

## Métamatériau Mécano-acoustique basé sur le concept de ligne de transmission duale

Frédéric Bongard<sup>1</sup>, Hervé Lissek<sup>2</sup>

<sup>1</sup>JAST SA, PSE-EPFL, Bat. C, CH-1015 Lausanne, Suisse, frederic.bongard@jast.ch

<sup>2</sup>Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, STI IEL LEMA, Station 11, CH-1015 Lausanne, Suisse, herve.lissek@epfl.ch

Les métamatériaux acoustiques sont des structures artificielles conçues pour réaliser des propriétés macroscopiques inédites dans la nature, telles qu'un indice de réfraction négatif. Parmi les différentes configurations permettant d'obtenir de telles propriétés, les structures basées sur le concept de ligne de transmission duale sont connues en électromagnétisme pour présenter les meilleures performances en termes de largeur de bande. De plus, ces structures se prêtent particulièrement bien à une représentation par le formalisme de Kirchhoff, utilisé habituellement pour le dimensionnement des transducteurs électroacoustiques. Dans ce contexte, un métamatériau unidimensionnel présentant un indice de réfraction négatif et basé sur l'approche de ligne duale est présenté. La structure proposée consiste en un guide d'onde acoustique chargé périodiquement par des membranes réalisant la fonction de « compliances acoustiques séries », ainsi que par des conduits transverses ouverts réalisant la fonction de « masses acoustiques parallèles ». Cette structure présente un indice de réfraction négatif sur environ une octave (de 600 Hz à 1000 Hz), suivi d'une seconde bande à indice de réfraction positif, sans transition discontinue entre les deux domaines. Cet exemple présente avantageusement les méthodes de circuits acoustiques à constantes localisées comme une solution pour simplifier le dimensionnement de structures autrement complexes à modéliser. Une validation du principe, d'une part avec un modèle en circuits équivalents, et d'autre part avec une méthode numérique multiphysique basée sur la résolution formelle des équations constitutives, soutient l'approche envisagée, et aboutit à des premières perspectives en termes de design et de performances.

## 1 Introduction

Les métamatériaux sont des matériaux composites artificiels spécifiquement conçu pour présenter des propriétés qu'on ne retrouve pas aisément dans la nature. Ce concept a été largement étudié dans le domaine de l'électromagnétisme, aboutissant par exemple à des structures qui présentent simultanément une permittivité et une perméabilité négatives, permettant ainsi des propriétés inédites comme la réfraction négative [1, 2]. L'extension de ces principes aux ondes élastiques et acoustiques a rencontré un intérêt considérable ces dernières années. Les métamatériaux acoustiques sont présentés comme des structures composites obtenues en chargeant un milieu fluide avec des inclusions de dimensions inférieures à la longueur d'onde, desquelles il est possible d'extraire des paramètres macroscopiques tels qu'une masse volumique et un module de compressibilité équivalents, qui peuvent alors prendre des valeurs négatives. Lorsque ces deux paramètres sont simultanément négatifs, de nouveaux phénomènes tels que la réfraction acoustique négative deviennent possibles [3-5].

En électromagnétisme, il est usuel de distinguer deux types de métamatériaux : les réseaux d'inclusions résonantes (voir par exemple [6]), et les méta-lignes de transmission (LT) [1, 7, 8]. Alors que les structures de la première catégorie sont par essence à bande étroite et dissipatives en raison de leur nature résonante, les structures de la deuxième catégorie peuvent présenter des méta-propriétés, comme la réfraction négative, sur des bandes de fréquence beaucoup plus larges et avec moins de pertes, car elles ne reposent pas expressément sur des résonances

localisées dans les cellules élémentaires. Il se trouve que la majeure partie des métamatériaux acoustiques reportés à ce jour appartiennent à la catégorie des inclusions résonantes, alors que peu de travaux sur les équivalents acoustiques des méta-LTs ont été présentés. Dans cet article, nous contribuons à combler cette espace en présentant un métamatériau acoustique à indice de réfraction négatif basé sur le concept de « ligne duale ». En particulier, nous présentons une solution technique pour obtenir des masses acoustiques « parallèles » et des compliances acoustiques « série », nécessaires à l'obtention d'une telle ligne duale. L'étude de ces structures est rendue aisée par le formalisme de Kirchhoff, selon lequel les inclusions sont considérées comme des éléments à constantes localisées, permettant une modélisation par analogies électro-acoustiques. Les performances de ce type de structures sont ensuite détaillées sur la base de simulations numériques (circuits équivalents et modélisation multiphysique).

