

Etude expérimentale de pseudo-modes de Lamb au voisinage d'une bande interdite d'un réseau phononique

Maxime Bavencoffe¹, Bruno Morvan¹, Anne-Christine Hladky-Hennion², Jean-Louis Izbicki¹

¹Fédération Acoustique du Nord Ouest (FANO FR CNRS 3110), LOMC FRE CNRS 3102, Place Robert Schuman, 76610 Le Havre, France

²Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN UMR CNRS 8520), FANO FR CRNS 3110, Avenue Poincaré, Cité Scientifique, 59652 Villeneuve d'Ascq, France

La structure étudiée est une plaque d'aluminium dont l'une des surfaces est gravée de stries triangulaires périodiquement réparties. L'ensemble des stries forme un réseau périodique de longueur limitée. Une étude par éléments finis (code ATILA) permet de déterminer les vecteurs d'ondes des modes de vibration de cette structure. On s'intéresse plus particulièrement aux modes propagatifs et évanescent au voisinage d'une bande interdite. L'apparition d'une bande interdite dans les courbes de dispersion traduit un couplage de deux modes contrapropagatifs. L'étude expérimentale réalisée a pour objectif d'identifier les différents modes se propageant sous le réseau impliqués dans ce couplage, notamment les ondes particulières pour lesquelles les vitesses de phase et de groupe sont de signes opposés. Un mode évanescent dans une bande interdite a également été observé. Nous montrons que le vecteur d'onde associé est en fait une solution dégénérée correspondant à deux modes distincts, cette dégénérescence pouvant être levée en introduisant des pertes dans le matériau.

1 Introduction

L'étude de la propagation d'ondes de Lamb dans une plaque avec une rugosité aléatoire dans un contexte de Contrôle Non Destructif (CND) a montré qu'un tel profil géométrique présentait 2 à 3 périodicités spatiales prépondérantes [1]. Envisager le cas d'une plaque avec une périodicité spatiale Λ permet d'élargir le contexte de l'étude aux cristaux phononiques [2].

L'étude numérique d'une plaque d'aluminium infinie à périodicités sinusoïdales a été effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis (code ATILA® [3]). Celle-ci a mis en évidence l'existence de deux types de bandes interdites ainsi que l'existence, à l'intérieur de ces dernières, de modes évanescent [4]. L'analyse harmonique d'une plaque d'aluminium finie présentant un réseau de rainures à périodicité sinusoïdale a permis de quantifier le couplage entre un mode propagatif et un mode rétropropagatif [5] mais aussi de relier la transmission dans une structure finie aux propriétés d'une structure infinie [4].

Nous présentons ici l'étude expérimentale d'une plaque d'aluminium finie composée d'un réseau de rainures à périodicité triangulaire. Dans une première partie la mise en œuvre expérimentale est exposée. Puis les modes se propageant sous le réseau sont identifiés et le couplage entre les modes contrapropagatifs est estimé. Dans une troisième partie, les modes se propageant sous le réseau ainsi que les modes évanescent sont étudiés.

2 Mise en œuvre expérimentale

La figure 1 présente l'échantillon. La masse volumique et la célérité des ondes dans la plaque d'aluminium étudiée sont respectivement $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c_L = 6432 \text{ m/s}$ et $c_T = 3136 \text{ m/s}$. Cette plaque, de hauteur $2h = 3 \text{ mm}$, comporte un réseau de 30 rainures triangulaires de profondeur $p = 120 \text{ }\mu\text{m}$ et de périodicité spatiale $\Lambda = 4.2 \text{ mm}$ (figure 2).

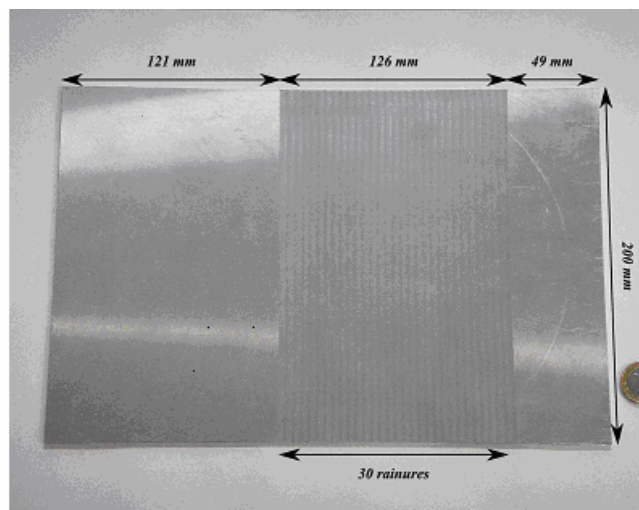


Figure 1 : Echantillon expérimental étudié, $2h = 3 \text{ mm}$, $\Lambda = 4.2 \text{ mm}$, $p = 120 \text{ }\mu\text{m}$.

