retranscrit correctement les effets de réfraction par un gradient de vent. Les réfractions par des gradients en température ont également été testées, et donnent les résultats attendus.

3.5 Diffraction par un vortex

On s'intéresse à présent à la perturbation d'une onde plane par un vortex de Oseen [4]. L'objectif est de valider le comportement dans un scénario faisant intervenir

des réfractions et diffractions générées par des perturbations atmosphériques. En raison de la complexité du phénomène [11, 12] il n'existe pas de solution analytique triviale, et les résultats sont comparés à une simulation DNS effectuée par Colonius *et al.* [4]. Dans cette simulation l'étude se fait sur une onde plane se propageant à travers un vortex défini par :

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - \exp(-\alpha \frac{r^2}{L^2}) \right) \quad (14)$$

où v_θ est la vitesse azimutale, la vitesse radiale v_r est nulle, r est la distance par rapport au centre du vortex, α est une constante égale à 1.256431 (qui est prise telle que le maximum de v_θ ait lieu en $r = L$), L est une dimension caractéristique du vortex, et enfin Γ est la circulation totale du vortex, reliée à son nombre de mach M par :

$$\Gamma = \frac{1 + 2\alpha}{\alpha} \pi L c_0 M \quad (15)$$

avec $M = 0.125$ et $L = 2$ m. L'onde plane est générée à 40 m du vortex. Le maillage implémenté est 1001×1601 , $dx = dz = 0.1$ m, $dt = 0.2$ ms, la source (plane) se situe à l'extrémité gauche du domaine : $1 \times (1 - 1601)$ ($f = 43$ Hz, $A = 1$). La simulation est itérée sur 1500 pas de temps. Le centre du vortex se trouve au noeud 401×801 .

Deux simulations sont effectuées, la première sans vortex et la seconde avec. La perturbation efficace p_{eff} du champ acoustique provoquée par la présence du vortex s'obtient par différence entre les deux champs acoustiques obtenus.

Cette pression efficace p_{eff} est analysée, comme dans la simulation DNS, en parcourant un cercle à 20 m du vortex. Le résultat est donné en figure 6. L'excellente

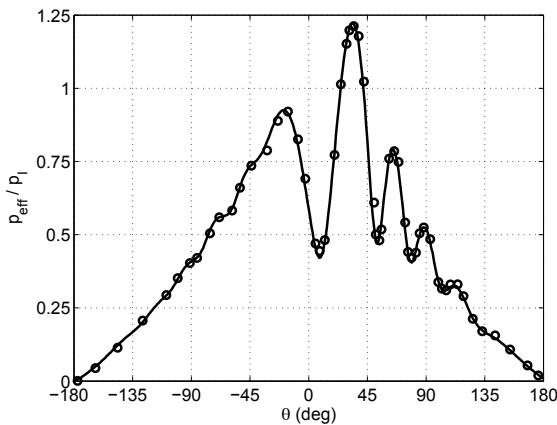


FIGURE 6 – p_{eff} de la perturbation acoustique dans le cas du vortex, $r = 20$ m et $\theta \in [-180^\circ; 180^\circ]$. $p_I = 1/\sqrt{2}$ est la pression efficace de l'onde incidente.
— simulation ITM ○ Colonius *et al.*

concordance entre les deux résultats indique que ITM est à même de retranscrire la perturbation engendrée par la présence d'un vortex, de manière aussi fiable (dans ce cas précis) que la DNS. Ce constat mérite d'être souligné : le modèle ITM permettant de propager le son à travers des inhomogénéités atmosphériques, une extension ultérieure à des champs turbulents plus réalistes est envisageable.

4 Conclusions

Au long de cet article différents aspects concernant la modélisation de la propagation acoustique par un modèle de type FDTD ont été développés. Les équations différentielles (1) ont été présentées et commentées, et les différents aspects numériques ont été discutés.

Concernant les évaluations présentées, elles montrent que le code permet de retranscrire de manière fidèle de nombreux phénomènes classiques (dispersion, réflexion, réfraction, interférences) et d'autres plus complexes (diffraction par une barrière, perturbation par la présence d'un vortex). Ce modèle de propagation est donc très prometteur. Son principal inconvénient, le temps de calcul, contraste avec le grand domaine de validité (géométrique, fréquentiel et phénoménologique) des solutions obtenues. La FDTD 2D peut toutefois tourner sur de simples ordinateurs de bureau en un temps raisonnable (de l'ordre de l'heure).

La fiabilité du code étant démontrée, ce dernier peut être appliqué à des scénarios plus complexes de turbulence atmosphérique. Le modèle ITM peut par exemple permettre de déterminer les limites d'autres modèles plus simples. Un autre aspect envisagé est l'étude de la propagation en milieu urbain, aspect pour lequel le modèle ITM semble bien indiqué, car bien que les choix algorithmiques n'optimisent pas le coût numérique, ils permettent de traiter facilement des CL réalistes (barrière rigide,...).

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier chaleureusement D. Juvé pour l'idée des perturbations par un vortex.

Références

- [1] Naz P., Hengy S., Hamery P., Marty C., "Acoustic Detection and Localization for Defense and Security Applications", *ICA2007MADRID* (2007)
- [2] Salomons E.M., "computational atmospheric acoustics", *Kluwer academic publishers* (2001)
- [3] Gilbert K.E., White M.J., "Application of the parabolic equation to sound propagation in a refracting atmosphere", *J. Acoust. Soc. Am.* 85, 630-637 (1989)
- [4] Colonius T., Lele S.K., Moin P., "The scattering of sound waves by a vortex : numerical simulations and analytical solutions", *J. Fluid Mech.* 260, 271-298 (1994)
- [5] Ostashev V.E., Wilson D.K., Liu L., Aldridge D., Symons N.P., Marlin D., "Equations for finite-difference, time-domain simulations of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation", *J. Acoust. Soc. Am.* 117, 503-517 (2005)
- [6] Cheinet S., Naz P., "On-going ISL research in modelling acoustic propagation in the atmosphere", *NATO SET-107/RSY20/MSE Symposium, Amsterdam (Netherlands)*, disponible sur demande (2006)

- [7] Wilson K., Liu L., "Finite-Difference, Time-Domain Simulation of Sound Propagation in a Dynamic Atmosphere", *ERDC/CRREL TR-04-12* (2004)
- [8] Ostashev V.E., "Acoustics in moving inhomogeneous media", *London E and FN Spon* (1997)
- [9] Zwikker C., Kosten C.W., "Sound absorbing materials", *Elsevier, New York* (1949)
- [10] Liu L., Albert D.G., "Acoustic pulse propagation near a right-angle wall", *J. Acoust. Soc. Am.* 119, 2073-2083 (2006)
- [11] Ford R., Llewellyn Smith S.G., "Scattering of acoustic waves by a vortex", *J. Fluid Mech.* 386, 305-328 (1999)
- [12] Howe M.S., "On the scattering of sound by a rectilinear vortex", *J. Sound Vib.* 227(5), 1003-1017 (1999)