## 2 Lignes de transmission acoustiques conventionnelles et duales

Les lignes de transmission (LTs) permettent de décrire simplement les phénomènes ondulatoires sur la base d'analogies formelles entre leurs équations constitutives et celles de l'électrotechnique (équation du télégraphe). Cette section présente les conventions adoptées concernant l'application de ce formalisme aux ondes acoustiques, et met en évidence les spécifications d'une méta-LT acoustique, objet de cette étude. Comme usuellement adopté dans les modélisations basées sur des circuits

acoustiques équivalents, la pression acoustique est analogue à une tension électrique, et le débit volumique à un courant électrique. Dans tout ce qui suit, nous considérons des phénomènes harmoniques avec la dépendance temporelle en  $\exp(+j\omega t)$ .

## 2.1 LT conventionnelle

En adoptant la convention susmentionnée, une portion  $dz$  de fluide peut être représentée par le circuit de la Figure 1(a), où  $m_a = (\rho/S)dz$  est une masse acoustique, ou inertance, et  $C_a = (S/K)dz$  est une compliance acoustique,  $\rho$  et  $K$  désignant respectivement la masse volumique et le module de compressibilité du milieu, et  $S$  la section de la tranche de fluide.

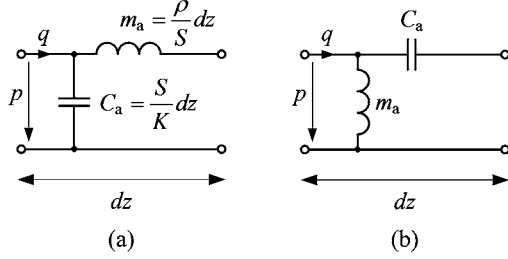


Figure 1: circuit élémentaire pour (a) un milieu conventionnel et (b) un milieu dual présentant un indice de réfraction négatif.

L'impédance caractéristique de la LT correspondante est donnée par  $Z_{ac} = Z_c/S$ , où  $Z_c = \sqrt{\rho K}$  est l'impédance acoustique caractéristique du milieu considéré. La célérité correspondante est donnée par  $c = \sqrt{K/\rho}$  et le nombre d'onde est  $k = \omega/c$ . Dans cette étude, le milieu considéré est l'air dont les paramètres sont  $\rho = 1.188 \text{ kg/m}^3$ ,  $K = 137.4 \text{ kPa}$ ,  $Z_c = 404 \text{ Pa s/m}$  et  $c = 340 \text{ m/s}$ .

## 2.2 LT duale

La Figure 1(b) montre une configuration inversée de la LT conventionnelle, appelée souvent LT duale. Il est aisé de démontrer que ce type de structure présente un indice de réfraction négatif sur une bande fréquentielle illimitée [1, 7]. Cependant, la LT duale ne peut être réalisée de manière continue, mais nécessite l'inclusion périodique de compliances séries  $C_{as}$  et de masses shuntées  $m_{ap}$  dans une LT conventionnelle hôte. Afin de tenir compte des connexions entre ces éléments, il faut également considérer les éléments acoustiques correspondant, à savoir une masse acoustique  $m_{as}$  et une compliance shuntée  $C_{ap}$ . La cellule de la structure périodique résultante est illustrée à la Figure 2, et est appelée LT composite droite/gauche, plus connue en anglais sous la dénomination « composite right/left-handed (CRLH) transmission line » [7, 8]. Cette dénomination fait référence à la coexistence des deux configurations précitées: aux basses fréquences la réponse est dominée par  $m_{ap}$  et  $C_{as}$ , résultant en un comportement « gauche », c'est-à-dire avec un indice de réfraction négatif, alors que dans les hautes fréquences le circuit est dominé par  $m_{as}$  et  $C_{ap}$ , représentatifs d'un structure conventionnelle, ou « droite ». Ce type de structure a été abondamment étudié en électromagnétisme, en particulier lorsque la transition entre les deux bandes est continue, c'est à dire qu'il n'existe pas de bande interdite, auquel cas on parle de *condition équilibrée* [7]. L'objectif de cette étude est de proposer un design de structure capable

d'implémenter le circuit équivalent de la Figure 2 pour les ondes acoustiques.

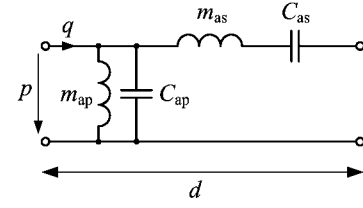


Figure 2: cellule élémentaire de la LT composite droite/gauche (CRLH LT), de période spatiale  $d$ .

