

Modélisation non-paramétrique des incertitudes en vibroacoustique appliquée aux automobiles.

Laurent Gagliardini¹, Jean-François Durand^{1,2*}, Charles Fernandez^{1,2**}, Morad Kassem^{1,2}, Christian Soize²

¹PSA – Peugeot-Citroën, Route de Gisy, F-78943 VELIZY-VILLACOUBLAY

² Université Paris-Est, Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-Echelle, MSME UMR 8208 CNRS
5 Bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France

* adresse présente : jean-francois.durand@astrium.eads.net, **adresse présente : charles.fernandez@gdfsuez.com

La dispersion des Fonctions de Réponse en Fréquence vibroacoustiques est un phénomène que l'on peut observer pour la plupart des objets industriels; elle traduit l'hypersensibilité dynamique des structures, couplées à celle des cavités, qui apparaît dès lors que la densité modale dépasse un certain seuil. La modélisation se doit de prendre en compte ce fait avéré et dont l'effet ne peut être considéré comme négligeable. La modélisation étant imparfaite, elle induit elle-même des écarts par rapport à la réalité : incertitudes de modèle lui-même, résultat de la simplification inhérente à toute modélisation, et incertitudes des données du modèle. La modélisation non-paramétrique des incertitudes, s'appuyant sur un principe de maximum d'entropie qui permet de modéliser globalement l'effet de ces différents types d'incertitude, a été appliquée avec succès à la modélisation des véhicules automobiles.

Dans un premier temps, on rappelle le problème acoustique-structural d'un véhicule couplé à sa cavité intérieure et la manière dont on en déduit un modèle stochastique; les paramètres de dispersion sont enfin identifiés de façon à ce que le modèle représente au mieux la réalité. On propose ensuite une exploitation modale, puis énergétique du modèle stochastique, qui fait apparaître quelques propriétés intéressantes.

1 Introduction

La prise en compte des dispersions est particulièrement importante en vibroacoustique appliquée à des produits industriels, à cause de l'hypersensibilité de la réponse dynamique des systèmes mécaniques à de faibles modifications. A titre d'exemple, la figure 1 montre un exemple de mesure de Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) sur 40 véhicules automobiles considérés comme identiques en bout de ligne de production.

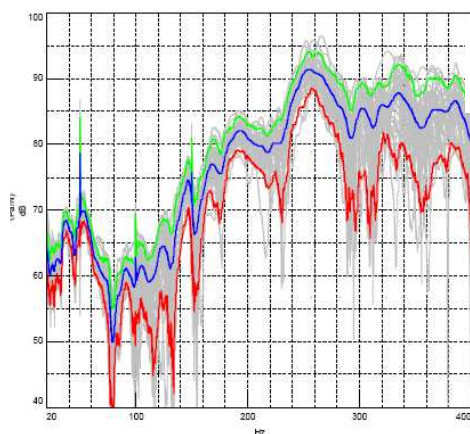


Figure 1 : Fonction de Réponse en Fréquence Vibroacoustique mesurée entre un point dans l'habitacle et un point sur la structure pour 40 véhicules neufs (gris). Superposition de la moyenne statistique (bleu) ainsi que des 5^{ème} centile (rouge) et 95^{ème} centiles (vert)

La modification du système étudié peut résulter d'imperfections lors de la production (variations géométriques, comportement mécanique des matériaux), ou bien d'évolutions de la conception (mise au point entraînant une modification des dessins, diversité liées à une déclinaison commerciale). Bien que de natures très différentes – l'une de nature physique, l'autre attachée à un

processus intellectuel-, ces modifications engendrent une dispersion de la réponse des objets physiques par rapport à celle d'un modèle unique censé représenter l'ensemble. Le recours à un modèle est en lui-même un facteur d'écart non maîtrisé entre l'objet d'étude et la réalité.

Des travaux récents [1-2] ont montré qu'il était possible de modéliser globalement les incertitudes attachées à un modèle, à l'aide de modèles probabilistes qui s'appuient sur un principe de maximum d'entropie. Cette modélisation garantit ainsi que toutes les modifications d'une ampleur donnée ayant un sens physique seront prises en compte quelque soit leur nature. L'ampleur des modifications est contrôlée par des paramètres dits de dispersion qui contrôlent la variance des opérateurs constitutifs de tout problème vibro-acoustique linéaire : opérateur de masse, de raideur et d'amortissement des cavités et des structures, ainsi que les opérateurs de couplage fluide-structure. L'application de ces théories a été menée avec succès dans le cas de modèles de grande taille tels que ceux utilisés dans l'industrie automobile [3].