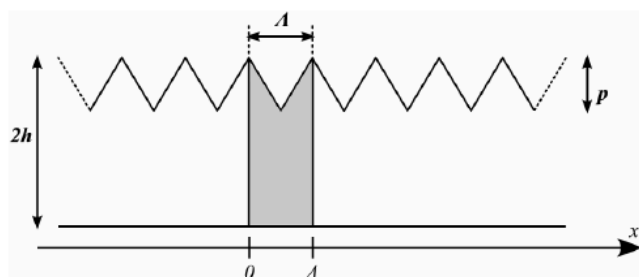


Figure 2 : Schéma du réseau triangulaire, $2h = 3 \text{ mm}$, $\Lambda = 4.2 \text{ mm}$, $p = 120 \text{ }\mu\text{m}$.

Les études expérimentales ont été menées dans l'air. L'ensemble du dispositif utilisé pour l'émission et la réception des signaux est décrit sur la figure 3.

Un générateur HEWLETT-PACKARD® 33120A délivre un train d'ondes sinusoïdales (ou « burst ») d'amplitude 10 V_{pp} (crête à crête) à un transducteur piézoélectrique PANAMETRICS® placé en bout de plaque. La fréquence centrale de ce transducteur est 0.5 MHz et sa bande passante à -6 dB est comprise entre 320 kHz et 800 kHz.

Les déplacements en surface sont relevés par un vélocimètre laser POLYTEC® OFV-505. Pour des raisons de stabilité du système laser, la tête laser est fixe et l'ensemble émetteur/plaque est mobile et translaté pas à pas parallèlement au vélocimètre dans la direction de propagation (Ox). De cette manière, le déplacement normal en fonction de la position des ondes guidées dans la structure est relevé par pas de 100 µm.

A chaque point de mesure, le signal temporel reçu est codé sur 10 bits et est visualisé sur un oscilloscope numérique LECROY® 9400. Celui-ci permet, outre l'acquisition du signal, le filtrage du bruit. Dans le cas d'une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz et une durée du signal de 100 µs, le nombre d'échantillons acquis dans la plaque étudiée est typiquement de 10000 points. Dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit, le signal numérisé est moyenné sur 200 acquisitions successives. Le micro-ordinateur enregistre ensuite le signal échantillonné temporellement par l'oscilloscope, pour chaque position de mesure. Par ailleurs, le micro-ordinateur assure aussi le pilotage de l'oscilloscope et des translations de l'ensemble plaque/émetteur.

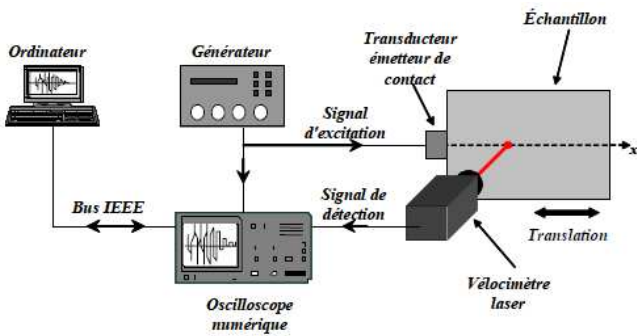


Figure 3 : Dispositif expérimental.

Une transformée de Fourier temporelle suivie transformée de Fourier d'une spatiale permet de visualiser les signaux spatio-temporels dans l'espace dual fréquence - nombre d'onde.

3 Propagation avant le réseau

Dans cette première étude, les déplacements sont relevés par le vélocimètre à partir de $x = 15$ mm du transducteur (et donc de l'extrémité de la plaque). Les relevés sont effectués par pas de 100 µm sur une distance de 106 mm.

La plaque est excitée par une onde Lamb de type S_0 . Les fréquences d'excitation utilisées sont 350 kHz, 396 kHz, 400 kHz et 450 kHz de façon à explorer l'ensemble des fréquences d'une bande interdite et de son voisinage. La figure 4 représente un détail des courbes de dispersion pour un motif triangulaire ($2h = 3$ mm, $p = 120$ µm, $\Lambda = 4.2$ mm) centré sur une mini-bande d'arrêt entre les pseudo-modes de Lamb S_0^Λ et A_0^Λ . En dehors du gap, ces modes ont des propriétés proches de celles des modes de Lamb S_0 et A_0 se propageant dans une plaque plane de longueur infinie. La

figure 4.a est la projection selon le plan (k', f) et la figure 4.b, la projection selon le plan (k'', f) avec k' et k'' , respectivement les parties réelle et imaginaire du nombre d'onde ($k = k' + jk''$) [4].