Alors que la réalisation de masses acoustiques shuntées ne présente pas de difficulté conceptuelle majeure, par exemple avec des résonateurs de Helmholtz accordés en dessous de la bande fréquentielle d'intérêt [9], il n'est pas évident de réaliser des compliances acoustiques séries avec des éléments purement acoustiques. Une alternative à ce problème conceptuel est de tirer profit d'insertions mécaniques, telles que des membranes ou des plaques, qui permettent ce type de fonction dans le domaine acoustique.

## 3 Description de la structure proposée

Afin de réaliser la structure de la Figure 2, il est primordial de pouvoir réaliser une compliance acoustique série. La première partie de cette section décrit la solution technique proposée pour réaliser cette fonction, suivie par la description d'une solution de masse shuntée, et d'une description de la structure dans sa globalité.

### 3.1 Réalisation d'une compliance série avec une plaque élastique

Considérons une plaque circulaire de faible épaisseur encastrée sur son pourtour dans un guide d'onde hôte, telle qu'illustrée à la Figure 3.

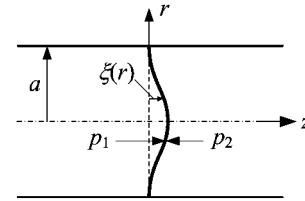


Figure 3: vue en coupe d'une plaque élastique circulaire encastrée dans un guide d'onde acoustique

Le mouvement de la plaque, de masse volumique  $\rho_m$ , de module d'Young  $E$ , de coefficient de Poisson  $\nu$ , et d'épaisseur et rayon  $h$  et  $a$ , qui par ailleurs n'est pas précontrainte (à la différence d'une membrane tendue), est décrit par son déplacement selon  $z$   $\xi(r)$ , qui satisfait l'équation différentielle suivante [10-12]:

$$\nabla^4 \xi - k_m^4 \xi = \frac{\Delta p}{D} \quad \text{avec} \quad k_m^2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_m''}{D}}, \quad (1)$$

$$\text{où } \rho_m'' = \rho_m h \text{ et } D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}.$$

Dans l'équation (1),  $\Delta p = p_1 - p_2$  est la pression nette s'exerçant sur la plaque. La réponse de cette dernière peut être représentée par l'impédance mécanique  $Z_m$  définie par [10]

$$Z_m = \frac{\iint_S \Delta p(r) dS}{j\omega \bar{\xi}}, \text{ où } \bar{\xi} = (1/S) \iint_S \xi(r) dS \quad (2)$$

est le déplacement transverse moyen sur la plaque. En supposant que la pression acoustique reste uniforme sur chaque face de la plaque, ce qui est vérifié dans l'hypothèse d'ondes planes dans le guide d'onde hôte, l'impédance mécanique de la plaque devient [10]

$$Z_m = -j\omega m \frac{I_1(k_m a) J_0(k_m a) + J_1(k_m a) I_0(k_m a)}{I_1(k_m a) J_2(k_m a) - J_1(k_m a) I_2(k_m a)}, \quad (3)$$

où  $m = \rho_m'' S$  est la masse totale de la plaque, et  $J_n$  [resp.  $I_n$ ] sont les fonctions de Bessel de première espèce [resp. modifiées] d'ordre  $n$ .

En notant  $v_\xi = j\omega \bar{\xi}$  la vitesse selon l'axe  $z$  de la plaque, le débit volumique  $q$  généré par la différence de pression entre les deux faces est donné par

$$q = \iint_S v_\xi(r) dS = j\omega \bar{\xi} S. \quad (4)$$

En supposant une pression uniforme sur la plaque, l'effet de cette dernière sur le champ acoustique s'exprime par une impédance acoustique  $Z_{am}$  définie par [10, 11]

$$Z_{am} = \frac{\Delta p}{q} = \frac{Z_m}{S^2}. \quad (5)$$

Le circuit équivalent d'une membrane dans un guide d'onde est donc une impédance  $Z_{am}$  en série, comme illustré à la Figure 4.

