

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Graphe des réflexions dans les volumes complexes : construction, simplifications perceptives et auralisation

Raphaël Loyet¹²³, Julien Maillard², Jean-Claude Iehl¹³, Bernard Péroche¹³

¹ Université de Lyon, CNRS, bperoch@liris.cnrs.fr

² Université Paris-Est, CSTB, {raphael.loyet,julien.maillard}@cstb.fr

³ Université Lyon 1, LIRIS, UMR5205, F-69622, France, jciehl@bat710.univ-lyon1.fr

Dans le cadre de recherches sur le rendu sonore dynamique d'environnements complexes, nous proposons une nouvelle méthode de classification des chemins acoustiques entre une source et un auditeur placés dans un environnement virtuel. La propagation du son à l'intérieur de cette scène est représentée à l'aide d'un graphe de réflexions. Chaque noeud de ce graphe bidirectionnel représente une réflexion du son sur un des éléments de la scène, la source du graphe représentant la source sonore et le puits, l'auditeur. Le processus de restitution spatialisée reste aujourd'hui la partie la plus complexe à réaliser en temps réel ; c'est pourquoi il est essentiel de réduire le nombre de contributions, *i.e.*, le nombre de chemins de notre graphe. Un modèle psycho-acoustique a été créé en prenant en compte les phénomènes de masquage spatial et temporel des chemins sonores. À partir de ces données, les chemins sont agrégés en paquets nécessitant une seule opération de spatialisation, celle du chemin prédominant dans le groupe.

1 Introduction

L'auralisation [1] en temps réel de scènes complexes dynamiques¹ reste à l'heure actuelle une question ouverte. Les méthodes actuelles sont basées sur un pré-calcul du champ acoustique ou une estimation statistique de la fin de la réponse impulsionnelle. Deille *et al.* [2] proposent une méthode basée sur un pré-calcul des fonctions de transfert répartis sur une grille à l'intérieur de la scène 3D. La navigation interactive se fait alors par interpolation des points pré-calculés les plus proches de l'auditeur. Siltanen *et al.* [3] proposent une phase de pré-calcul basée sur la propagation de la radiance. La radiance est stockée sur les faces de la scène virtuelle. Le principal inconvénient de ces méthodes est que la phase de pré-calcul dépend de la position des sources sonores. D'autres méthodes sont basées sur la décomposition d'une scène complexe en volumes inter-connectés plus simples [4]. Dans cette approche, une fonction de transfert est pré-calculée entre chaque volumes, ainsi que la réverbération tardive. La phase de rendu dynamique se concentre sur la restitution des premières réflexions dans le volume où se trouvent la source et le récepteur. D'autres méthodes [5] sont basées sur des techniques optimisées de lancer de faisceaux, elles permettent de calculer les premières réflexion du son. La partie tardive de la réponse impulsionnelle est générée à l'aide de réverbérateurs artificiels [6].

Comment obtenir le résultat d'un calcul acoustique coûteux en un $1/10^{ème}$ de secondes ? C'est la question à laquelle toutes ces méthodes tentent de répondre par des approches différentes. Nous proposons ici une méthode permettant de décrire de manière fine le comportement des algorithmes de propagation acous-

tique. La méthode du graphe de réflexions² permet une énumération exhaustive de tous les trajets acoustiques diffus et spéculaires entre une source et un auditeur placés dans une scène virtuelle. Cette méthode permet d'extraire des informations sur la cohérence spatiale du champ acoustique dans l'environnement virtuel. En hiérarchisant les algorithmes de propagation suivant un critère de cohérence, il est possible d'allouer plus de ressources aux éléments les plus significatifs, et ainsi d'augmenter la qualité du rendu dynamique.