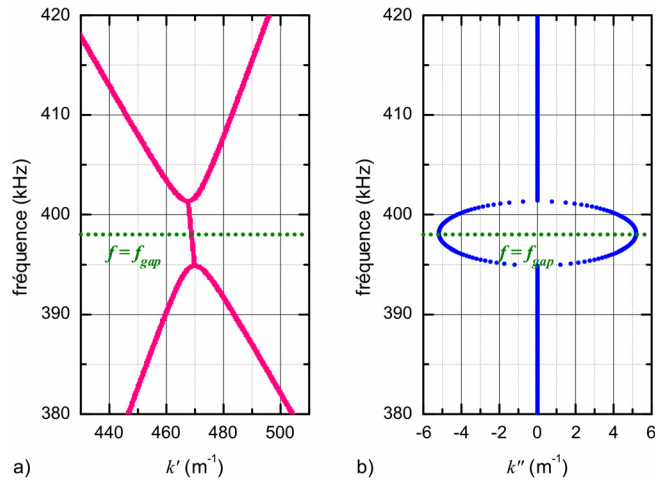


Figure 4 : Détail des courbes de dispersion pour un motif triangulaire : mini-bande d'arrêt entre les modes S_0^Λ et A_0^Λ .

3.1 Identification des modes

La figure 5 représente l'évolution temporelle des déplacements en surface avant le réseau. La plaque est excitée par une onde de Lamb de type S_0 à la fréquence $f_{exc} = 350$ kHz. Les ondes incidentes se propagent dans le sens des x croissants (de la gauche vers la droite) et les ondes réfléchies en sens inverse.

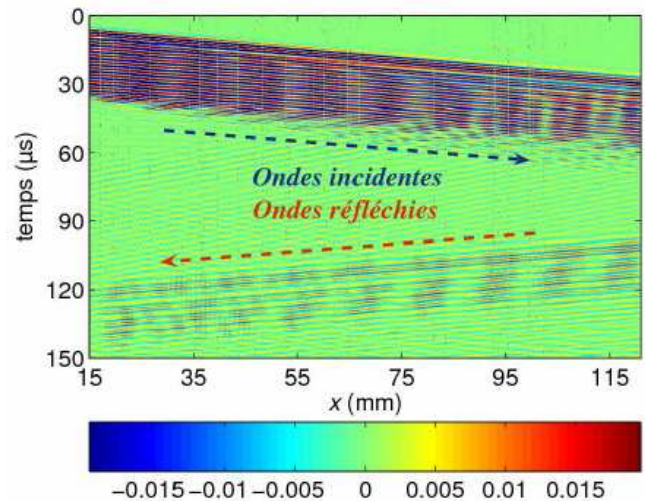


Figure 5 : Image spatio-temporelle des déplacements normaux avant le réseau pour $f_{exc} = 350$ kHz.

La figure 6 représente le module de la transformée de Fourier temporelle et spatiale des signaux expérimentaux représentés à la figure 5. Dans ces représentations les ondes incidentes ont un nombre d'onde positif et les ondes réfléchies, un nombre d'onde négatif. Du fait que les déplacements en surface sont relevés avant le réseau, l'identification des modes s'effectue à l'aide des courbes de dispersion théoriques d'une plaque plane infinie. Deux modes sont ainsi identifiés : le mode A_0 et le mode S_0 (prédominant). Les signaux réfléchis proviennent de l'extrémité de la plaque. Par ailleurs, sur cette

représentation, il est aisé de déterminer le signe de la vitesse de phase et les sens de propagation des ondes A_0 et S_0 .

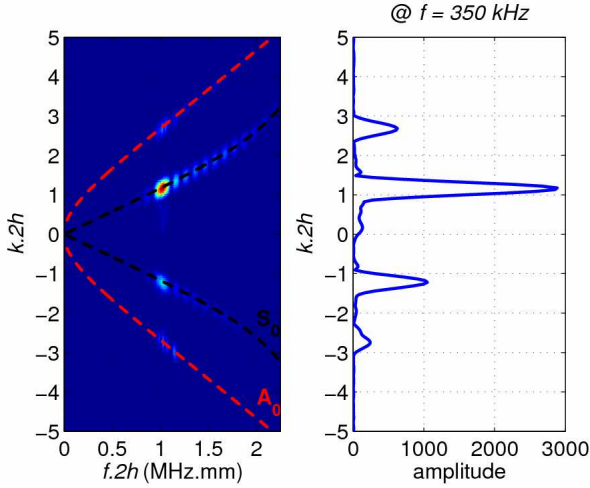


Figure 6 : Représentation dans le plan (f, k) des déplacements normaux avant le réseau pour $f_{exc} = 350$ kHz.

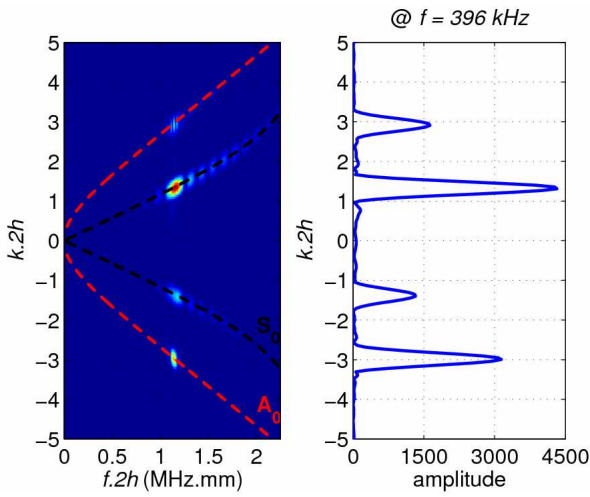


Figure 7 : Représentation dans le plan (f, k) des déplacements normaux avant le réseau pour $f_{exc} = 396$ kHz.