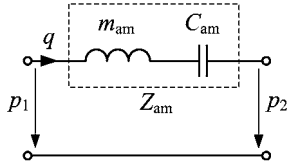


Figure 4: circuit acoustique équivalent de la plaque élastique circulaire encastrée

Pour les fréquences inférieures à la fréquence de résonance de ce système dynamique, qui est donnée par [12]

$$f_r = 1.6529 \frac{1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho_m''}}, \quad (6)$$

l'impédance donnée par les équations (5) et (3) peut être approchée avec précision par un circuit résonant série comprenant une masse acoustique  $m_{am}$  et une compliance acoustique  $C_{am}$ , comme illustré à la Figure 4, où les effets dissipatifs ont été négligés. Les valeurs des éléments de ce circuit équivalent sont calculées de telle façon à ce que l'impédance résultante et l'impédance originale présentent la même valeur d'impédance et de sa dérivée fréquentielle à la fréquence de résonance, ce qui conduit aux expressions suivantes:

$$m_{am} = 1.8830 \frac{\rho_m'' h}{\pi a^2} \text{ et } C_{am} = \frac{\pi a^6}{196.51 D}. \quad (7)$$

Il est donc possible de créer une compliance acoustique série grâce à une structure élastique faisant office de transducteur mécano-acoustique, qui peut être indifféremment une plaque encastrée ou une membrane tendue. Le choix de la plaque est justifié ici par une modélisation plus simple par simulation par éléments finis sous COMSOL® Multiphysics.

Enfin, en se plaçant en-dessous de la fréquence de résonance d'un tel résonateur, son comportement est

essentiellement gouverné par une compliance acoustique série, élément nécessaire à la réalisation d'une ligne duale.

### 3.2 Réalisation d'une masse shuntée avec des conduits ouverts

La réalisation d'une masse acoustique dans la branche parallèle peut se faire avec des conduits connectés transversalement au guide d'onde hôte, et ouverts à leur autre extrémité (ces conduits sont parfois appelés « stubs »). Ce principe a été décrit par Lee *et al.* [13] pour obtenir un métamatériau acoustique de module de compressibilité négatif, sans utiliser des systèmes résonants tels que des résonateurs de Helmholtz [9]. Dans notre cas, nous avons préféré des systèmes à symétrie de révolution, afin d'en simplifier la validation ultérieure avec COMSOL® Multiphysics. Dans cette configuration, le stub se présente sous la forme d'un guide d'onde radial de longueur  $L$  et d'épaisseur  $b$  connecté au guide d'onde principal de rayon  $a$ , comme illustré sur la Figure 5.

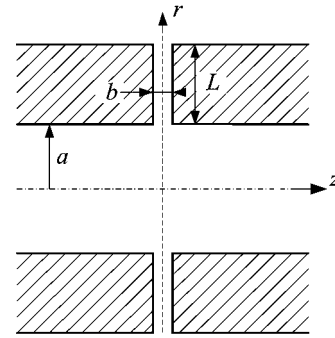


Figure 5: vue en coupe du stub radial ouvert, connecté à un guide d'onde acoustique circulaire de rayon  $a$ . La structure est à symétrie de révolution autour de l'axe  $z$ .

Dans ce qui suit, les effets de terminaison ne seront pas pris en compte par souci de simplification, à l'instar des pertes dans la plaque, et l'ouverture du conduit à son extrémité ( $r = a + L$ ) conduit à la condition  $p = 0$ . On peut s'attendre à ce que cette structure représente une admittance en parallèle  $Y_{at}$  chargeant la LT du guide d'onde hôte, tel qu'illustré à la Figure 6.

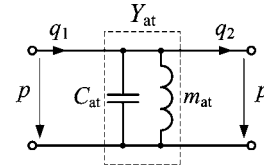


Figure 6: circuit acoustique équivalent du stub considéré

On peut montrer que l'impédance acoustique d'entrée du stub radial ouvert est donnée par [14]

$$Z_{at} = \frac{1}{Y_{at}} = jZ_{ac}(a) \tan[ka, k(a+L)], \quad (8)$$

$$\text{où } \tan(x, y) = \frac{J_0(x)N_0(y) - N_0(x)J_0(y)}{J_1(x)N_0(y) - N_1(x)J_0(y)}, \quad (9)$$

avec  $N_n$  la fonction de Bessel de 2<sup>ème</sup> espèce d'ordre  $n$ , et  $Z_{ac}(r)$  l'impédance acoustique caractéristique du conduit radial à la distance  $r$ , donnée par

$$Z_{ac}(r) = \frac{Z_c}{2\pi r b}. \quad (10)$$

L'impédance de l'équation (8) présente une dépendance fréquentielle complexe qui peut être approchée aux basses fréquences par une masse acoustique telle que

$$Z_{at} \approx j\omega m_{at}, \text{ avec } m_{at} = \frac{\rho}{2\pi b} \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right). \quad (11)$$

Aux fréquences plus élevées, le modèle peut être affiné en prenant en compte une compliance acoustique  $C_{at}$  en parallèle, comme illustré à la Figure 6. La valeur de  $C_{at}$  peut être calculée de façon à ce que le modèle « masse-compliance » approche au mieux l'impédance originale (8) dans la bande de fréquence d'intérêt. Comme précisé plus haut, les effets de bout ne sont pas pris en compte dans ce développement. Néanmoins, il est possible d'en rendre compte en considérant une masse acoustique additionnelle correspondant à une longueur additionnelle  $\Delta L$  [11].