2 Création des chemins

Nous nous intéressons ici à la création exhaustive de tous les chemins entre une source sonore et un auditeur placés dans une scène virtuelle. Un chemin est alors défini par sa position et son orientation de départ depuis la source, la distance totale de parcours, l'ensemble des réflexions sur les parois de la scène virtuelle, et sa direction d'arrivée sur le récepteur. Dans notre approche, nous nous sommes concentrés sur la caractérisation des réflexions spéculaires et diffuses du son dans l'environnement virtuel³. Notre approche utilise, comme la majorité des logiciels de prédiction en acoustique des salles, la séparation du champ sonore en une partie diffuse et une partie spéculaire [1, 7] :

$$E_{spec} = (1 - \alpha)(1 - \delta) \quad (1)$$

$$E_{diff} = (1 - \alpha)\delta \quad (2)$$

$$E_{tot} = E_{spec} + E_{diff} = (1 - \alpha) \quad (3)$$

2. À ne pas confondre avec les graphes de réverbération [4].

3. Nous n'abordons pas la problématique de la diffraction dans notre approche.

1. Où les sources sonores et les auditeurs sont en mouvement.

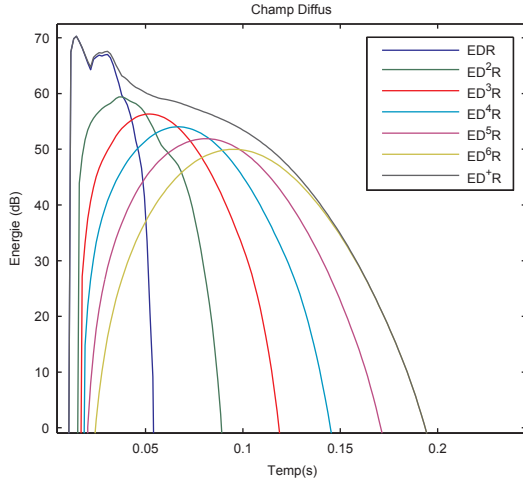


FIGURE 1 – Échanges purement diffus entre une source et un récepteur dans la scène de test [18]. Les échanges d'énergie sont représentés pour toutes les réflexions d'ordre 1 à 6, ainsi que le champ purement diffus ED^+R .

où E_{spec} , E_{diff} et E_{tot} sont respectivement les énergies réfléchies de manière spéculaire, diffuse et l'énergie total réfléchi. α et δ sont les coefficients d'absorption et de diffusion [1, 8].

2.1 Grammaire de chemins

E	Émetteur
R	Récepteur
D	Réflexion diffuse
S	Réflexion spéculaire
X^+	Au moins une occurrence de X
X^*	Zéro ou plusieurs occurrences de X
X^N	Exactement N occurrences de X
(D S)	Une réflexion diffuse ou spéculaire

TABLE 1 – Grammaire de description des chemins acoustiques

Il est courant en informatique graphique de représenter l'historique du parcours d'un rayon par une grammaire [9, 10, 11]. Cette approche a aussi été utilisée en acoustique [12, 13]. La Table 1 définit une grammaire permettant d'identifier toutes les variétés de chemins. A titre d'exemple, les chemins purement diffus produits par un algorithme de radiosité [14] seront de la forme ED^+R . La Figure 1 représente les échanges énergétiques complètement diffus entre une source et un récepteur de la scène. Les algorithmes de type lancer de faisceaux [15] ou source images [16] produiront des chemins ES^*R . Les algorithmes de lancer de particules [17] permettent de générer toute les variétés de chemins contenant des réflexions diffuses et spéculaires $E(S|D)^*R$.

2.2 Représentation d'un chemin

Notre algorithme est basé sur la décomposition entre les réflexions purement spéculaires ES^*R et le champ diffus dans la scène virtuelle. Le champ diffus est composé de tous les trajets ayant au moins un réflexion

diffuse dans leur parcours, c'est à dire des chemins de type ES^*DS^*R ou $ES^*D(S|D)^*DS^*R$. Il est important de remarquer dans ces 3 grammaires la symétrie entre les réflexions issues de la source et celles parvenant au récepteur. Cette symétrie est notamment utilisée dans les algorithmes de lancer de rayons pour déterminer l'origine des rayons (de la source vers le récepteur ou du récepteur vers la source).