L'utilisation de tels modèles permet d'aborder sous un nouvel angle les questions que posent les systèmes incertains, et plus particulièrement ceux sujets à l'hypersensibilité dynamique.

Après un bref rappel de la technique de modélisation utilisée, on montrera quelques résultats typiques concernant les caractéristiques modales d'un modèle stochastique. On introduira ensuite une approche énergétique, qui permet de mettre en évidence d'autres propriétés intéressantes des systèmes incertains.

Il est important de noter que les propriétés qui vont être montrées ici résultent du modèle stochastique utilisé et non pas l'inverse.

Les résultats montrés ont tous été obtenus à partir de modèles vibroacoustique de véhicules tels qu'ils sont utilisés dans l'industrie. Ces modèles ont une taille de l'ordre de 10⁶ Degrés De Liberté (DDL).

2 Modélisation non-paramétrique des incertitudes en vibro-acoustique

Les modèles utilisés sont décrits de manière détaillée dans la référence [3].

On appelle modèle moyen le modèle déterministe sur lequel s'appuie le modèle stochastique. Le modèle moyen est tel que les opérateurs moyens du modèle stochastique sont égaux aux opérateurs du modèle moyen. Pour un problème vibro-acoustique, le modèle s'appuie classiquement [4] sur une formulation matricielle, issue d'une résolution en régime harmonique des équations aux dérivées partielles des milieux continus par une technique d'éléments finis, de la forme :

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{n_s}^s(\omega) & \underline{\mathbf{C}}_{n_s, n_a} \\ \omega^2 \underline{\mathbf{C}}_{n_s, n_a}^T & \underline{\mathbf{A}}_{n_a}^a(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{p}}^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{f}}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{Q}}^a(\omega) \end{bmatrix} \quad (1)$$

où $\underline{\mathbf{u}}^s$ (resp. $\underline{\mathbf{p}}^a$) est le vecteur des vitesses complexe de la structure (resp cavité) aux nœuds du maillage (coordonnées physiques), $\underline{\mathbf{A}}_{n_s}^s(\omega)$ est la matrice de raideur dynamique de la structure *in vacuo*, telle que $\underline{\mathbf{A}}_{n_s}^s(\omega) = -\omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{n_s}^s + j\omega \underline{\mathbf{D}}_{n_s}^s + \underline{\mathbf{K}}_{n_s}^s$ où $\underline{\mathbf{M}}_{n_s}^s, \underline{\mathbf{D}}_{n_s}^s, \underline{\mathbf{K}}_{n_s}^s$ sont respectivement les matrices de masse, amortissement et raideur de la structure, $\underline{\mathbf{A}}_{n_a}^a(\omega)$ est la matrice d'admittance de la cavité à parois bloquées telle que $\underline{\mathbf{A}}_{n_a}^a(\omega) = -\omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{n_a}^a + j\omega \underline{\mathbf{D}}_{n_a}^a + \underline{\mathbf{K}}_{n_a}^a$ où $\underline{\mathbf{M}}_{n_a}^a, \underline{\mathbf{D}}_{n_a}^a, \underline{\mathbf{K}}_{n_a}^a$ sont – abusivement- nommées matrices de masse d'amortissement et de raideur de la cavité et $\underline{\mathbf{C}}_{n_s, n_a}$ est la matrice de couplage fluide structure.

Le soulignement indique ici qu'il s'agit bien des matrices moyennes.

Les termes d'excitation $\underline{\mathbf{f}}^s(\omega)$ et $\underline{\mathbf{Q}}^a(\omega)$ seront toujours supposés invariables.