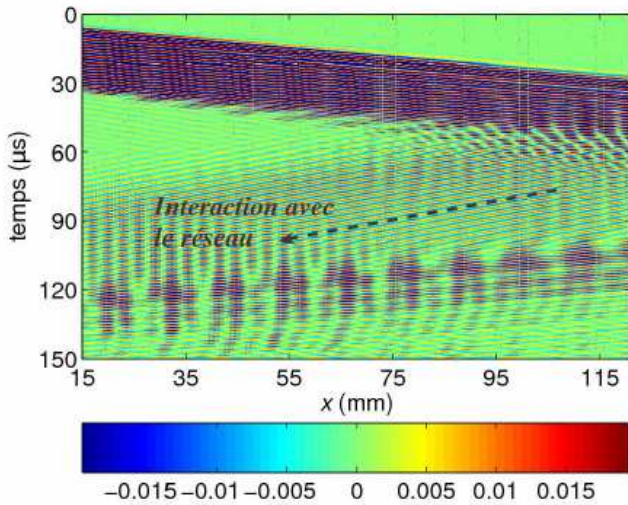


Figure 8 : Image spatio-temporelle des déplacements normaux avant le réseau pour $f_{exc} = 396$ kHz.

La figure 7 représente le module de la transformée de Fourier temporelle et spatiale des signaux expérimentaux

obtenus pour une fréquence d'excitation en dehors du gap ($f_{exc} = 396$ kHz). Sur cette figure, une tache correspondant à une onde A_0 se propageant suivant les x décroissants est relevée. Celle-ci correspond à une interaction entre l'onde incidente et le réseau dans l'espace (x, t) (voir figure 8).

3.2 Aspect quantitatif du couplage

Pour chaque fréquence d'excitation utilisée, des coupes à différentes fréquences sont effectuées sur les représentations dans le plan (f, k) obtenues. Ainsi, les amplitudes des pics des ondes A_0 rétroconverties et S_0 incidentes sont obtenues. Il est alors possible de calculer le coefficient de rétroconversion en énergie de l'onde A_0 , noté R_{A_0} .

La figure 9 représente l'évolution en fonction de la fréquence du coefficient en énergie de rétroconversion. Sur cette figure, les résultats de quatre expériences sont superposés permettant de couvrir ainsi une gamme de fréquences suffisante autour du gap.

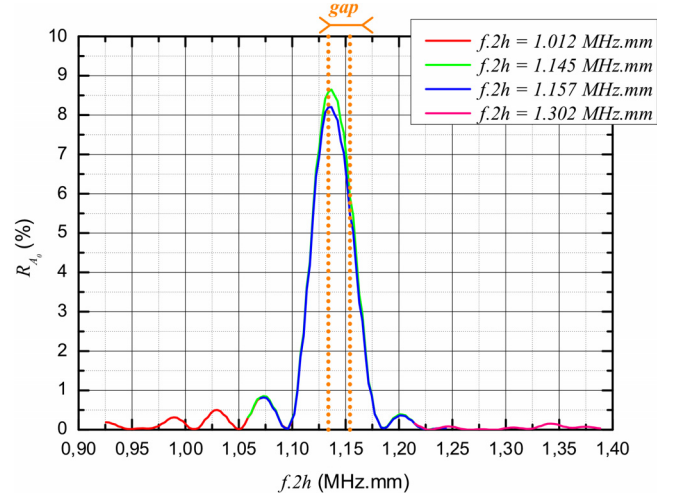


Figure 9 : Evolution du coefficient en énergie de rétroconversion R_{A_0} - données expérimentales.

Les signaux associés aux ondes propagatives sont faibles : de l'ordre de 20 mV pour les signaux incidents et du millivolt pour les signaux rétroconvertis (voir figure 8). Aussi, il est remarquable d'obtenir des résultats expérimentaux dont l'allure est en si bon accord avec les résultats numériques (voir figure 10).

Le coefficient de rétroconversion en énergie de l'onde A_0 atteint son maximum dans le gap. Sa valeur, $R_{A_0} \approx 8.5\%$, est inférieure à celle donnée par le calcul numérique ($\max(R_{A_0}) \approx 34.5\%$). Ceci s'explique qualitativement par le fait que dans l'expérience le problème est à trois dimensions. En effet, le transducteur émetteur a une taille limitée et le faisceau incident s'étale à la surface de l'échantillon. Il en est de même des ondes issues de la conversion de l'onde incidente. Ainsi, une part importante de l'énergie n'est pas accessible expérimentalement. Ce phénomène a déjà été observé dans d'autres situations physiques [6]. Dans certains cas simples, il est possible de tenir compte de l'ouverture du faisceau mais, ici, le phénomène de conversion se produit à chaque rainure du réseau et la correction à effectuer pour prendre en compte l'étalement du faisceau devient ardue.