2.2.1 Trajets spéculaires

Plusieurs algorithmes permettent de déterminer l'ensemble des réflexions spéculaires dans une scène virtuelle, parmi lesquels, le lancer de rayons [19] ou le lancer de faisceaux [15]. Dans notre approche, nous recherchons une représentation arborescente des trajets spéculaires dans une scène composée de peu de facettes. Nous avons donc naturellement utilisé la méthode des sources images [16, 20]. Les contributions entre une source image et un récepteur sont représentées par leur temps d'arrivée

$$t = \frac{\|I_S - I_R\|}{c} \quad (4)$$

et leur amplitude :

$$E_{spec} = \frac{1}{\|I_S - I_R\|^2} \prod_{i=1}^{N_{ref}} (1 - \alpha_i)(1 - \delta_i) \quad (5)$$

où I_S et I_R sont les positions respectives de la source image et du récepteur image⁴, c la célérité de l'onde acoustique et N_{ref} le nombre de réflexions.

2.2.2 Trajets diffus

Dans notre approche, la dénomination *trajet diffus* ne se limite pas aux trajets purement diffus ED^+R . Elle inclue tous les trajets contenant au moins une réflexion diffuse. Ces trajets sont séparés en 3 catégories ayant chacune un traitement particulier :

- ES^*DS^*R : les trajets contenant une seule réflexion diffuse entre deux sources/récepteurs images,
- $ES^*D^+S^*R$: les trajets contenant plusieurs réflexions diffuses entre deux sources/récepteurs images,
- $ES^*D(S|D)^*DS^*R$: les trajets pouvant contenir des réflexions spéculaires entre deux réflexions diffuses.

Dans le cas d'un trajet concernant une seule diffusion ES^*DS^*R , il est possible de calculer le champ diffus en convoluant les facteurs de forme $F_{I_E \rightarrow i}$ de la source image vers la surface diffusante et $F_{I_R \rightarrow i}$ du récepteur image vers la surface diffusante.

Dans le cas de trajets contenant plus d'une réflexion diffuse $ES^*D^+S^*R$, une nouvelle convolution est alors appliquée à chaque échange radiatif $F_{i \rightarrow i+1}$ ⁵ entre fa-

4. La source et le récepteur sont des cas particuliers de source image et de récepteur image.

5. Les détails du calcul des facteurs de forme sont expliqués en détail par Tsingos [14].

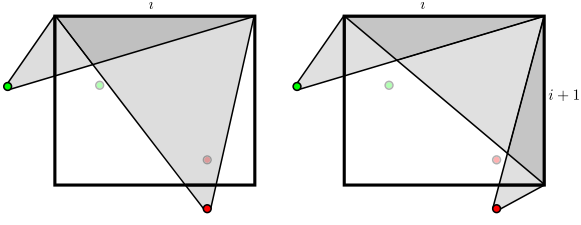


FIGURE 2 – Évaluation des facteurs de forme : (gauche) échanges entre une source image, une facette et un récepteur image $F_{I_E \rightarrow i} * F_{I_R \rightarrow i}$, (droite) échanges entre une source image, 2 facettes et un récepteur image $F_{I_E \rightarrow i} * F_{i \rightarrow i+1} * F_{I_R \rightarrow i+1}$

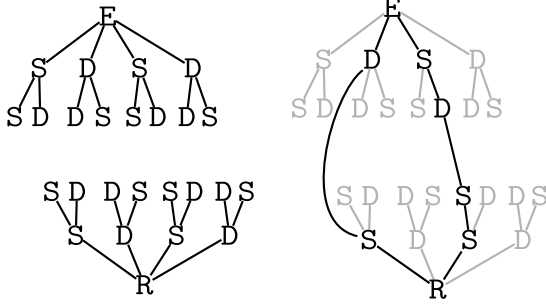


FIGURE 3 – Représentation sous forme de graphe d'une grammaire : (gauche) les 2 arbres issus de la source et du récepteur, (droite) deux exemple de chemins EDSR et ESDSSR.