### 3.3 Réalisation d'une méta-LT acoustique

L'assemblage des composants décrits précédemment aboutit à la structure périodique de la Figure 7.

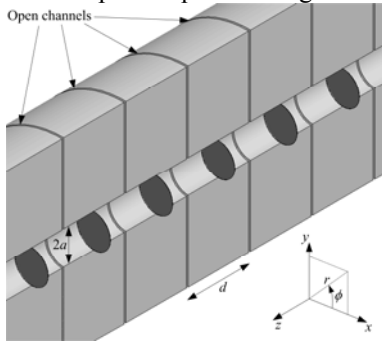


Figure 7: coupe selon le plan yz de la LT composite droite/gauche combinant des plaques (en sombre) et des conduits radiaux ouverts.

En s'appuyant sur les développements précédents, une cellule élémentaire de cette LT peut être modélisée par le circuit acoustique de la Figure 8.

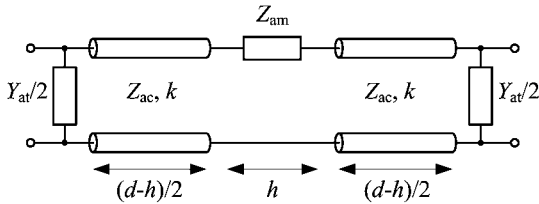


Figure 8: circuit acoustique équivalent pour une cellule élémentaire symétrique en  $\Pi$  de la LT proposée.

$Z_{am}$  est l'impédance de la plaque et  $Y_{at}$  l'admittance du stub radial. Les connexions entre ces éléments sont modélisées par des sections de LT d'impédance caractéristique  $Z_{ac} = Z_c / S$  et de déphasage linéique  $k$ . Nous avons privilégié ici une représentation de la cellule élémentaire sous la forme d'un réseau en  $\Pi$ . Il est possible de simplifier le circuit de la Figure 8 en considérant les simplifications suivantes:

(1)  $Z_{am}$  et  $Y_{at}$  sont remplacés par leurs circuits équivalent « masse-compliance » ;

(2) les connexions entre stubs et plaques sont représentées par une masse acoustique série et une compliance acoustique parallèle, notées  $m_{aLT}$  et  $C_{aLT}$ . Pour les deux sections considérées ensemble, nous obtenons  $m_{aLT} = (\rho / S)(d - h)$  et  $C_{aLT} = (S / K)(d - h)$ . Ceci est

vérifié tant que les dimensions de la cellule sont petites par rapport à la longueur d'onde ;

(3) tous les éléments en série et tous les éléments en parallèle sont regroupés ensemble.

Ainsi, nous obtenons le modèle à constantes localisées de la Figure 9, avec les paramètres donnés par

$$\begin{cases} m_{as} = m_{am} + m_{aLT} \\ C_{ap} = C_{at} + C_{aLT} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} m_{ap} = m_{at} \\ C_{as} = C_{am} \end{cases}. \quad (12)$$

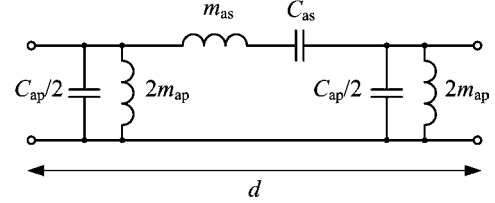


Figure 9: modèle à constantes localisées d'une cellule élémentaire symétrique en  $\Pi$  de la méta-LT proposée

## 4 Validation du modèle

### 4.1 Caractérisation de la méta-LT acoustique

Le modèle de LT proposé doit en premier lieu vérifier la condition de LT duale de la Figure 1(b), c'est-à-dire qu'elle présente une compliance acoustique en série et une masse acoustique en parallèle. Il n'est cependant possible d'assurer chacune de ces deux conditions que dans des bandes fréquentielles limitées, selon les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} (1) \quad f \ll f_{ms} = 1/2\pi\sqrt{m_{as}C_{as}} &\Rightarrow Z_{am} \approx (j\omega C_{as})^{-1} \\ (2) \quad f \ll f_{mp} = 1/2\pi\sqrt{m_{ap}C_{ap}} &\Rightarrow Z_{at} \approx j\omega m_{ap} \end{aligned}$$

Ces deux conditions sont relativement simples à respecter, le réglage revenant à fixer les fréquences de résonance des deux résonateurs en choisissant les paramètres élastiques et les dimensions de la plaque ainsi que les dimensions du stub. Lorsque les deux conditions susmentionnées ne sont plus vérifiées, le matériau redevient droit, avec potentiellement une bande interdite entre les deux domaines fréquentiels. Cette discontinuité peut être évitée en choisissant une même fréquence de résonance  $f_0$  pour les deux sous-systèmes (condition équilibrée).