Pour les problèmes de grande taille –plusieurs millions de degrés de liberté- il est classique de recourir à des techniques de réduction modale des modèles, à cause de leur grande efficacité numérique. Les champs vibratoires et acoustiques sont alors projetés sur la base fonctionnelle (tronquée) que constituent pour la structure les modes propres de la structure *in vacuo*, et pour la cavité, les modes propres de la cavité à parois bloquées. Les coordonnées généralisées $\underline{\mathbf{q}}_{\Psi}^s(\omega), \underline{\mathbf{q}}_{\Phi}^a(\omega)$, qui caractérisent alors les champs vibratoires et acoustiques sont telles que :

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}^s(\omega) &= \underline{\Psi} \underline{\mathbf{q}}_{\Psi}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{p}}^a(\omega) &= \underline{\Phi} \underline{\mathbf{q}}_{\Phi}^a(\omega) \end{aligned} \quad (2)$$

Ces coordonnées généralisée sont les solutions de l'équation vibroacoustique, similaire à (1) mais exprimée pour la structure dans la base des modes propres de la structure *in-vacuo*, et pour la cavité, dans la base des modes propres de la cavité à parois bloquées :

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{\Psi}^s(\omega) & \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi} \\ \omega^2 \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi}^T & \underline{\mathbf{A}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}_{\Psi}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{f}}_{\Psi}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{Q}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Où la matrice réduite de raideur dynamique, $\underline{\mathbf{A}}_{\Psi}^s(\omega)$, et la matrice réduite d'admittance gardent des expressions similaires à celle données plus haut en coordonnées physiques :

$$\underline{\mathbf{A}}_{\Psi}^s(\omega) = -\omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{\Psi}^s + j\omega \underline{\mathbf{D}}_{\Psi}^s + \underline{\mathbf{K}}_{\Psi}^s$$

$$\underline{\mathbf{A}}_{\Phi}^a(\omega) = -\omega^2 \underline{\mathbf{M}}_{\Phi}^a + j\omega \underline{\mathbf{D}}_{\Phi}^a + \underline{\mathbf{K}}_{\Phi}^a$$

Par définition de la projection réalisée, les matrices de masse et de raideur sont diagonales dans les coordonnées généralisées. En revanche, la matrice d'amortissement – fluide ou structure- est pleine dès lors qu'elle n'est plus proportionnelle soit à la matrice de raideur, soit à la matrice de masse.

La modélisation stochastique proposée s'appuie sur une théorie mathématique de matrices aléatoires (voir [1]), pour construire des réalisations indépendantes de l'équation (3). On substitue alors aux matrices constitutives du problème moyen $\underline{\mathbf{M}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{D}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{K}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{M}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{D}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{K}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi}$, les matrices aléatoires $\underline{\mathbf{M}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{D}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{K}}_{\Psi}^s, \underline{\mathbf{M}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{D}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{K}}_{\Phi}^a, \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi}$, construites de manière algébrique à partir des matrices moyennes et d'un paramètre de dispersion associé à chaque matrice.

L'équation (3) devient alors une équation stochastique :

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{\Psi}^s(\omega) & \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi} \\ \omega^2 \underline{\mathbf{C}}_{\Psi, \Phi}^T & \underline{\mathbf{A}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}_{\Psi}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{f}}_{\Psi}^s(\omega) \\ \underline{\mathbf{Q}}_{\Phi}^a(\omega) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Les matrices qui composent le système (4) sont construites de la même manière que pour l'expression (3), mais en utilisant les matrices élémentaires aléatoires.

Il est à noter qu'aucune des matrices aléatoires construites suivant [1] n'est diagonale lorsque exprimée dans la base des vecteurs propres du système moyen ; elles gardent cependant les mêmes propriétés de définition et de positivité que les matrices moyennes. Les paramètres de dispersion ont été identifiés de façon à représenter au mieux les écarts observés expérimentalement entre mesures et avec les modèles.

Les solutions du problème stochastique sont obtenues par une méthode de Monte-Carlo, c'est à dire en résolvant un grand nombre de réalisations du problème. On peut alors calculer des indicateurs statistiques à partir de l'ensemble des résultats obtenus. Compte tenu du manque de connaissance de la forme des densités de probabilité des résultats obtenus, une analyse par quantiles est souvent la plus facilement utilisable pour des applications d'ingénierie [5].