cettes. Le champ diffus résultant est alors :

$$E_{diff} = \left(F_{I_E \rightarrow i} * F_{I_R \rightarrow i + N_{diff}} \prod_{i=1}^{N_{diff}-1} F_{i \rightarrow i+1} \right) \prod_{i=1}^{N_{diff}} (1 - \alpha_i) \delta_i \quad (6)$$

où $\prod_{i=1}^{N_{diff}-1} F_{i \rightarrow i+1}$ représente le produit de convolution entre chaque facette diffuse rencontrée par le chemin, $i + N_{diff}$ est l'indice de la dernière facette rencontrée par le chemin.

Les chemins qui représentent des réflexions spéculaires entre 2 réflexions diffuses $ES^*D(S|D)^*DS^*R$ sont remplacés pour des raisons de simplification par des réflexions purement diffuses; comme la réflexion englobe l'énergie de la réflexion spéculaire, l'énergie réfléchi par ce type de chemin est alors l'énergie totale réfléchi d'après les équations 2 et 3 :

$$E_{diff} = E_{tot} \quad (7)$$

2.3 Parcours récursifs

Un nouvel algorithme de parcours récursifs a été écrit, afin d'avoir une énumération exhaustive de tous les chemins acoustiques dans la scène. Il se base sur le parcours de 2 arbres de réflexions : les arbres de sources images et de récepteurs images. Ces arbres contiennent respectivement l'ensemble des réflexions issues de la source et du récepteur. Pour chaque réflexion rencontrée lors du parcours de l'arbre, une collecte des chemins est

effectuée. Le parcours de l'arbre se fait à partir de la source, à chaque réflexion spéculaire, le chemin est propagé en direction des autres surfaces de la scène de façon spéculaire (ES^*), et de façon diffuse (ES^*D). Lorsqu'une réflexion diffuse est rencontrée à partir de la source, un parcours récursif de l'arbre issu du récepteur est effectué. Les réflexions spéculaires (DS^*R) et diffuses (D^*R) sont alors collectées.

Lors du parcours à partir du récepteur, une réflexion spéculaire génère tous les chemins spéculaires (S^*R) et diffus (D^*S^*R) sur chaque élément de la scène.

Finalement, une réflexion diffuse issue du récepteur collecte l'ensemble des réflexions ($S|D$) de manière diffuse (cf. équation 7). L'Algorithme 1 montre le pseudo-code de l'appel récursif entre les 4 fonctions de parcours de l'arbre.

Algorithme 1 : Parcours récursifs d'arbres

```

début  $ES^*\{m_{i-1}\}$ 
  CollecterSpéculaire()
  pour chaque  $m \in murs, m \neq m_{i-1}$  faire
     $ES^*(m)$ 
     $ES^*D(m)$ 
fin
début  $ES^*D\{m_{i-1}\}$ 
  CollecterDiffus()
  pour chaque  $m \in murs, m \neq m_{i-1}$  faire
     $S^*R(m)$ 
     $D^*S^*R(m)$ 
fin
début  $S^*R\{m_{i-1}\}$ 
  CollecterDiffus()
  pour chaque  $m \in murs, m \neq m_{i-1}$  faire
     $S^*R(m)$ 
     $D^*S^*R(m)$ 
fin
début  $D^*S^*R\{m_{i-1}\}$ 
  CollecterDiffus()
  pour chaque  $m \in murs, m \neq m_{i-1}$  faire
     $D^*S^*R(m)$ 
fin

```

La structure de chemins créée lors de la fusion des deux arbres est le graphe des réflexions. La Figure 3 montre deux exemples de chemin créés à partir des procédures récursives.