Afin de vérifier que la structure présente effectivement les propriétés d'un métamatériau composite droite/gauche, celle-ci est caractérisée par l'exposant de propagation de Bloch  $\gamma_B$  (diagramme de dispersion) et l'impédance de Bloch  $Z_B$ . Ces paramètres, qui décrivent la propagation d'ondes dans les structures périodiques, peuvent être déduits de la matrice de transfert (ou matrice  $ABCD$ ) de la cellule élémentaire en utilisant les relations (dans le cas de cellules symétriques et réciproques) [15, 16]

$$\begin{cases} \gamma_B = \text{arcosh}(A_{cell}) / d \\ Z_B = \sqrt{B_{cell} / C_{cell}} \end{cases}. \quad (13)$$

L'indice de réfraction est simplement déduit de  $\gamma_B$  avec la relation  $n = \gamma_B / (jk)$ .

### 4.2 Dimensionnement

Afin de valider le modèle, les spécifications suivantes ont été imposées :

(1) la LT composite respecte la « condition équilibrée », avec une fréquence de transition entre les deux bandes fixée à  $f_0 = 1$  kHz,

(2) la période spatiale  $d$  est petite devant la longueur d'onde  $\lambda$ . Nous avons imposé ici  $d/\lambda = 0.1$  à  $f_0$ ,

(3) l'impédance de Bloch  $Z_B$  à  $f_0$  doit être assez proche de l'impédance caractéristique  $Z_{ac}$  du guide d'onde hôte, afin de permettre une bonne adaptation à un guide d'onde de diamètre comparable.

Le design de cette structure a été rendu possible par le modèle à constantes localisées de la Figure 9. Les paramètres retenus pour le guide d'onde, la plaque (DuPont™ Kapton® FPC) et le stub, satisfaisant les spécifications susmentionnées, sont reportées dans la Table 1. La structure correspondante est celle de la Figure 7.

|        | Paramètre | Valeur | Unité             |
|--------|-----------|--------|-------------------|
| plaque | $E$       | 2.758  | GPa               |
|        | $\nu$     | 0.34   | -                 |
|        | $\rho_m$  | 1420   | kg/m <sup>3</sup> |
|        | $h$       | 125    | μm                |
| stub   | $L$       | 42.67  | mm                |
|        | $b$       | 1      | mm                |
| LT     | $a$       | 9.06   | mm                |
|        | $d$       | 34     | mm                |

Table 1: dimensionnement des éléments de la LT composite

Ces paramètres conduisent aux valeurs des composants à constantes localisées reportés dans la Table 2.

| Élément           | Masse acoustique (kg/m <sup>4</sup> ) | Compliance acoustique (10 <sup>-12</sup> m <sup>3</sup> /Pa) |
|-------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Plaque            | $m_{am} = 1296$                       | $C_{am} = 17.42$                                             |
| Stub              | $m_{at} = 348.3$                      | $C_{at} = 9.138$                                             |
| Sections de LT    | $m_{aLT} = 156.1$                     | $C_{aLT} = 63.60$                                            |
| Branche série     | $m_{as} = 1452$                       | $C_{as} = C_{am} = 17.42$                                    |
| Branche parallèle | $m_{ap} = m_{at} = 348.3$             | $C_{ap} = 72.73$                                             |

Table 2: valeurs des composants à constantes localisées de la LT composite [voir Figure 9 et (12)]

### 4.3 Résultats

Afin de confirmer les performances globales de la structure, un modèle par éléments finis d'une LT telle que proposée à la Figure 7 a été réalisé avec le logiciel COMSOL® Multiphysics. Ce dernier permet de calculer les coefficients de réflexion et transmission  $\rho$  et  $\tau$  pour un nombre fini de cellules soumises à un champ d'ondes planes incidentes provenant du guide d'onde hôte, à partir desquels on peut extraire la matrice de transfert et les paramètres de Bloch.