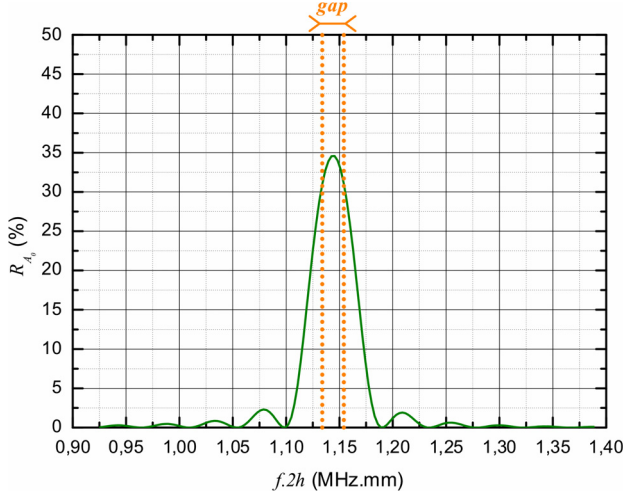


Figure 10 : Evolution du coefficient en énergie de rétroconversion R_{A_0} - données issues du calcul numérique.

4 Identification des modes sous le réseau

Dans cette seconde étude, les déplacements sont relevés par le vélocimètre sous le réseau à partir de $x = 106$ mm du transducteur. Les relevés sont effectués par pas de $100 \mu\text{m}$ sur une distance de 126 mm.

La plaque est excitée par une onde Lamb de type S_0 . Les fréquences d'excitation utilisées sont 350 kHz, 396 kHz et 450 kHz, correspondant à des fréquences situées respectivement avant, à l'intérieur et après le gap intrabande $S_0^\Lambda / A_0^\Lambda$ (figure 4).

4.1 En dehors du gap

La figure 11 représente l'évolution temporelle des déplacements en surface sous le réseau. La plaque est excitée par une onde de Lamb de type S_0 à la fréquence $f_{exc} = 350$ kHz.

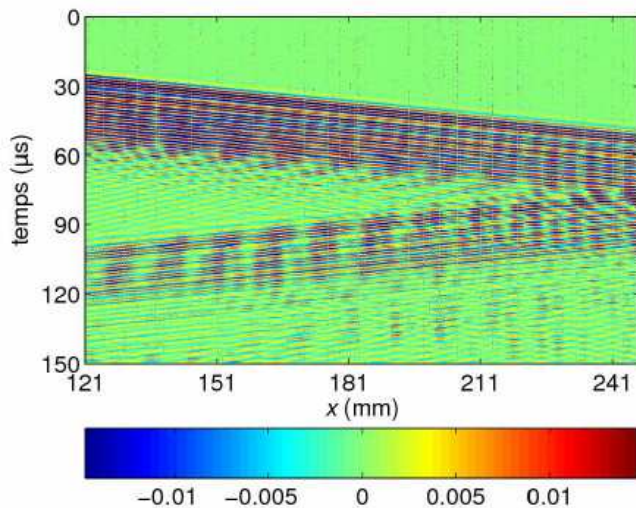


Figure 11 : Image spatio-temporelle des déplacements normaux sous le réseau pour $f_{exc} = 350$ kHz.

La figure 12 représente le module de la transformée de Fourier temporelle et spatiale des signaux expérimentaux représentés à la figure 11. Afin de caractériser les modes

présents, les courbes de dispersion repliées d'une plaque infinie à périodicités triangulaires sont superposées (courbes jaunes) [7]. Les taches expérimentales sont bien situées sur ces courbes. L'identification des modes peut alors être effectuée. Deux pseudo-modes de Lamb sont ainsi identifiés : le mode A_0^Λ et le mode S_0^Λ . Les pointillés bleus symbolisent les frontières de la première et de la seconde zone de Brillouin [8].

Outre le signal correspondant à la fréquence centrale d'excitation, des taches secondaires, principalement en hautes fréquences ($f.2h > 1$ MHz.mm), sont observées. Celles-ci suivent également les courbes de dispersion théoriques. Expérimentalement, les amplitudes des signaux relevés par le vélocimètre sont plus importantes en hautes fréquences qu'en basses fréquences. Ceci est lié à la bande passante du transducteur, plus sensible aux fréquences supérieures à sa fréquence centrale qu'aux fréquences inférieures. De plus, la directivité du capteur ultrasonore, est meilleure en haute fréquence *i.e.* le faisceau acoustique s'étale géométriquement dans le plan de la plaque moins en hautes fréquences qu'en basses fréquences.

Pour les ondes A_0^Λ incidentes ($k.2h > 0$), les vitesses de phase et de groupe de ces ondes sont de même signe. De même pour les ondes A_0^Λ réfléchies ($k.2h < 0$). Le même constat peut être établi pour les ondes S_0^Λ sauf en ce qui concerne les taches centrées à $k.2h = \pm 3.1$.