3 Auralisation

L'auralisation [1, 21], *i.e.*, rendre audible le résultat de la simulation, est réalisée en deux étapes : le champ diffus et les informations purement spéculaires sont restituées de manière indépendante.

3.1 Réflexions spéculaires

Dans notre application, l'algorithme de restitution est de type binaural [22] sur casque. Pour restituer de manière fidèle la répartition spatiale des sources images, il est essentiel de filtrer le son arrivant à l'auditeur à l'aide de fonctions de transfert caractérisant la tête

de l'auditeur⁶. Cette opération de filtrage est réalisée à l'aide d'un algorithme optimisé de décomposition en composantes principales des HRTF [23]. Cependant cette opération reste coûteuse pour un grand nombre de chemins spéculaires. C'est pourquoi la partie 4 propose un algorithme de simplification perceptive du nombre de chemins à spatialiser. La fréquence d'échantillonnage utilisée pour la restitution de chemins purement spéculaires est de 44,1 kHz.

3.2 Champ diffus

Le champ diffus, est échantillonné à une fréquence inférieure à celle utilisée pour les chemins spéculaires. Dans notre implémentation, les facteurs de formes $F_{E \rightarrow i}$, $F_{R \rightarrow i}$ et $F_{i \rightarrow i+1}$ sont échantillonnés à 86 Hz, soit une trame audio de 512 échantillons à 44,1 kHz, soit une période de 11,6 ms. Pour restituer le champ diffus à une fréquence de 44,1 kHz, un bruit blanc est filtré par une fenêtre de Hanning de 1024 échantillons (avec recouvrement de 50%) [24].

4 Simplification perceptive

La restitution spatialisée des chemins spéculaires étant une opération coûteuse, notre implémentation utilise un algorithme de réduction perceptive du nombre de trajets à spatialiser à l'aide des HRTF. Cet algorithme est basé sur la loi du premier front d'onde [25], et le regroupement spatial des sources images [26]. Il agrège les sources images (ou rayons) R dans des groupes dont la contribution la plus significative est le supprimeur S . Pour chaque source image on teste le masquage spatial :

$$C_s(S, R) = \begin{cases} 1 & \text{si } S_\theta - \frac{\pi}{2} < R_\theta < S_\theta + \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

et temporel :

$$C_t(S, R) = \begin{cases} 1 & \text{si } R_L < S_L - \Delta L (1 / (1 + e^{-(R_t - S_t - \Delta t) / 0.15 \Delta t})) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

Les détails concernant l'algorithme de regroupement spatial, les fonctions de masquage, et les paramètres de la fonction $C_t(S, R)$ ont été abordés dans une précédente publication [27].

5 Scène test

Les tests ont été réalisés sur une version modifiée de la première phase de l'article *Report on the 3rd Round Robin on Room Acoustical Computer Simulation* [18]. La géométrie étudiée est celle définie dans l'article, cependant les coefficients d'absorption et de diffusion ont été modifiés afin d'obtenir des parois inhomogènes. Les matériaux utilisés sont ceux définis pour la seconde phase du même article. Le fait d'avoir une répartition in-homogène des matériaux dans la scène permet de

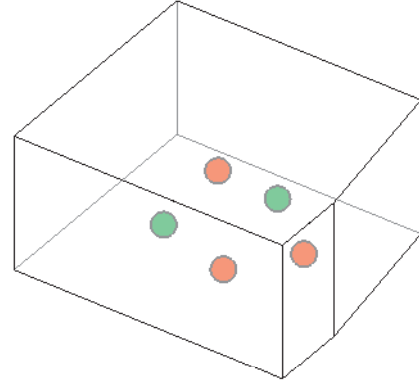


FIGURE 4 – Scène test [18]. Les sources et récepteurs utilisés pour les calculs sont représentés respectivement en vert et rouge.

caractériser les chemins générés par notre algorithme en fonction du type d'intersection. La Table 2 résume les dimensions et caractéristiques de chaque paroi de la scène, ainsi que les coefficients d'absorption et de diffusion pour la bande d'octave centrée sur 1kHz. La Figure 4 représente la scène et les différentes positions de sources et récepteurs.