Premièrement, une seule cellule est considérée. Les paramètres de Bloch  $\gamma_B = \alpha_B + j\beta_B$  et  $Z_B$  sont obtenus par le modèle multiphysique (full-wave sim.), le modèle à constantes localisées de la Figure 9 (lumped model) et le modèle de la Figure 8 (detailed model). Les résultats sont illustrés à la Figure 10. On observe sur le diagramme de dispersion que la structure présente une bande à indice de

réfraction négatif (vitesses de phase et de groupe opposées) sur une bande d'environ 50%, de 0.61 à 1 kHz, et une bande à un indice positif de 1 à 1.64 kHz. Il n'y a pas de bande coupée entre ces deux bandes (condition équilibrée), ce qui permet l'existence d'une fréquence très particulière à laquelle le déphasage linéique (et donc l'indice de réfraction) est nul, alors que la vitesse de groupe n'est pas nulle.

On observe également une très bonne correspondance entre les résultats obtenus avec le modèle circuit détaillé et les résultats de simulations. Le modèle à constantes localisées (« lumped model »), quant à lui, produit aussi de bons résultats et peut donc être efficacement utilisé pour des dimensionnements préliminaires.

L'impédance de Bloch ne varie que très modérément autour de la fréquence de transition  $f_0 = 1$  kHz, ce qui est favorable à une bonne adaptation. Par exemple, si l'on veut adapter cette structure à  $f_0$ , le guide d'onde qui lui est connecté devra présenter une impédance caractéristique  $Z_{ace} = Z_B(f_0) = 4.19$  MΩ<sub>a</sub>, ce qui correspond à un rayon de  $a_e = 5.54$  mm.

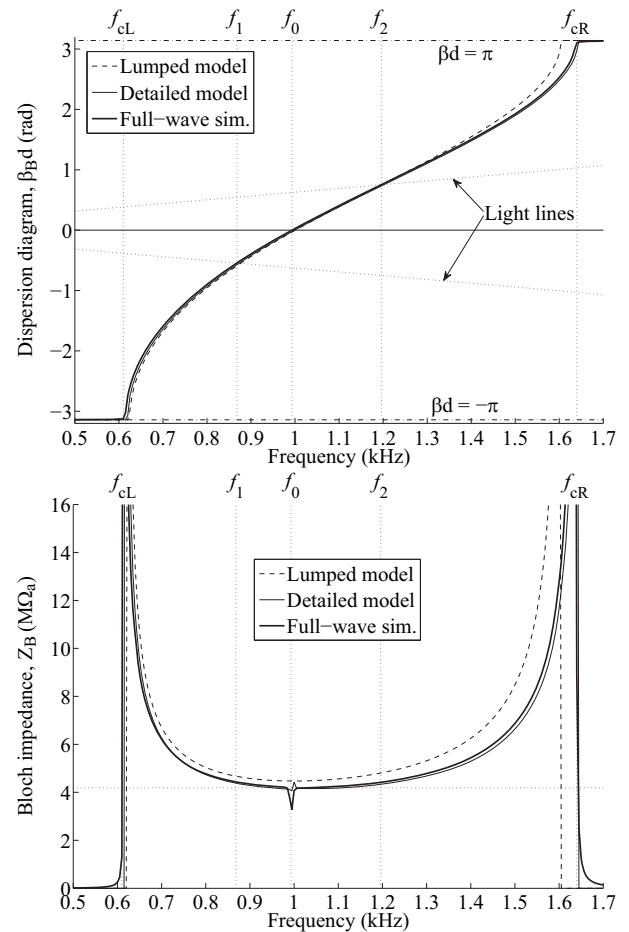


Figure 10: Paramètres de Bloch de la LT composite proposée.

Les performances de la LT composite ont été également validées en considérant une structure composée de 10 cellules élémentaires comme décrites précédemment, soumise à un champ d'ondes planes incidentes provenant d'un guide d'onde de rayon  $a_e = 5.54$  mm. Les coefficients de réflexion et transmission  $\rho$  et  $\tau$  correspondants sont illustrés à la Figure 11. Comme souhaité, la structure est bien adaptée sur la majeure partie de sa bande passante ( $|\rho| < -10$  dB de 0.7 à 1.45 GHz), et la phase de  $\tau$  est

pratiquement nulle à  $f_0 = 1$  kHz. A nouveau, une bonne correspondance entre les différents modèles est observée, justifiant ainsi l'utilisation des outils de l'électroacoustique pour le dimensionnement de méta-LTs.