Le nombre de réalisations nécessaires dépend de l'objectif recherché : de quelques centaines à quelques milliers selon qu'on l'on s'intéresse à des indicateurs statistiques robustes -moyenne ou intervalle de confiance- ou que l'on souhaite une convergence de la fonction de densité de probabilité.

3 Analyse statistique de la base modale d'un système incertain

L'analyse statistique a jusqu'à présent majoritairement été appliquée à des FRFs vibratoires, acoustiques ou vibro-acoustique. On peut aussi effectuer des statistiques sur le comportement modal du système. Pour la structure, par exemple, on résout pour chaque réalisation du modèle stochastique un problème aux valeurs propres de la forme :

$$[-\Lambda \underline{\mathbf{M}}_{\Psi}^s + \underline{\mathbf{K}}_{\Psi}^s] \underline{\Psi} = 0 \quad (5)$$

On obtient ainsi une collection de bases modales $\{\underline{\Psi}\}_{\theta_j}$, où θ_j indique le numéro de réalisation.

De manière similaire à ce qui est fait lorsqu'on compare des bases modales expérimentales, on définit un critère qui caractérise la similitude des déformées modales. Le SMAC

(Stochastic Modal Assurance Criterion) entre deux modes i et j est défini par :

$$SMAC_{ij} = E \left\{ \frac{\langle \underline{\Psi}_i, \underline{\Psi}_j^0 \rangle^2}{\langle \underline{\Psi}_i, \underline{\Psi}_i \rangle \langle \underline{\Psi}_j^0, \underline{\Psi}_j^0 \rangle} \right\}_{\theta_j} \quad (6)$$

où $E\{\}$ est l'espérance mathématique.

Le SMAC traduit les similitudes qui existent en moyenne entre les modes du modèle moyen et ceux du modèle stochastique.

La figure 2 montre la matrice du SMAC pour les premiers modes d'une structure. On observe une matrice à diagonale forte, qui traduit le fait que, en moyenne, les déformées modales sont proches de celles du modèle moyen.

Sur la figure 3, le même critère est tracé entre des modes d'ordre plus élevé. On constate cette fois-ci une diagonale floue, avec des valeurs plus faibles, qui traduisent le fait qu'en moyenne, les modes incertains ont des allures différentes des modes de la structure moyenne.

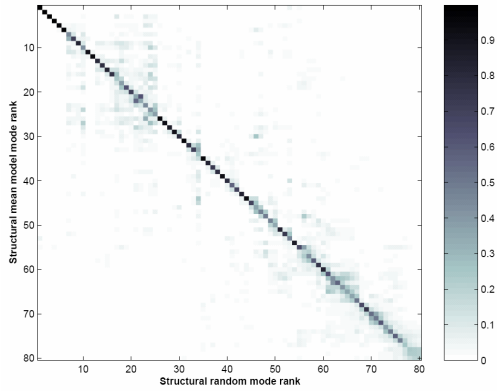


Figure 2 : Critère SMAC pour les premiers modes [0-80 Hz] d'une structure automobile incertaine modélisée à l'aide d'une technique non-paramétrique.

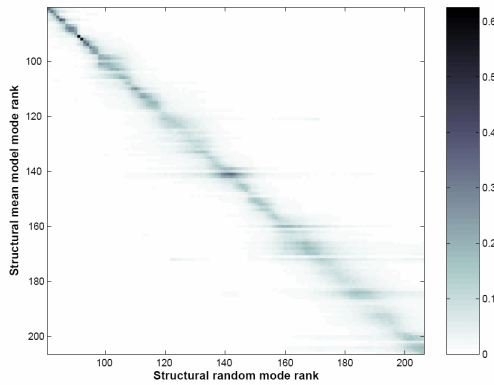


Figure 3 : Critère SMAC pour les modes entre [80 Hz et 200 Hz] d'une structure automobile incertaine modélisée à l'aide d'une technique non-paramétrique.

Ces résultats permettent de préciser la notion de basses fréquences, souvent associée à un comportement « modal », en y ajoutant la notion de stabilité de la forme propre pour l'ensemble étudié. Cette stabilité est indispensable pour que les interprétations qui sont associées aux modes aient un sens. Ainsi, c'est seulement pour les premiers modes de la structure que l'on peut légitimement faire la statistique individuelle des fréquences propres.