	Matériaux	Surface	α_{1000}	δ_{1000}
Sol	Parquet	78.43 m ²	0,06	0,2
Plafond	Diffuseur	78.43 m ²	0,02	0,95
Mur Abso.	Diffuseur bois	46.85 m ²	0,16	0,95
Mur 1	Béton	12.85 m ²	0,02	0,2
Mur 2	Béton	28.12 m ²	0,02	0,2
Mur 3	Béton	42.58 m ²	0,02	0,2
Mur 4	Béton	40.64 m ²	0,02	0,2

TABLE 2 – Caractéristiques de la scène pour la bande 1kHz

6 Résultats

À partir de l'analyse des algorithmes de propagation, nous avons dégagé deux caractéristiques principales : la profondeur de tir et la séparation entre les composantes spéculaires et le champ diffus total (ensemble des trajets contenant au moins une composante diffuse). La simulation à l'aide de l'algorithme du graphe de réflexions a été lancée entre chaque couple source/récepteur de la scène test (cf. Figure 4). La Figure 5 montre les réalisations de la simulation pour quatre grammaires différentes ESR, ES⁵R, EDR, ED⁵R. Afin d'obtenir une base de comparaison équivalente, l'échogramme spéculaire est intégré sur une période de 11,6 ms. (équivalente à l'échantillonnage du champ diffus). La Figure 6 montre l'écart type σ obtenu pour ces mêmes réalisations. Le but de notre étude étant d'apprécier la cohérence spatiale dans la scène test, la valeur maximale de l'écart type représente ici un critère de cohérence entre les réalisations. Comme at-

6. Ces fonctions de transfert sont appelées HRTF (Head Related Transfert Functions).

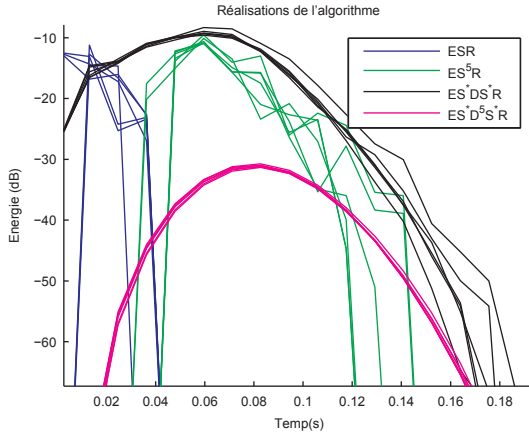


FIGURE 5 – Réalisation de l'algorithme de grammaire pour les 6 couples de points source/récepteur de la scène test.

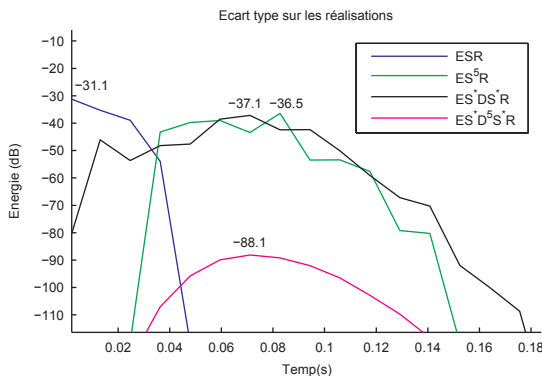


FIGURE 6 – Écart type entre les réalisations observées dans la Figure 5. Les valeurs maximales de chaque courbe sont utilisées comme critère de cohérence.

tendu, nous observons que la cohérence augmente avec le nombre de réflexions. La remarque la plus importante à tirer de cette figure, est que la cohérence entre les trajets spéculaires à l'ordre cinq est équivalente à celle des trajets diffus à l'ordre 1. Ce qui serait une information pertinente pour paramétrer un algorithme de rendu sonore dynamique pour cette scène. De plus, nous observons que les variations spatiales du champ diffus au-delà de l'ordre cinq sont très faibles. L'utilisation d'algorithmes tels que le cache de luminance [28] utilisé en illumination globale pourrait être une bonne stratégie pour réduire efficacement la quantité de données à pré-calculer pour les ordres élevés.