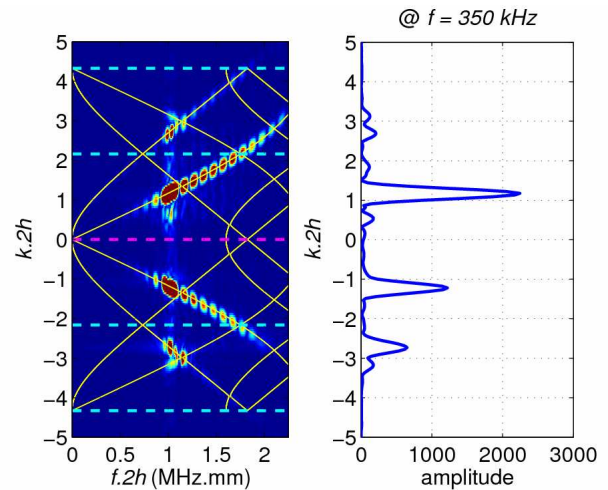


Figure 12 : Représentation dans le plan (f, k) des déplacements normaux sous le réseau pour $f_{exc} = 350$ kHz.

La figure 13 est un détail de la figure 12 focalisé sur une de ces taches du mode S_0^Λ . D'après cette figure, pour $k.2h = \pm 3.1$, la vitesse de phase de l'onde S_0^Λ et sa vitesse de groupe sont de signes opposés. Ceci est confirmé par la figure 14 qui représente l'image spatio-temporelle du signal réfléchi. Considérant un point quelconque du paquet d'ondes situé entre $20 \mu\text{s}$ et $90 \mu\text{s}$, celui-ci se déplace au cours du temps selon les x décroissants. La vitesse de phase de ce point est donc négative. Toutefois, l'ensemble du paquet d'ondes se propage de la gauche vers la droite. Le paquet d'ondes représenté sur la figure 14 a une vitesse de phase et une vitesse de groupe de signes opposés. Le résultat obtenu montre que sous le réseau les modes observés ne correspondent pas aux modes de Lamb classiques d'une plaque plane infinie : un mode composite

est observé avec des vitesses de groupe et de phase de signes opposés.

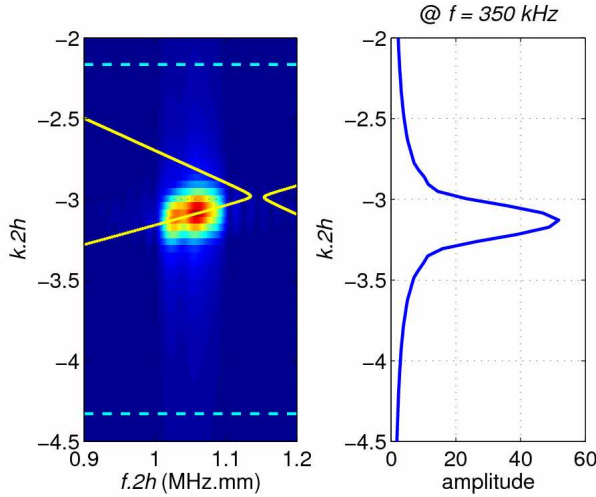


Figure 13 : Détail de la représentation dans le plan (f, k) sous le réseau pour $f_{exc} = 350$ kHz.

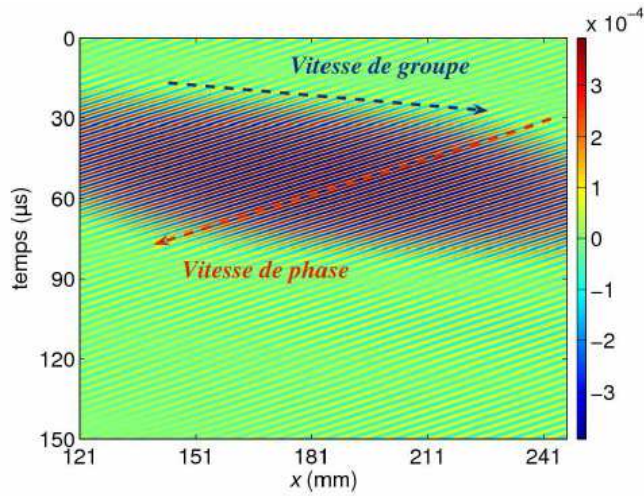


Figure 14 : Image spatio-temporelle du signal réfléchi obtenu pour $f_{exc} = 350$ kHz.

4.2 Dans le gap

La figure 15 représente l'évolution temporelle des déplacements en surface sous le réseau. La plaque est excitée par une onde de Lamb de type S_0 à la fréquence $f_{exc} = 396$ kHz.

La figure 16 représente le module de la transformée de Fourier temporelle et spatiale des signaux expérimentaux représentés à la figure 15. Comme prévu par le calcul numérique, les valeurs extrémales d'amplitude du mode converti sont obtenues pour des fréquences comprises dans la bande interdite.