La figure 4 montre la distribution des fréquences propres d'un mode global de structure, calculée à l'aide du

modèle stochastique dans le cas où seule la masse est incertaine, pour des valeurs croissantes du paramètre de dispersion de la masse structurale. On constate qu'effectivement la fréquence propre est d'autant plus dispersée que le paramètre de dispersion augmente.

Sur la figure 5 est tracée la distribution des fréquences propres d'un mode global de structure calculée à l'aide du modèle stochastique dans le cas où seule la raideur est incertaine, et pour des valeurs croissantes du paramètre de dispersion de la raideur structurale. On constate ici qu'en plus de se disperser, la fréquence propre est en moyenne d'autant plus faible que le paramètre de dispersion est grand. Lorsque le niveau de dispersion de la raideur est important, la fréquence propre est en moyenne inférieure à celle du modèle moyen. C'est une constatation qui peut souvent être faite dans la pratique.

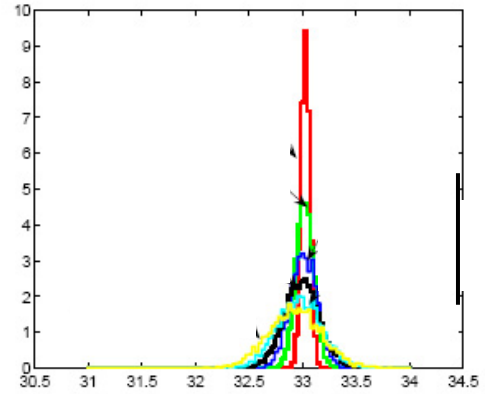


Figure 4 : Distribution des fréquences propres d'un mode global d'une structure dont seule la masse est dispersée. Couleurs rouge, vert, bleu, noir, cyan, jaune associées à des valeurs croissantes du paramètre de dispersion de la masse

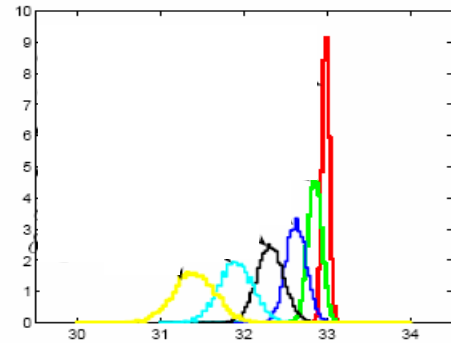


Figure 5 : Distribution des fréquences propres d'un mode global d'une structure dont seule la raideur est dispersée. Couleurs rouge, vert, bleu, noir, cyan, jaune associées à des valeurs croissantes du paramètre de dispersion de la raideur

4 Construction d'un modèle énergétique

La référence [6] détaille la construction d'un modèle énergétique déduit sans hypothèse simplificatrice du modèle général de réponse linéaire d'un système mécanique en régime harmonique, à des excitations quelconques :

$$\mathbf{S}_{VV} = \mathbf{T} \mathbf{S}_{FF} \mathbf{T}^+, \quad (7)$$

où $\mathbf{S}_{VV}$ est la matrice inter-spectrale de réponse en vitesse, $\mathbf{S}_{FF}$ la matrice inter-spectrale d'excitation, $\mathbf{T}$ est la matrice des FRFs entre points d'observation et points

d'excitation (obtenue en inversant le système (4)) , et ⁺ indique la transposition et la conjugaison d'une matrice complexe.

Toutes les grandeurs utilisées dans ce paragraphe et le suivant dépendent implicitement de la fréquence, puisque les dérivations qui suivent s'appuient sur des FRF.

Le modèle énergétique proposé relie le vecteur des puissances injectées aux DDL d'excitation, π_{in} , à une puissance de réponse aux DDL d'observation, π_{out} :

$$\pi_{out} = \xi_{OI} \pi_{in} \quad (8)$$

où ξ_{OI} est une matrice aléatoire de Fonctions de Réponse en Fréquence de la Puissance (FRFP), adimensionnelle.