7 Conclusions et perspectives

Nous avons développé une méthode exhaustive permettant d'énumérer tous les chemins entre une source et un auditeur dans une scène virtuelle. La hiérarchisation de ces chemins sous forme de graphe ou de grammaire permet de les associer à une catégorie d'algorithmes. Les méthodes de rendu sonore dynamique sont généralement construites autour d'un algorithme optimisé permettant de restituer au mieux le champ sonore dans le temps qui leur est imparti. Notre approche se situe en amont de la conception de ces algorithmes ;

elle permet de hiérarchiser les étapes de propagation acoustique en fonction d'un critère de cohérence spatiale. Il est donc possible à partir de ces résultats de paramétrer un algorithme de rendu dynamique pour une scène simple. Cependant, l'approche exhaustive a ses limites : il n'est pas possible de réaliser de simulations sur des scènes complexes. Il n'est pas non plus possible d'effectuer une analyse exhaustive au-delà de 7 ordres de réflexions pour des raisons de temps de calcul et de stockage mémoire.

L'approche exhaustive permet de caractériser indépendamment chaque trajet, et d'effectuer des regroupements par grammaires. Ce traitement est lourd tant au niveau du temps de calcul que de l'utilisation mémoire. Les algorithmes que nous tentons de paramétrer ne nécessitent pas d'obtenir la grammaire exacte de chaque chemin, ils se basent uniquement sur l'ordre et le type de réflexions. Ces informations peuvent être obtenues de façon beaucoup plus efficace en utilisant un algorithme de type lancé de particules [17]. Ces algorithmes stochastiques permettent de séparer les informations diffuses et spéculaires. De plus, il existe des implémentations rapides demandant peu de place mémoire. L'utilisation de tels algorithmes nous permettrait de repousser les limites imposées par le graphe de réflexion et ainsi évaluer les critères de cohérence sur une scène complexe à des ordres de réflexion élevés.

Références

- [1] Michael Vorländer. *Auralization Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality*. Springer, 2008.
- [2] Olivier Deille, Julien Maillard, Nicolas Noé, Kadi Bouatouch, and Jacques Martin. Real time acoustic rendering of complex environments including diffraction and curved surfaces. In *Proceedings of 120th Audio Engineering Society Convention Paper (AES)*, Paris, France, May 2006.
- [3] Samuel Siltanen, Tapio Lokki, and Savioja Lauri. Frequency domain acoustic radiance transfer for real-time auralization. *Acta Acustica*, 95(1) :110–117, January 2009.
- [4] Efstathios Stavarakis, Nicolas Tsingos, and Paul Caramia. Topological sound propagation with reverberation graphs. *Acta Acustica*, 94(6) :921–932, November 2008.
- [5] Raine Kajastila, Tapio Lokki, Peter Lundén, Lauri Savioja, and Samuel Siltanen. A distributed real-time virtual acoustic rendering system for dynamic geometries. In *Proceedings of 122th Audio Engineering Society Convention Paper (AES)*, Vienna, Austria, May 2007.
- [6] Mark Kahrs and Karlheinz Brandenburg. *Applications of digital signal processing to audio and acoustics*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1998.
- [7] T.J. Cox, B.-I. L. Dalenback, P. D'Antonio, J. J. Embrechts, J. Y. Jeon, E. Mommertz, and Michael Vorländer. A tutorial on scattering and diffusion coefficients for room acoustic surfaces. *Acta Acustica*, 92 :1–15, 2006.