La figure 17 est un détail de la figure 16 focalisé sur la tache centrée à $k.2h = \pm 3$. Dans le gap, les deux pseudo-modes S_0^Δ et A_0^Δ coexistent. Il n'est pas possible de distinguer les contributions de chacune de ces ondes. Il s'agit d'un mode dégénéré.

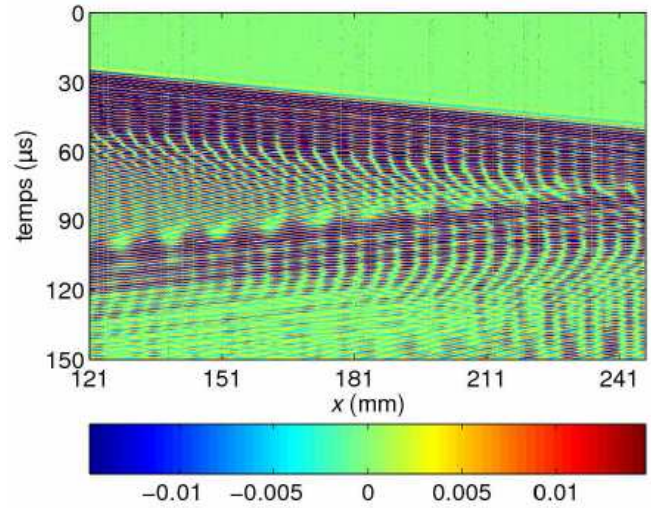


Figure 15 : Image spatio-temporelle des déplacements normaux sous le réseau pour $f_{exc} = 396$ kHz.

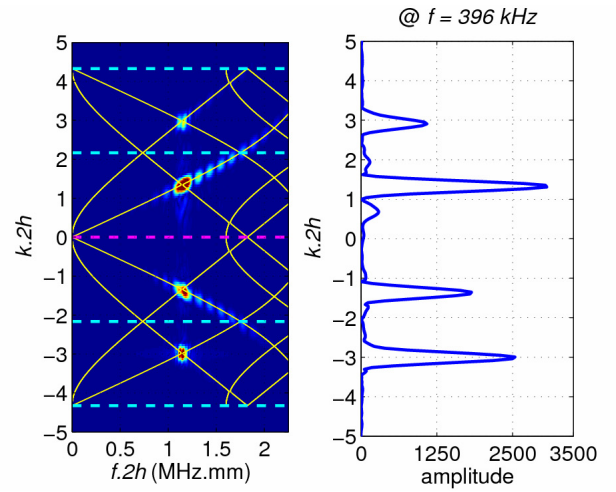


Figure 16 : Représentation dans le plan (f, k) des déplacements normaux sous le réseau pour $f_{exc} = 396$ kHz.

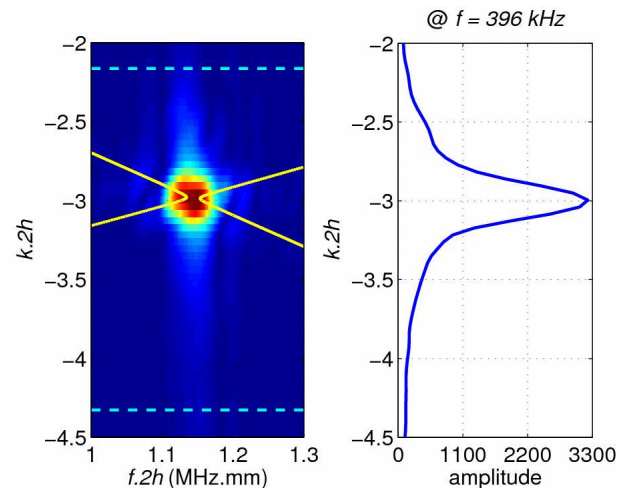


Figure 17 : Détail de la représentation dans le plan (f, k) sous le réseau pour $f_{exc} = 396$ kHz.

Dans le cas d'un réseau infini, comme le montre la figure 4.b, les valeurs de k'' sont non nulles et symétriques par rapport à $k'' = 0$ m^{-1} pour des valeurs comprises dans la gamme de fréquences du gap. De ce fait, dans cette gamme fréquentielle, les valeurs de k' correspondent à un mode

dégénéré. Par ailleurs, la valeur maximale de k'' est atteinte à la fréquence centrale du gap ($f_{gap} = 398$ kHz) et vaut 5.19 m^{-1} . Dans le cas d'une plaque présentant un réseau limité la représentation du coefficient de transmission en fonction du nombre de rainures montre une décroissance. Cette décroissance peut être associée à l'existence d'une onde évanescente existant sous le réseau dont l'amplitude s'écrit $\exp(-k''x)$. Pour un réseau composé de 30 rainures, l'identification de la valeur de k'' donne $k''_{num} = 1.63 \text{ m}^{-1}$. La valeur du coefficient de corrélation associée à cette valeur de k'' est de $R = 0.97$. En négligeant dans le traitement les contributions des points situés sous les 20 premières rainures, le coefficient de corrélation croît et est alors égal à $R = 0.999$ avec $k'' = 2.6 \text{ m}^{-1}$. En effet, sous le réseau, il faut considérer qu'un « transitoire géographique » existe avant qu'un mode évanescent soit établi [4].