Pour cette construction, on introduit $\underline{Y}_{in}$ (resp. $\underline{Y}_{out}$) la moyenne de la partie réelle de la matrice de mobilité entre les DDL des points d'excitation (resp. d'observation), que l'on décompose sous la forme $\underline{Y}_{in} = \underline{X}_{in} \underline{Y}_{in}^{diag} \underline{X}_{in}^+$ (resp. $\underline{Y}_{out} = \underline{X}_{out} \underline{Y}_{out}^{diag} \underline{X}_{out}^+$) ce qui permet d'introduire les directions principales de mobilité moyennes, auxquelles on accède grâce à la matrice de passage moyenne $\underline{X}_{in}$ (resp. $\underline{X}_{out}$). L'existence d'une telle décomposition est garantie par le fait que la partie réelle d'une matrice de mobilité est, par construction, définie positive.

On peut alors écrire:

$$\pi_{in} = \underline{Y}_{in}^{diag} \underline{s}_{F_{in}^2} \quad (9)$$

où $\underline{s}_{F_{in}^2} = diag(\underline{X}_{in} \underline{S}_{FF} \underline{X}_{in}^+)$ est le vecteur des Densités Spectrales de Puissance (DSP) des efforts appliqués, projeté dans la base des mobilités principales.

$$\pi_{out} = \underline{Y}_{out}^{diag} \underline{s}_{v_{out}^2} \quad (10)$$

où $\underline{s}_{v_{out}^2} = diag(\underline{X}_{out} \underline{S}_{VV} \underline{X}_{out}^+)$ est le vecteur des DSP des vitesses vibratoires (ou pression acoustique), projeté dans la base des mobilités principales.

$$\xi_{OI} = \underline{Y}_{out}^{diag} \underline{H}_{OI} \underline{Y}_{in}^{diag} \quad (11)$$

où $\underline{H}_{OI}$ est la matrice des modules carrés terme à terme de la matrice de transfert aléatoire projetée dans les nouvelles

$$\text{bases : } H_{OI,ij} = |T_{OI,ij}|^2 \text{ et } \underline{T}_{OI} = \underline{X}_{out} \underline{T} \underline{X}_{in}^+$$

Les expressions (9), (10), (11), garantissent l'équivalence des expressions (7) et (8), ce qui signifie que les DSP des réponses sont calculées exactement en moyenne stochastique, si on utilise les expressions (8), (9), (10), (11) au lieu de (7). Cette alternative permet de mettre en évidence des propriétés statistiques intéressantes que l'on va détailler ci-dessous.

Une approche similaire a été proposée sans justification dans [7], pour des applications en hautes fréquences.

5 Modèle énergétique simplifié

L'observation des FRFP moyennes fait apparaître une grande régularité à la fois fréquentielle et spatiale à l'intérieur de zones bien définies, que les FRF ne présentaient pas. Les figures suivantes permettent de comparer des FRF vibratoires moyennes (figure 6) aux FRFP correspondantes (figure 7), pour un même point

d'excitation et un ensemble de points d'observation situés dans une même zone. On constate qu'au-delà d'une fréquence d'environ 100 Hz, les FRFP tendent à se rapprocher les unes des autres, de telle sorte qu'on pourrait toutes les approximer par une unique valeur. Sachant qu'un comportement similaire existe pour des DDL d'excitation situés dans une même zone, il devient possible d'exprimer le transfert de puissance entre deux zones par un scalaire plutôt qu'une matrice. Cette simplification lorsqu'elle est possible, traduit l'existence d'une partition de la structure en zones dont le comportement vibro-acoustique, exprimé par la puissance de réponse, est uniforme.

Il est intéressant de noter que le modèle simplifié proposé n'apportera aucune simplification pour la zone qui reçoit les excitations. Les questions liées aux champs proches ne sont pas traitées par la théorie proposée.

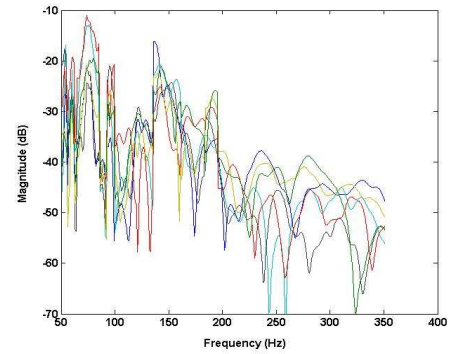


Figure 6 : FRFs vibratoires moyennes entre un point d'excitation du moteur et 6 points du pavillon dans la direction normale.