- [8] Ingolf Bork. Report on the 3rd round robin on room acoustical computer simulation - part i : Measurements. *Acta Acustica*, 91 :740–752, 2005.
- [9] Paul S. Heckbert. Adaptive radiosity textures for bidirectional ray tracing. In *SIGGRAPH '90 : Proceedings of the 17th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 145–154, New York, NY, USA, 1990. ACM.
- [10] Henrik W. Jensen. *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*. AK Peters, Ltd., July 2001.
- [11] Eric Veach. *Robust Monte Carlo Methods For Light Transport Simulation*. PhD thesis, Department of Computer Science, Stanford University, December 1997.
- [12] Bengt-Inge L. Dalenbäck. Room acoustic prediction based on a unified treatment of diffuse and specular reflection. *Applied Acoustics*, 100(2) :899–909, August 1996.
- [13] Bengt-Inge L. Dalenbäck, Mendel Kleiner, and Peter Svensson. A macroscopic view of diffuse reflection. *JAES*, 42(10) :793–805, October 1994.
- [14] Nicolas Tsingos. *Simulation de Champs Sonores de Haute Qualité pour des Applications Graphiques Interactives*. PhD thesis, Université Joseph Fourier-Grenoble 1, December 1998.
- [15] Thomas Funkhouser, Nicolas Tsingos, Ingrid Carlbom, Gary Elko, Mohan Sondhi, James E. West, Gopal Pingali, Patrick Min, and Addy Ngan. A beam tracing method for interactive architectural acoustics. *JASA*, 115(2) :739–756, February 2004.
- [16] Jont B. Allen and David A. Berkley. Image method for efficient simulating small-room acoustics. *JASA*, 65(4) :943–950, April 1976.
- [17] Michael Vorländer. Simulation of the transient and steady-state sound propagation in rooms using a new combined ray-tracing/image-source algorithm. *JASA*, 86(1) :172–178, July 1989.
- [18] Ingolf Bork. Report on the 3rd round robin on room acoustical computer simulation - part ii : Calculation. *Acta Acustica*, 91 :753–763, 2005.
- [19] Andrzej Kulowski. Algorithmic representation of the ray tracing technique. *Applied Acoustics*, 18(6) :449–469, 1985.
- [20] Jeffrey Borish. Extension of the image model to arbitrary polyhedra. *JASA*, 75(6) :1827–1836, June 1984.
- [21] Mendel Kleiner, Bengt-Inge L. Dalenbäck, and Peter Svensson. Auralization - an overview. *JAES*, 41(11) :861–875, 1993.
- [22] R. Nicol, J. Daniel, M. Emerit, G. Pallone, D. Virette, N. Chettry, P. Guillon, and S. Bertet. Le son 3d dans toutes ses dimensions. *Acoustique et Technique*, 52 :43–50, 2008.
- [23] Marc Emerit, Jacques Martin, and Eric Dudouet. Head related transfer functions and high-order statistics. In *Proceedings of 15th International Congress On Acoustics, Trondheim, 1995*, pages 437–440, 1995.
- [24] Nicolas Tsingos. Scalable perceptual mixing and filtering of audio signals using an augmented spectral representation. In *Proceedings of 8th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, Madrid, Spain, September 2005.
- [25] Jens Blauert. *Spatial Hearing, The Psychophysics of Human Sound Localisation*. MIT Press, 1999.
- [26] Hüseyin Hacıhabiboğlu and Fionn Murtagh. Perceptual simplification for model-based binaural room auralisation. *Applied Acoustics*, 69 :715–722, 2008.
- [27] Raphaël Loyet, Julien Maillard, Jean-Claude Iehl, and Bernard Péroche. Perceptual clustering for ray based auralization. In *Proceedings of Euronoise 2009*, Edinburgh, Scotland, October 2009.
- [28] Gregory J. Ward, Francis M. Rubinstein, and Robert D. Clear. A ray tracing solution for diffuse interreflection. In *SIGGRAPH '88*, volume 22-4, pages 85–92. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., August 1988.