Afin de déterminer expérimentalement la valeur de la partie imaginaire du nombre d'onde k''_{exp} du mode S_0^A se propageant suivant les x croissants, une transformée de Fourier temporelle est effectuée sur les signaux de la figure 15 sur une fenêtre temporelle $t \in [0 \mu\text{s} \ 80 \mu\text{s}]$. Une transformée de Fourier spatiale à fenêtre glissante est ensuite effectuée à la fréquence centrale du gap. La taille de la fenêtre est de 420 points, soit 42 mm.

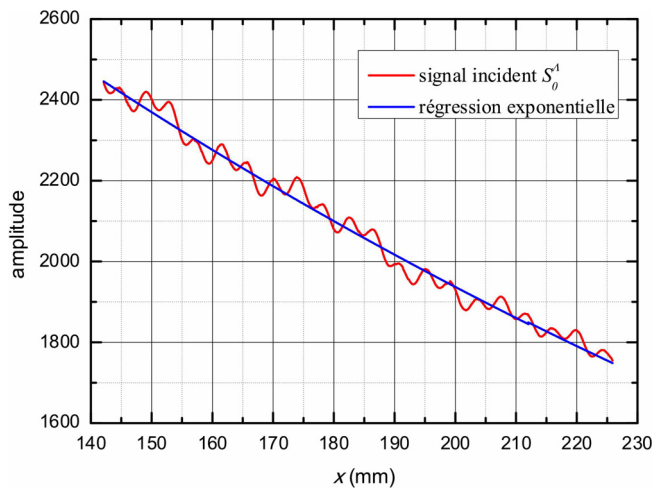


Figure 18 : Evolution de l'amplitude du mode S_0^A incident au cours de sa propagation sous le réseau (FFT glissante effectuée à la fréquence $f = 398$ kHz).

A l'aide d'une régression exponentielle, la détermination de la valeur du paramètre de l'onde évanescente à la fréquence centrale du gap donne $k''_{exp} = 4.00 \text{ m}^{-1}$ (figure 18). Cette valeur est toutefois surestimée par rapport au résultat issu de la simulation numérique ($k''_{num} = 1.63 \text{ m}^{-1}$) à cause de l'étalement du faisceau qui provoque une diminution apparente de l'énergie dans la direction d'étude.

5 Conclusion

L'étude expérimentale d'une plaque d'aluminium finie présentant un réseau de rainures à périodicité triangulaire a été réalisée. Celle-ci a confirmé que pour des fréquences voisines d'un gap intra-bande il existe un couplage entre un mode propagatif et un mode rétropropagatif. De plus, ce couplage est maximum à la fréquence centrale du gap.

Par ailleurs, l'étude des données acquises sous le réseau a permis d'identifier une onde rétropropagative et de suivre son évolution fréquence par fréquence. Il est donc possible d'observer la formation du couplage au niveau du gap intra-bande.

Enfin, une onde évanescente présente dans le gap a été mise en évidence expérimentalement. La partie réelle du vecteur d'onde a été déterminée ; il reste à affiner le résultat concernant la partie imaginaire car expérimentalement le problème à résoudre est à trois dimensions.

Références

- [1] Leduc D., Morvan B., Hladky-Hennion A.C., Pareige P. & Izbicki J.L., " Lamb wave propagation in a plate with a grooved surface with several spatial periodicities ", *Ultrasonics*, 44, e1359-63 (2006).
- [2] Yang S., Page J.H., Liu Z., Cowan M.L., Chan C.T. & Sheng P., " Ultrasound Tunneling through 3D Phononic Crystals ", *Phys. Rev. Lett.*, 88, 104301 (2002).
- [3] ATILA Finite Element Code for Piezoelectric and Magnetostrictive Transducer Modeling, Version 6.0.2, User's Manual, Acoustics Laboratory, ISEN (2002).
- [4] Bavencoffe M., Morvan B., Hladky-Hennion A.C. & Izbicki J.L., " Characterization of evanescent ultrasonic waves in a band gap of a 1D phononic crystal ", *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.* (2009).
- [5] Bavencoffe M., Hladky-Hennion A.C., Morvan B. & Izbicki J.L., " Attenuation of Lamb waves in the vicinity of a forbidden band in a phononic crystal ", *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 56, 1960-1967 (2009).
- [6] Morvan B., Wilkie-Chancellier N., Duflo H., Tinel A. & Duclos J., " Lamb wave reflection at the free edge of a plate ", *J. Acoust. Soc. Am.*, 113, 1417-25 (2003).
- [7] Brillouin L., "Wave propagation in periodic structures", *Mineola, NY: Dover Publications* (1953).
- [8] Kittel C., "Introduction to Solid State Physics", *Wiley* (1998).