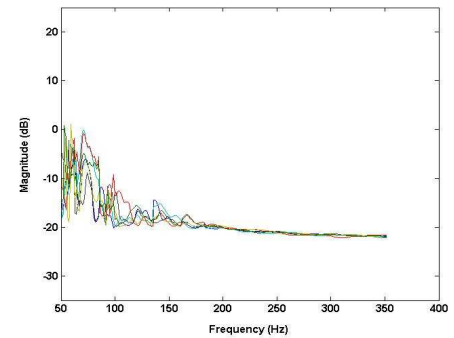


Figure 7 : FRFPs moyennes entre un point d'excitation du moteur et 6 points du pavillon dans la direction normale.

On introduit donc le scalaire e_{OI} , tel que:

$$\Pi_{out} = e_{OI} \Pi_{in} \quad (12)$$

où Π_{in} est la puissance totale injectée dans zone

d'excitation, $\Pi_{in} = \sum_{l=1}^{N_I} \pi_{in,k}$, et Π_{out} est la puissance de

réponse moyenne dans la zone d'observation.

La valeur qui conduit au modèle simplifié le plus pertinent, - celui qui procure la meilleure estimation des réponses quadratiques moyennes par zone - est telle que:

$$e_{OI} = \frac{\sum_{l=1}^{N_I} \sum_{k=1}^{N_O} Y_{in,l}^{diag} \xi_{OI,lk} Y_{out,k}^{diag}}{\sum_{l=1}^{N_I} Y_{in,l}^{diag} \sum_{k=1}^{N_O} Y_{out,k}^{diag}} = \frac{\sum_{l=1}^{N_I} \sum_{k=1}^{N_O} |T_{OI,kl}|^2}{\sum_{l=1}^{N_I} Y_{in,l}^{diag} \sum_{k=1}^{N_O} Y_{out,k}^{diag}} \quad (13)$$

Cette valeur étant connue, on peut étudier les erreurs commises lors de la simplification. On trace pour cela la matrice des écarts entre le modèle énergétique et le modèle énergétique simplifié :

$$\Delta_{OI,kl} = \left| Y_{out,k}^{diag} \xi_{k,l} Y_{in,l}^{diag} - Y_{out,k}^{diag} e_{OI} Y_{in,l}^{diag} \right| \quad (14)$$

Un indicateur global de la pertinence du modèle proposé est la moyenne quadratique des écarts.

$$cmqe = \sqrt{\frac{1}{N_O N_I} \sum_{l=1}^{N_I} \sum_{k=1}^{N_O} \Delta_{OI,kl}^2} \quad (15)$$

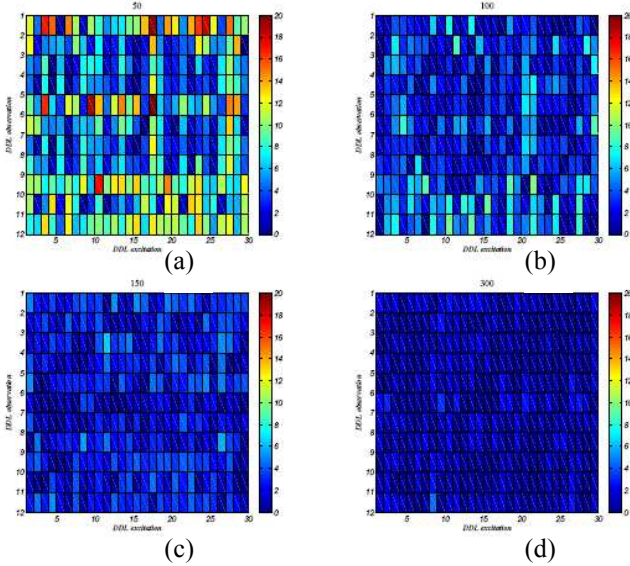


Figure 8 : Tracer de la matrice d'erreur du modèle simplifié entre le bloc avant (30 DDL) et l'habitacle (12 DDL) à 50 Hz (a), 100 Hz (b), 150 Hz (c) et 300 Hz (d)