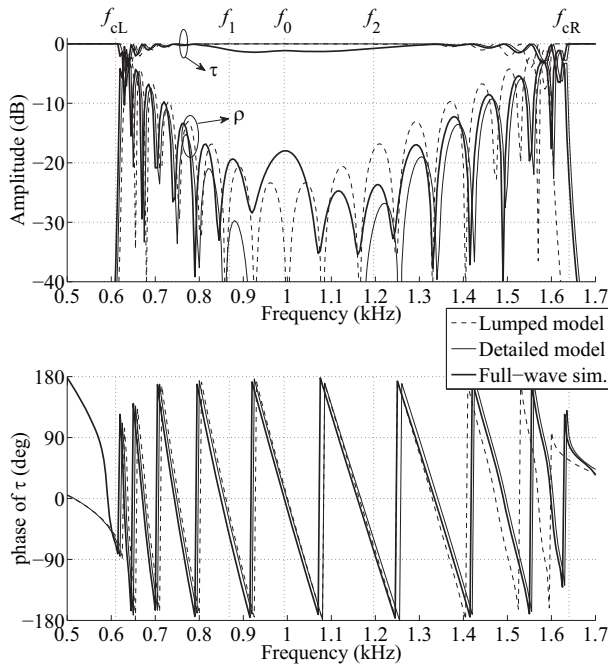


Figure 11: coefficients de réflexion  $\rho$  et de transmission  $\tau$  pour une structure de 10 cellules élémentaires. La phase de  $\rho$  n'est pas montrée par souci de clarté.

## 5 Conclusion

Une solution pour la conception d'une méta-ligne de transmission composite droite/gauche a été proposée, utilisant des plaques élastiques (ou des membranes) le long du guide d'onde hôte, et des conduits radiaux transverses ouverts, implémentant les fonctions de compliance série et masse parallèle. Cette structure présente un indice de réfraction négatif sur environ une octave (de 600 Hz à 1000 Hz), suivi d'une seconde bande à indice de réfraction positif, sans transition discontinue entre les deux domaines. Une première validation expérimentale, actuellement en cours d'élaboration, permettra de vérifier les résultats de simulation.

La mise en œuvre des techniques de l'électroacoustique a rendu possible ce design, et ouvre des perspectives intéressantes pour l'élargissement des performances d'une telle structure : par exemple, l'utilisation de transducteurs électroacoustiques remplaçant les membranes et les stubs, potentiellement asservis par contrôle actif, permettrait d'obtenir des performances beaucoup plus étendues en fréquences, autorisant le développement de super-lentilles large-bandes par exemple.

## Références

- [1] G. V. Eleftheriades and K. G. Balmain, *Negative-Refractive Metamaterials: Fundamental Principles and Applications*: Wiley-Interscience and IEEE press, 2005.
- [2] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*: Wiley-Interscience and IEEE press, 2006.
- [3] M. Ambati, N. Fang, C. Sun, and X. Zhang, "Surface resonant states and superlensing in acoustic metamaterials," *Physical Review B*, vol. 75, p. 195447, May 2007.
- [4] L. Fok, M. Ambati, and X. Zhang, "Acoustic Metamaterials," *MRS Bulletin*, vol. 33, pp. 931-934, October 2008.
- [5] C. T. Chan, J. Li, and K. H. Fung, "On extending the concept of double negativity to acoustic waves," *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, vol. 7, pp. 24-28, 2006.
- [6] T. Koschny, P. Markos, D. R. Smith, and C. M. Soukoulis, "Resonant and antiresonant frequency dependence of the effective parameters of metamaterials," *Physical Review E*, vol. 68, p. 065602, December 2003.
- [7] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*: Wiley-Interscience and IEEE press, 2006.
- [8] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, "Composite Right/Left-Handed Transmission Line Metamaterials," *IEEE Microwave Magazine*, pp. 34-50, September 2004.
- [9] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambati, W. Srituravanich, C. Sun, and X. Zhang, "Ultrasonic metamaterials with negative modulus," *Nature Materials*, vol. 5, pp. 452-456, June 2006.
- [10] Z. Skvor, *Vibrating Systems and their Equivalent Circuits*: Elsevier, 1991.
- [11] M. Rossi, *Audio*. Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes, 2007.
- [12] P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1986.
- [13] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, and C. K. Kim, "Acoustic metamaterial with negative modulus," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 21, p. 175704, March 2009.
- [14] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*. New York: McGraw-Hill, 1951.
- [15] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1990.
- [16] F. Bongard, "Contribution to Characterization Techniques for Practical Metamaterials and Microwave Applications," Ph.D. Thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2009 (<http://library.epfl.ch/theses/?nr=4407>).