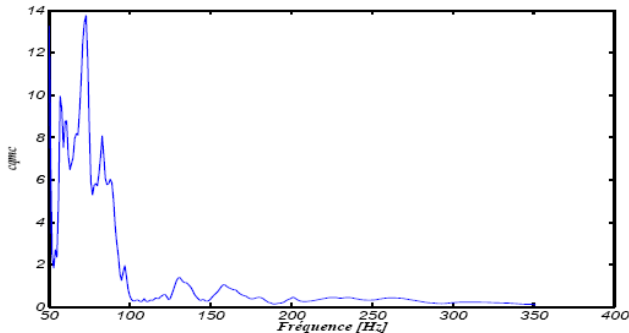


Figure 9 : Valeur quadratique moyenne de l'écart introduit par le modèle simplifié entre le bloc avant et l'habitacle.

La figure 8 montre à titre d'exemple la matrice Δ_{OI} à plusieurs fréquences, pour des observations dans la cavité et des excitations à l'avant du véhicule. La figure 9 montre l'indice $cmqe$ exprimé en dB et fonction de la fréquence. Il confirme le fait qu'au dessus de 100 Hz, la cavité et le bloc avant peuvent être considérés comme séparé. Lorsque la partition est licite, il est intéressant de noter que la relation (12) implique que la réponse dans la zone d'observation (la cavité) est proportionnelle à la puissance totale injectée dans la zone source (le bloc avant), quelles que soient les excitations considérées.

6 Conclusion

Après avoir rappelé le principe de la modélisation probabiliste non-paramétrique des incertitudes pour des problèmes de vibroacoustique, son étendue et ses

limitations, un modèle probabiliste a été utilisé pour étudier le comportement modal d'une carrosserie d'automobile qui constitue un bon exemple de système incertain. Il apparaît tout d'abord que la forme des modes est stable vis-à-vis des incertitudes seulement dans les basses fréquences. C'est donc seulement dans cette bande de fréquence que l'on peut tracer la distribution des fréquences propres de la structure dispersée. On observe alors qu'une augmentation de la dispersion de la raideur fait en moyenne diminuer les fréquences propres les plus basses.

On introduit ensuite une approche énergétique qui permet dans le cas d'une structure très complexe et hétérogène de faire apparaître des comportements homogènes par bandes de fréquence et par zone. Le modèle proposé impose de projeter les excitations et les réponses dans des bases de mobilité principale, qui diagonalisent la partie réelle de la matrice de mobilité associée à la zone considérée. Au-delà d'une certaine fréquence, les transferts de puissance entre zones peuvent être modélisés globalement par un scalaire. Un critère permettant de mesurer la pertinence de cette modélisation simplifiée est proposé. On confirme ainsi que des zones structurales ou acoustiques présentent en moyenne des comportements homogènes qui permettent d'envisager la mise en place d'un schéma de partition de la structure étudiée. Ce schéma évolue en fonction de la fréquence. Les premières séparations se produisent à relativement basse fréquence, pour un véhicule automobile (100 Hz).

Un tel schéma contribuerait fortement à améliorer la maîtrise de la conception vibroacoustique dans les moyennes fréquences.

Références

- [1] Soize, C. "Random matrix theory for modeling random uncertainties in computational mechanics," *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 194(12-16), 1333-1366. (2005)
- [2] Soize, C. "A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics," *J. Sound Vib.* 288(3), 623-652 (2005)
- [3] Durand J.-F., Soize C., Gagliardini L. "Structural-acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and validation", *Journal of the Acoustical Society of America* 24, 1513-1525 (2008)
- [4] Ohayon, R., and Soize, C. "Structural Acoustics and Vibration", Academic Press, San Diego. (1998)
- [5] Serfling, R. J. "Approximation Theorems of Mathematical Statistics", John Wiley & Sons. (1980)
- [6] M. Kassem, C. Soize, L. Gagliardini, Energy density field approach for low- and medium-frequency vibroacoustic analysis of complex structures using a statistical computational model, *Journal of Sound and Vibration*, 323(3-5), 849-863 (2009).
- [7] L. Gagliardini, G. Borello, Virtual SEA: Towards an industrial process, SAE International, 2007-01-2302, (2007).